ගණිතය

හතරවන ශ්‍රේණිය

මූලික පිරිවෙණ

අධ්‍යාපන ප්‍රකාශන දෙපාර්තමේන්තුව

සියලු ම පෙළපොත් ඉලෙක්ට්‍රොනික් මාධ්‍යයෙන් ලබා ගැනීමට
www.edupub.gov.lk වෙබ් අඩවියට පිවිසෙන්න.

ප්‍රථම මුද්‍රණය 2018
දෙවන මුද්‍රණය 2019
තෙවන මුද්‍රණය 2020

සියලු හිමිකම් ඇවිරිණි.

ISBN 978-955-25-0456-3

අධ්‍යාපන ප්‍රකාශන දෙපාර්තමේන්තුව විසින්
නුගේගොඩ, ගංගොඩවිල, උඩහමුල්ල දුම්රියපළ පාර, නො. 44 දරන
ස්ථානයෙහි පිහිටි නියෝ ග්‍රැෆික්ස් (පුද්ගලික) සමාගමෙහි
මුද්‍රණය කරවා ප්‍රකාශයට පත් කරන ලදි.

Published by: Educational Publications Department
Printed by: Neo Graphics (Pvt) Ltd

ශ්‍රී ලංකා ජාතික ගීය

ශ්‍රී ලංකා මාතා

අප ශ්‍රී ලංකා, නමෝ නමෝ නමෝ නමෝ මාතා

සුන්දර සිරිබරිනී, සුරැඳි අති සෝබමාන ලංකා

ධාන්‍ය ධනය නෙක මල් පලතුරු පිරි ජය භූමිය රම්‍යා

අපහට සැප සිරි සෙත සදනා ජීවනයේ මාතා

පිළිගනු මැන අප භක්ති පූජා

නමෝ නමෝ මාතා

අප ශ්‍රී ලංකා, නමෝ නමෝ නමෝ නමෝ මාතා

ඔබ වේ අප විද්‍යා ඔබ ම ය අප සත්‍යා

ඔබ වේ අප ශක්ති අප හද තුළ භක්ති

ඔබ අප ආලෝකේ අපගේ අනුප්‍රාණේ

ඔබ අප ජීවන වේ අප මුක්තිය ඔබ වේ

නව ජීවන දෙමිනේ නිතින අප පුබුදු කරන් මාතා

ඥාන වීර්ය වඩවමින රැගෙන යනු මැන ජය භූමි කරා

එක මවකගෙ දරු කැල බැවිනා

යමු යමු වී නොපමා

ප්‍රේම වඩා සැම භේද දුරැර ද නමෝ නමෝ මාතා

අප ශ්‍රී ලංකා, නමෝ නමෝ නමෝ නමෝ මාතා

අපි වෙමු එක මවකගෙ දරුවෝ
එක නිවසෙහි වෙසෙනා
එක පාටැති එක රුධිරය වේ
අප කය තුළ දුවනා

එබැවිනි අපි වෙමු සොයුරු සොයුරියෝ
එක ලෙස එහි වැඩෙනා
ජීවත් වන අප මෙම නිවසේ
සොඳින සිටිය යුතු වේ

සැමට ම මෙත් කරුණා ගුණෙනී
වෙළී සමගි දමිනී
රන් මිණි මුතු නො ව එය ම ය සැපතා
කිසි කල නොම දිරනා

ආනන්ද සමරකෝන්

පෙරවදන

සියවස් ගණනාවක කීර්තිමත් ඉතිහාසයකට උරුමකම් කියන්නා වූ පිරිවෙන් අධ්‍යාපන සම්ප්‍රදාය වූ කලී සිරිලක අධ්‍යාපනයේ ස්වර්ණමය සලකුණකි. මහින්දාගමනයත් සමගින් වඩාත් ශිෂ්ට සම්පන්න සංස්කෘතියක් වෙත අප ගමන් කළේ සුවිශේෂ වූ ශාස්ත්‍රීය දියුණුවක් ද අත්පත් කරගනිමිනි. එහිදී භික්ෂු, භික්ෂුණී, උපාසක, උපාසිකා යන සිව්වණක් පිරිස වෙතම ප්‍රභාෂ්වර ශාස්ත්‍රාලෝකය දායාද කළ ප්‍රදීපස්තම්භය වූයේ පිරිවෙනයි.

අපේ සම්භාව්‍ය පිරිවෙන් අධ්‍යාපනය, ත්‍රිවිධ ශාසනයේ ආරක්ෂාව හා අභිවෘද්ධිය වෙනුවෙන් කැපවන සුපසන් යතිපරපුරක් නිර්මාණය කරන අතර සම්භාව්‍ය භාෂා මෙන්ම අනේක ශිල්ප ශාස්ත්‍ර පිරිසිඳ දත් වියතුන් ලොවට දායාද කිරීමෙහිලා මූලික වූ බැව් සිහිපත් කළ යුතු ය. එසේම මෙරට විවිධ උවදුරු පිරි අඳුරු සමයන්හි පිරිහී ගිය පිරිවෙන් අධ්‍යාපනය යළි නඟා සිටුවීමට දිවිහිමියෙන් ඇප කැප වූ, වැලිවිට අසරණ සරණ සරණංකර සඟරජ මාහිමිපාණන්ගේ අපරිමිත සේවාව ද කෘතවේදීත්වයෙන් යුතුව මේ මොහොතේ සිහිපත් කළ යුතු ය.

අතීත සම්භාවනීය අධ්‍යාපන උරුමය ද එකලෙසින් සුරකිමින් නව ලොවට අනුගත වූ පිරිවෙන් විද්‍යාස්ථාන නිර්මාණය කිරීමේ කාර්යය වෙත අපි සැම අවතීර්ණ වී සිටින්නෙමු. විශ්ව ගම්මානයෙහි හුදකලා නොවී වර්තමාන පිරිවෙන් ශිෂ්‍ය ගණයා දැනුම, කුසලතා හා ආකල්ප වර්ධනය කරගනිමින් අධ්‍යාපන සයුරෙහි කිමිදෙමින් සිටිනු දැකීම සන්තුෂ්ටිය උපදවන්නකි. විවිධ ගැටලු හේතුවෙන් විධිමත් පාසල් පද්ධතියෙන් බැහැර වූ ඇතැම් සිසුන් ද යළි පිරිවෙන් විදුබිම් වෙත පැමිණ ස්වකීය දිවිමග යළි එළිය කරගත් අවස්ථා සඳහා නිදසුන් අපමණ බව සඳහන් කළ යුතු ය. සැමට අධ්‍යාපනය ලබාදීමේ උත්කෘෂ්ට කර්තව්‍යය වෙනුවෙන් පිරිවෙන් විද්‍යාස්ථාන ද ඇප කැප වී සිටින බවට එය කදිම සාක්ෂ්‍යයකි.

මෙම පොත් මැනවින් පරිශීලනය කරමින් ඒ ඔස්සේ තව තවත් පුළුල් දැනුම් අවකාශ පිරි ඉසව් වෙත පිවිසෙන්නට ද ඔබ සැමට ඇරයුම් කරමි. මනා ඉගෙනුමක් ලැබූ හා ආධ්‍යාත්මික සුවපත් භාවයෙන් පිරිපුන් සුපසන් සිසු පරපුරක් බිහිවනු දැකීම රජයේ ඒකායන අරමුණයි. ඒ සඳහා ඇප කැපවන්නට හැකිවේවායි සියලු දෙනා වෙත ආශීර්වාද කරමි. මේ සත්කාර්යය වෙනුවෙන් නොමසුරු දායකත්වයක් සැපයූ සියලු පිරිවර වෙත ද මාගේ ප්‍රණාමය පුද කර සිටිමි.

පී. එන්. අයිලප්පෙරුම

අධ්‍යාපන ප්‍රකාශන කොමසාරිස් ජනරාල්

අධ්‍යාපන ප්‍රකාශන දෙපාර්තමේන්තුව

ඉසුරුපාය

බත්තරමුල්ල

2020.06.26

නියාමනය හා අධීක්ෂණය

පී. එන්. අයිලප්පෙරුම - අධ්‍යාපන ප්‍රකාශන කොමසාරිස් ජනරාල්
අධ්‍යාපන ප්‍රකාශන දෙපාර්තමේන්තුව

මෙහෙයවීම

පූජ්‍ය වටිනාපහ සෝමානන්ද හිමි - අධ්‍යාපන අධ්‍යක්ෂ (පිරිවෙන්),
අධ්‍යාපන අමාත්‍යාංශය

ඩබ්ලිව්. ඒ. නිර්මලා පියසීලි - අධ්‍යාපන ප්‍රකාශන කොමසාරිස් (සංවර්ධන)
අධ්‍යාපන ප්‍රකාශන දෙපාර්තමේන්තුව

සම්බන්ධීකරණය

ටී.ඩී.සී. කල්හාරි ගුණසේකර - නියෝජ්‍ය කොමසාරිස්
අධ්‍යාපන ප්‍රකාශන දෙපාර්තමේන්තුව

යූ.එල්.ඩී.ජේ. පද්මසිරි - ගණිතය විෂය උපදේශක(පිරිවෙන්)
අධ්‍යාපන අමාත්‍යාංශය

සභාපති

ආචාර්ය ජයන්ත සේනාධීර - ජ්‍යෙෂ්ඨ කථිකාචාර්ය
ගණිත අධ්‍යනාංශය
විවෘත විශ්වවිද්‍යාලය, නාවල

උපදේශකත්වය

විජේදාස හේවාවිතාරණ - ගණිත අධ්‍යක්ෂ (විශ්‍රාමික)

සංස්කාරක මණ්ඩලය

ජී.පී.එච්. ජගත් කුමාර - ජ්‍යෙෂ්ඨ කථිකාචාර්ය
ගණිත දෙපාර්තමේන්තුව,
ජාතික අධ්‍යාපන ආයතනය, මහරගම

ටී.ඩී.සී. කල්හාරි ගුණසේකර - සහකාර කොමසාරිස්
අධ්‍යාපන ප්‍රකාශන දෙපාර්තමේන්තුව

ලේඛක මණ්ඩලය

අනුර ඩී. වීරසිංහ	-	ගුරු උපදේශක (පිරිවෙන්) මාතර දිස්ත්‍රික්කය
ලලිත් රත්නායක	-	ගුරු උපදේශක (පිරිවෙන්) හම්බන්තොට දිස්ත්‍රික්කය
ජේ.එම්. තරිඳු හසංග	-	ගුරු උපදේශක (පිරිවෙන්) වයඹ දිස්ත්‍රික්කය II
එච්.එච්. ඉශාන්ත ප්‍රියාල් රත්නවීර	-	පරිවේණාචාර්ය බප/මිග/ශ්‍රී ධර්මානන්ද මූලික පිරිවෙණ කොටුගොඩ

සෝදුපත් බැලීම

කේ.පී. ජගත් කුමාරසිංහ	-	ගුරු උපදේශක (පිරිවෙන්) ගම්පහ දිස්ත්‍රික්කය

භාෂා සංස්කරණය

පූජ්‍ය රඹාවැවේ පාලිත හිමි	-	සංස්කෘත භාෂා විෂය උපදේශක (පිරිවෙන්) අධ්‍යාපන අමාත්‍යාංශය

පරිගණක අක්ෂර සංයෝජනය සහ පිටු සැකසීම

පී.ඩී. පියුමි හංසිකා	-	පරිගණක අංශය අධ්‍යාපන ප්‍රකාශන දෙපාර්තමේන්තුව
බී.ටී.සී. පෙරේරා	-	පරිගණක අංශය අධ්‍යාපන ප්‍රකාශන දෙපාර්තමේන්තුව

පිට කවර නිර්මාණය

පී.ඩී. පියුමි හංසිකා	-	පරිගණක අංශය අධ්‍යාපන ප්‍රකාශන දෙපාර්තමේන්තුව
ආර්.එම්. රජිත සම්පත්	-	පරිගණක අංශය අධ්‍යාපන ප්‍රකාශන දෙපාර්තමේන්තුව

පටුන

	පිටුව
1. සංඛ්‍යා පාද	1 - 7
2. කුලක	8 - 17
3. වර්ගමූලය	18 - 22
4. ත්‍රිකෝණ අංගසාම්‍යය	23 - 32
5. ශීඝ්‍රතාව	33 - 36
6. සමානුපාත	37 - 44
7. භාග	45 - 50
8. ත්‍රිකෝණයක කෝණ	51 - 60
9. ද්විපද ප්‍රකාශන	61 - 65
10. ජාල රේඛය හා සංඛ්‍යාත බහු අස්‍රය	66 - 74
11. වර්ගජ ප්‍රකාශනවල සාධක	75 - 82
12. දශම	83 - 85
13. පරිමිතිය	86 - 96
14. වර්ගඵලය	97 - 106
15. ප්‍රතිශත	107 - 118
16. වීජීය භාග	119 - 125
17. පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය හා පරිමාව	126 - 136
18. සමාන්තර ශ්‍රේඪී	137 - 151

19. දර්ශක හා ලඝුගණක	152 - 164
20. සමාන්තරාස්‍ර I	165 - 175
21. සමාන්තරාස්‍ර II	176 - 184
22. සමීකරණ	185 - 196
23. වර්ගජ ශ්‍රිතවල ප්‍රස්තාර	197 - 214
24. වෘත්තයක ජ්‍යාය	215 - 226
25. සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්ති	227 - 234
26. සම්භාවිතාව	235 - 247
27. වෘත්තයක කෝණ	248 - 262
28. ජ්‍යාමිතික නිර්මාණ	263 - 272

1 සංඛ්‍යා පාද

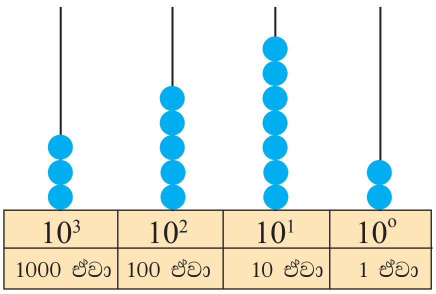
මෙම පාඩම අධ්‍යයනය කිරීමෙන් ඔබට,
- දෙකේ පාදයේ සංඛ්‍යා ගණක රාමුවල නිරූපණය කිරීමට,
- දහයේ පාදයේ සංඛ්‍යා දෙකේ පාදයෙන් දැක්වීමට,
- දෙකේ පාදයේ සංඛ්‍යා දහයේ පාදයෙන් දැක්වීමට,
- දෙකේ පාදයේ සංඛ්‍යා එකතු කිරීමට හා අඩු කිරීමට

හැකියාව ලැබේ.

1.1 දහයේ පාදයේ සංඛ්‍යා

අප එදිනෙදා භාවිත කරන හින්දු අරාබි ඉලක්කම්වලින් සෑදෙන සංඛ්‍යා දහයේ පාදයේ සංඛ්‍යා හෙවත් දශමය සංඛ්‍යා ලෙස හඳුන්වයි. දහයේ පාදයේ සංඛ්‍යා පද්ධතිය සෑදී ඇති ඉලක්කම් කුලකය {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9} වේ.

3572 යන සංඛ්‍යාව සෑදී ඇති ආකාරය පරීක්ෂා කර බලමු. පළමු වසරේදී ඔබ දුටු ගණක රාමුවක් සිහිපත් කරන්න.



1 ඒවා එකස්ථානය වේ.
10 ඒවා දසස්ථානය වේ.
100 ඒවා සියස්ථානය වේ.
1000 ඒවා දහස්ථානය වේ.

ඉහත නිරූපණය අනුව,

$$\begin{aligned} 3572 &= 3 \times 1000 + 5 \times 100 + 7 \times 10 + 2 \times 1 \text{ වේ.} \\ &= 3000 + 500 + 70 + 2 \\ &= 3572 \end{aligned}$$

මේ අනුව,
3572 යන සංඛ්‍යාවේ,
2හි ස්ථානීය අගය 1 වන අතර වටිනාකම 2 බව ද,
7හි ස්ථානීය අගය 10 වන අතර වටිනාකම 70 බව ද,
5හි ස්ථානීය අගය 100 වන අතර වටිනාකම 500 බව ද,
3හි ස්ථානීය අගය 1000 වන අතර වටිනාකම 3000 බව ද දනිමු.

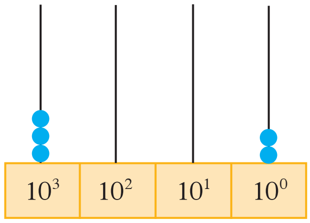
තව ද, මෙම ස්ථානීය අගය පිළිවෙළින් දකුණේ සිට වමට 10^0, 10^1, 10^2, 10^3 යනාදී වශයෙන් යෙදෙන බව පැහැදිලි වේ. එබැවින් මෙවැනි සංඛ්‍යාවලට 10යේ පාදයේ සංඛ්‍යා හෙවත් දශමය සංඛ්‍යා යැයි කියනු ලැබේ. සම්මතයක් ලෙස 10යේ පාදයේ සංඛ්‍යා ලිවීමේ දී පාදය සඳහන් නොකරයි. එහෙත් වෙනත් පාදවල සංඛ්‍යා ලිවීමේදී පාදය සඳහන් කරනු ලබයි. සැබෑ ලෙස $3572_{\text{දහය}}$ ලෙස සඳහන් කළ යුතු වුව ද භාවිතයේදී එම සංඛ්‍යාව ලියනු ලබන්නේ 3572 ලෙසයි.

තව ද 10යේ පාදයේ ගණක රාමුවක එක පෙතක තිබිය හැකි උපරිම ගණක (කැට) සංඛ්‍යාව 9කි. එහෙයින් මෙම සංඛ්‍යා ලිවීමේදී 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 යන ඉලක්කම් භාවිත කරයි.

1.1 අභ්‍යාසය

1. $4035_{\text{දහය}}$ ගණක රාමුවක නිරූපණය කරන්න.

2. දී ඇති ගණක රාමුවෙන් නිරූපණය වන සංඛ්‍යාව ලියන්න.

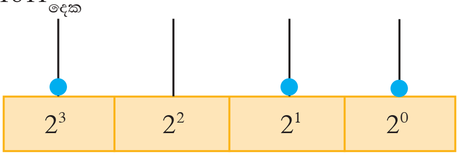


3. $2346_{\text{දහය}}$ යන සංඛ්‍යාවේ,
   (i) 2 ඉලක්කමේ ස්ථානීය අගය කීය ද?
   (ii) 3 ඉලක්කමේ වටිනාකම කීය ද?
   (iii) 3 ඉලක්කමේ වටිනාකම 6 ඉලක්කමේ වටිනාකම මෙන් කී ගුණයක් ද?
   (iv) 4 ඉලක්කමේ වටිනාකම 2 ඉලක්කමේ වටිනාකමින් කවර භාගයක් ද?
   (v) $2346_{\text{දහය}}$ යන සංඛ්‍යාව විහිදුවා ලියන්න.

1.2 දෙකේ පාදයේ සංඛ්‍යා

දෙකේ පාදයේ සංඛ්‍යාවලට ද්විමය සංඛ්‍යා යැයි කියනු ලැබේ. ද්විමය සංඛ්‍යා ලිවීමේදී 0, 1 යන ඉලක්කම් දෙක පමණක් භාවිත කරයි. ද්විමය සංඛ්‍යා පද්ධතියට අයත් ඉලක්කම් කුලකය {0, 1} වේ. ද්විමය සංඛ්‍යා නිරූපණය කරන ගණක රාමුවක් පහත දැක්වේ.

$1011_{\text{දෙක}}$



$8 \times 1 \quad + \quad 4 \times 0 \quad + \quad 2 \times 1 \quad + \quad 1 \times 1$

$8 \quad + \quad 0 \quad + \quad 2 \quad + \quad 1$

(ඉහත දෙකේ පාදයෙන් නිරූපණය කරන සංඛ්‍යාව 10යේ පාදය මගින් දැක් වූ විට ලැබෙන සංඛ්‍යාව $= 8 + 0 + 2 + 1 = 11_{\text{දහය}}$ වේ.)

දෙකේ පාදයේ සංඛ්‍යා පද්ධතියේ ලක්ෂණ:

- ද්විමය සංඛ්‍යා නිරූපණය වන ගණක රාමුවක එක පෙතක තිබිය හැකි උපරිම ගණක සංඛ්‍යාව 1 වේ.
- ද්විමය සංඛ්‍යාවක ලිවිය හැකි විශාලතම ඉලක්කම 1 වේ.
- සංඛ්‍යාව ලියා, පාදය දෙක ලෙස සඳහන් කරනු ලබයි. (උදා: $1011_{\text{දෙක}}$)
- ස්ථානීය අගයන් 2හි බලවලින් ප්‍රකාශ කළ හැකි වේ.

එනම්, 2^4, 2^3, 2^2, 2^1, 2^0 යනාදී වශයෙන්

$2^0 = 1$ ඒවා

$2^1 = 2$ ඒවා

$2^2 = 4$ ඒවා

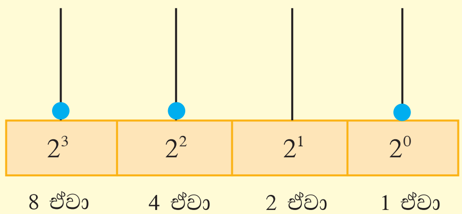
$2^3 = 8$ ඒවා

$2^4 = 16$ ඒවා

දෙකේ පාදයේ සංඛ්‍යා ගණක රාමුවක නිරූපණය

නිදසුන 1

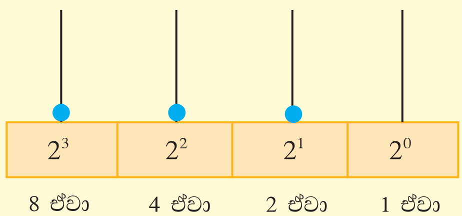
$1101_{\text{දෙක}}$ ගණක රාමුවක නිරූපණය කරන්න.



ගණක රාමුවකින් නිරූපණය වන සංඛ්‍යාව සෙවීම

නිදසුන 2

පහත ගණක රාමුව මගින් දැක්වෙන සංඛ්‍යාව සොයන්න.



$1110_{\text{දෙක}}$

ද්විමය සංඛ්‍යාවක් දශමය සංඛ්‍යාවක් බවට පත් කිරීම

නිදසුන 3

$1101_{දෙක}$, දහයේ පාදයෙන් දක්වන්න.

$1 \quad 1 \quad 0 \quad 1_{දෙක}$

$2^0 \rightarrow$ 1 ඒවා 1 = $1 \times 1 = 1$

$2^1 \rightarrow$ 2 ඒවා 0 = $2 \times 0 = 0$

$2^2 \rightarrow$ 4 ඒවා 1 = $4 \times 1 = 4$

$2^3 \rightarrow$ 8 ඒවා 1 = $8 \times 1 = 8$

13

$1101_{දෙක} = 13_{දහය}$

දශමය සංඛ්‍යා ද්විමය සංඛ්‍යා බවට හැරවීම

නිදසුන 4

$17_{දහය}$, දෙකේ පාදයෙන් දක්වන්න.

2	17	
2	8	ඉතිරි 1
2	4	ඉතිරි 0
2	2	ඉතිරි 0
2	1	ඉතිරි 0
	0	ඉතිරි 1

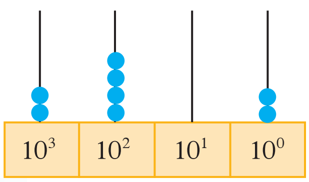
$17_{දහය} = 1\ 0\ 0\ 0\ 1_{දෙක}$

1.2 අභ්‍යාසය

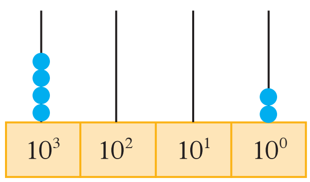
1. පහත සඳහන් දශමය සංඛ්‍යා ද්විමය සංඛ්‍යා බවට පරිවර්තනය කරන්න.
   (i) $2_{දහය}$ (ii) $3_{දහය}$ (iii) $5_{දහය}$ (iv) $13_{දහය}$
   (v) $27_{දහය}$ (vi) $123_{දහය}$ (vii) $135_{දහය}$

2. පහත දැක්වෙන දහයේ පාදයේ ගණක රාමුවලින් නිරූපිත සංඛ්‍යා දෙකේ පාදයට හරවන්න.

(i)



(ii)



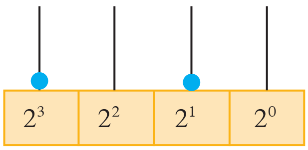
3. පහත දී ඇති ද්විමය සංඛ්‍යා දශමය සංඛ්‍යා බවට හරවන්න.

(i) $10_{\text{දෙක}}$ (ii) $101_{\text{දෙක}}$ (iii) $110_{\text{දෙක}}$ (iv) $1010_{\text{දෙක}}$

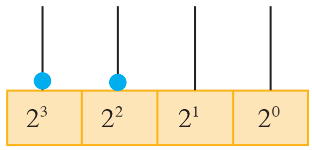
(v) $1101_{\text{දෙක}}$ (vi) $1110_{\text{දෙක}}$ (vii) $1111_{\text{දෙක}}$ (viii) $10011_{\text{දෙක}}$

4. පහත දැක්වෙන දෙකේ පාදයේ ගණක රාමුවලින් නිරූපිත සංඛ්‍යා දහයේ පාදයෙන් ලියන්න.

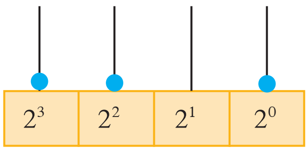
(i)



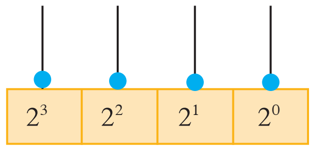
(ii)



(iii)



(iv)



1.3 දෙකේ පාදයේ සංඛ්‍යා එකතු කිරීම හා අඩු කිරීම

ද්විමය සංඛ්‍යා එකතු කිරීමේදී (ආකලනයේදී) පහත දැක්වෙන බන්ධන වැදගත් වේ.

$0_{\text{දෙක}} + 0_{\text{දෙක}} = 0$

$0_{\text{දෙක}} + 1_{\text{දෙක}} = 1_{\text{දෙක}}$

$1_{\text{දෙක}} + 0_{\text{දෙක}} = 1_{\text{දෙක}}$

$1_{\text{දෙක}} + 1_{\text{දෙක}} = 10_{\text{දෙක}}$

$1_{\text{දෙක}} + 1_{\text{දෙක}} + 1_{\text{දෙක}} = 11_{\text{දෙක}}$

$$\begin{array}{r|l} 2 & 2 \\ \hline & 1 \rightarrow 0 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 2 & 3 \\ \hline & 1 \rightarrow 1 \end{array}$$

නිදසුන 1

(i)
$$\begin{array}{r} 1\,0_{\text{දෙක}} \\ +\quad 1_{\text{දෙක}} \\ \hline 1\,1_{\text{දෙක}} \\ \hline\hline \end{array}$$

(ii)
$$\begin{array}{r} 1\,1\,0_{\text{දෙක}} \\ +\quad 1\,1_{\text{දෙක}} \\ \hline 1\,0\,0\,1_{\text{දෙක}} \\ \hline\hline \end{array}$$

(iii)
$$\begin{array}{r} 1\,1\,1_{\text{දෙක}} \\ +\quad 1\,1_{\text{දෙක}} \\ \hline 1\,0\,1\,0_{\text{දෙක}} \\ \hline\hline \end{array}$$

(iv) $1011_{\text{දෙක}} + 101_{\text{දෙක}}$ සුළු කරන්න.

$$\begin{array}{r} 1\,0\,1\,1_{\text{දෙක}} \\ +\quad 1\,0\,1_{\text{දෙක}} \\ \hline 1\,0\,0\,0\,0_{\text{දෙක}} \\ \hline\hline \end{array}$$

ද්විමය සංඛ්‍යා අඩු කිරීම (ව්‍යාකලනය)

$0_{\text{දෙක}} - 0_{\text{දෙක}} = 0_{\text{දෙක}}$

$1_{\text{දෙක}} - 0_{\text{දෙක}} = 1_{\text{දෙක}}$

$1_{\text{දෙක}} - 1_{\text{දෙක}} = 0_{\text{දෙක}}$

$10_{\text{දෙක}} - 1_{\text{දෙක}} = 1_{\text{දෙක}}$

නිදසුන 2

(i)
$$\begin{array}{r} 111_{\text{දෙක}} \\ -\ 10_{\text{දෙක}} \\ \hline 101_{\text{දෙක}} \\ \hline\hline \end{array}$$

(ii)
$$\begin{array}{r} 101_{\text{දෙක}} \\ -\ 11_{\text{දෙක}} \\ \hline 10_{\text{දෙක}} \\ \hline\hline \end{array}$$

(iii)
$$\begin{array}{r} 110_{\text{දෙක}} \\ -\ 11_{\text{දෙක}} \\ \hline 11_{\text{දෙක}} \\ \hline\hline \end{array}$$

(iv)

$1100_{\text{දෙක}} - 110_{\text{දෙක}}$ සුළු කරන්න.

$$\begin{array}{r} 1100_{\text{දෙක}} \\ -\ 110_{\text{දෙක}} \\ \hline 110_{\text{දෙක}} \\ \hline\hline \end{array}$$

සටහන

ඉහත (ii) හා (iii)හි 0න් 1 අඩු කළ නොහැකි බැවින් වම්පසින් 1ක් ගෙන ආවිට එහි ස්ථානීය වටිනාකම 2 වේ. 2න් 1ක් අඩු කළ විට පිළිතුර ලෙස 1 ලැබේ.

1.3 අභ්‍යාසය

1. සුළු කරන්න.

(i) $111_{\text{දෙක}} + 11_{\text{දෙක}}$ (ii) $1100_{\text{දෙක}} + 111_{\text{දෙක}}$ (iii) $1001_{\text{දෙක}} + 101_{\text{දෙක}}$

(iv) $1010_{\text{දෙක}} + 1011_{\text{දෙක}}$ (v) $11001_{\text{දෙක}} + 1101_{\text{දෙක}}$ (vi) $1110_{\text{දෙක}} + 1001_{\text{දෙක}}$

(vii) $10011_{\text{දෙක}} + 111_{\text{දෙක}}$ (viii) $11011_{\text{දෙක}} + 1011_{\text{දෙක}}$

2. සුළු කරන්න.

(i) $111_{\text{දෙක}} - 11_{\text{දෙක}}$ (ii) $110_{\text{දෙක}} - 11_{\text{දෙක}}$ (iii) $101_{\text{දෙක}} - 11_{\text{දෙක}}$

(iv) $1101_{\text{දෙක}} - 110_{\text{දෙක}}$ (v) $1011_{\text{දෙක}} - 101_{\text{දෙක}}$ (vi) $1000_{\text{දෙක}} - 111_{\text{දෙක}}$

(vii) $10000_{\text{දෙක}} - 1001_{\text{දෙක}}$

3. සුළු කරන්න.

(i) $101_{\text{දෙක}} + 11_{\text{දෙක}} + 10_{\text{දෙක}}$

(ii) $10_{\text{දෙක}} + 11_{\text{දෙක}} - 1_{\text{දෙක}}$

(iii) $100_{\text{දෙක}} + 101_{\text{දෙක}} - 110_{\text{දෙක}}$

(iv) $110_{\text{දෙක}} + 1111_{\text{දෙක}} - 101_{\text{දෙක}}$

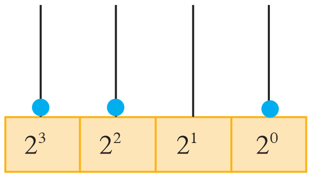
(v) $11101_{\text{දෙක}} + 110_{\text{දෙක}} - 1011_{\text{දෙක}}$

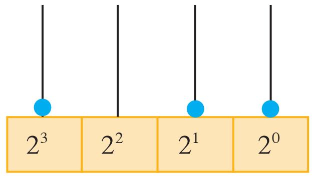
(vi) $10011_{\text{දෙක}} - 1011_{\text{දෙක}} + 1101_{\text{දෙක}}$

(vii) $110011_{\text{දෙක}} - 110_{\text{දෙක}} + 1100_{\text{දෙක}}$

(viii) $11011_{\text{දෙක}} - 111_{\text{දෙක}} - 101_{\text{දෙක}}$

4.

$A =$ 

$B =$ 

(i) $A + B$ (ii) $A - B$

සඳහා ගණක රාමු අඳින්න.

සාරාංශය

- දහයේ පාදයේ සංඛ්‍යා පද්ධතිය සෑදී ඇති ඉලක්කම් කුලකය $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ වේ.
- දෙකේ පාදයේ සංඛ්‍යාවලට ද්විමය සංඛ්‍යා යැයි ද කියනු ලැබේ. ද්විමය සංඛ්‍යා ලිවීමේදී 0, 1 යන ඉලක්කම් දෙක පමණක් භාවිත කරයි.

2 කුලක

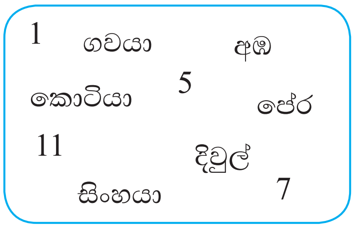
මෙම පාඩම අධ්‍යයනය කිරීමෙන් ඔබට,

- කුලක අංකන ක්‍රම හඳුනා ගැනීමට,
- කුලකයක් විස්තර කිරීමක් ලෙස, අවයව ලැයිස්තුගත කිරීමක් ලෙස, වෙන් රූපයක් ඇසුරින් හා ජනන ස්වරූපයෙන් ලියා දැක්වීමට,
- කුලක අංකන ක්‍රම භාවිතයෙන් ගැටලු විසඳීමට,
- පරිමිත කුලක දෙකක් වෙන් රූප සටහනකින් නිරූපණය කිරීමට,
- දෙන ලද කුලක කර්මවලට අදාළව වෙන් රූපයක ප්‍රදේශ ලකුණු කිරීමට,
- කුලක කර්මවලට අදාළ තොරතුරු ඇතුළත් වෙන් රූපයක ප්‍රදේශ විස්තර කිරීමට

හැකියාව ලැබේ.

2.1 හැඳින්වීම

නිශ්චිතව වෙන් කරගත හැකි සමූහ, කුලක ලෙස හඳුන්වන බව ඔබ මීට පෙර ඉගෙන ඇත.



මෙහි අයත් දෑ නිශ්චිතව හඳුනාගත හැකි සමූහවලට වෙන් කර දක්වමු.

A - ගවයා, කොටියා, සිංහයා
B - අඹ, දිවුල්, පේර
C - 1, 5, 7, 11

A, B සහ C යනු නිශ්චිතව හඳුනා ගත් සමූහ හෙයින් එම සමූහ ''කුලක'' යනුවෙන් හඳුන්වනු ලැබේ. මේ අනුව,

A මගින් ඉහත සමූහයේ ඇති සිවුපා සතුන් කුලකය ද
B මගින් ඉහත සමූහයේ ඇති පලතුරු කුලකය ද
C මගින් ඉහත සමූහයේ ඇති ඉලක්කම් කුලකය ද ලෙස වෙන් කර දැක්විය හැකි වේ. එම කුලක තුන පහත දැක්වෙන ආකාරයට ද ලිවිය හැකි ය.

A = {සිවුපා සතුන්}
B = {පලතුරු}
C = {ඉලක්කම්}

එම එක එකෙහි කුලකය යන වචනය වෙනුවට සඟල වරහන යොදා ඇත.

කුලකවල අඩංගු දේවල් එම කුලකයේ අවයව ලෙස හඳුන්වනු ලැබේ. ඒ අනුව A , B, C එක් එක් කුලකය පහත පරිදි දැක්විය හැකි ය.

A = {ගවයා, කොටියා, සිංහයා}

B = {අඹ, දිවුල්, පේර}

C = {1, 5, 7, 11}

'' අවයවයක් වේ.'' යන්න $\in$ මගින් ද ''අවයවයක් නොවේ'' යන්න $\notin$ මගින් ද සංකේතවත් කරනු ලැබේ. ඒ අනුව,

ගවයා $\in A$ සිංහයා $\in A$ කොටියා $\in A$

අශ්වයා $\notin A$ ලෙස ලිවිය හැකි ය.

කුලක ආශ්‍රිත වැදගත් කරුණු කිහිපයක් පහත දැක්වේ.

- කුලකයක් ඉංග්‍රීසි කැපිටල් අකුරකින් නම් කරනු ලැබේ. සඟල වරහනක් තුළ කුලකයක් දක්වනු ලබයි.
- කුලකයකට අයත් දේ විස්තර කර හෝ ලැයිස්තුගත කර සඟල වරහන් තුළ දක්වයි.
- අවයව ලැයිස්තුගත කිරීමේදී එක් අවයවයක් ලියනු ලබන්නේ එක් වරක් පමණි.
- අවයව කොමාවකින් වෙන්කර ලියනු ලැබේ.
- $\in$ මගින් අවයවයක් වේ යන්න දක්වයි. $x \in A$ යන්නෙහි අදහස වන්නේ x , A කුලකයේ අවයවයක් බවයි. $x \notin A$ යන්නෙහි අදහස වන්නේ x, A කුලකයේ අවයවයක් නොවන බවයි.
- A කුලකයේ ඇති අවයව ගණන පරිමිත ප්‍රමාණයක් නම් $n(A)$ මගින් එම කුලකයේ ඇති අවයව ගණන දැක්වේ. කුලකයක ඇති අවයව ගණන කුලකයේ අනේකත්වය ලෙසද හැඳින් වේ.
- $\emptyset$ යනු අභිශූන්‍ය කුලකය විට $n(\emptyset) = 0$ වේ.

දී ඇති සමූහයක්, කුලකයක් ලෙස ගනු ලබන්නේ එම සමූහය නිශ්චිත ලෙසම හඳුනා ගත හැකි වුවහොත් පමණි.

ඔබ ඉගෙන ඇති කරුණු මතකයට නගා ගැනීම සඳහා පහත පුනරීක්ෂණ අභ්‍යාසයේ යෙදෙන්න.

පුනරීක්ෂණ අභ්‍යාසය

1. පහත දැක්වෙන සමූහ ඔබේ අභ්‍යාස පොතේ පිටපත් කරගෙන ඒවා අතරින් කුලක වන ඒවාට ✓ ලකුණ ද කුලකයක් ලෙස ගත නොහැකි ඒවාට × ලකුණ ද යොදන්න.

 (i) පන්තියේ සිටින උස ළමයි
 (ii) ඉංග්‍රීසි හෝඩියේ ස්වර
 (iii) ලෝකයේ ඇති මහාද්වීප
 (iv) 4 වසරෙහි සිටින බුද්ධිමත් සිසුන්
 (v) ලංකාවේ සිටින දක්ෂ ක්‍රීඩකයන්
 (vi) 4 වසරේ සිටින 1.3 m ට වඩා උස සිසුන්
 (vii) ගණින සංඛ්‍යා (ප්‍රකෘති සංඛ්‍යා)
 (viii) සුන්දර දිය ඇලි
 (ix) පිරිවෙණෙහි 4 වසරේ සිටින ගණිතයට දක්ෂ සිසුන්
 (x) 24 452 සංඛ්‍යාව ලිවීමට භාවිත කරන ඉලක්කම්

2. $A = \{5, 10, 15, 20, 25\}$ නම්, $\in$ හෝ $\notin$ හෝ ගැළපෙන පරිදි යොදා පහත හිස්තැන් පුරවන්න.

(i) $5 \ldots\ldots A$ (ii) $10 \ldots\ldots A$ (iii) $8 \ldots\ldots A$

(iv) $20 \ldots\ldots A$ (v) $35 \ldots\ldots A$

3. $X = \{$ 0 ත් 30 ත් අතර 3 ගුණාකාර$\}$
මෙහි අවයව ලියා දක්වා $n(X)$ සොයන්න.

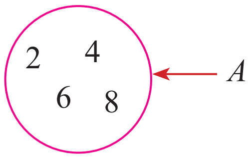
2.2 කුලක අංකනය

කුලකයක් නිරූපණය කිරීමේ විවිධ ආකාරවලට කුලක අංකන ක්‍රම යැයි කියනු ලැබේ. ඔබ දැනටමත් කුලක අංකන ක්‍රම 3ක් ඉගෙනගෙන ඇත. නිදසුනක් ලෙස 0ත් 10ත් අතර ඉරට්ට සංඛ්‍යා කුලකය සළකමු. මෙම කුලකය A ලෙස නම් කරමු.

(i) මෙම කුලකය විස්තර කිරීමක් ලෙස මෙසේ අංකනය කරමු.
$A = \{$ 0 ත් 10 ත් අතර ඉරට්ට සංඛ්‍යා$\}$

(ii) අවයව ලැයිස්තුගත කිරීමක් ලෙස ඉහත කුලකය මෙසේ දක්වමු.
$A = \{2, 4, 6, 8\}$

(iii) වෙන් සටහන් මගින් මෙම කුලකය අංකනය කරමු.



මීට අමතරව මෙම ශ්‍රේණියේ දී කුලක ජනන ස්වරූපයෙන් අංකනය කරන අයුරු විමසමු. ඉහත නිදසුන කුලක ජනන ස්වරූපයෙන් මෙසේ ලියමු.

$A = \{ x : x$ ඉරට්ට සංඛ්‍යාවකි; $0 < x < 10 \}$

$x :$ මගින් " x කෙසේද යත් " යන්න අදහස් වේ.

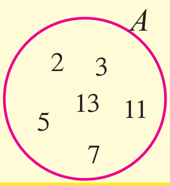
නිදසුන 1

"15ට අඩු ප්‍රථමක සංඛ්‍යා කුලකය " මෙම කුලකය A ලෙස සලකමින් ආකාර 4කට අංකනය කර දක්වන්න.

$A = \{$ 15 ට අඩු ප්‍රථමක සංඛ්‍යා $\}$ $\rightarrow$ කුලකය විස්තර කර ලිවීම.

$A = \{2, 3, 5, 7, 11, 13\}$ $\rightarrow$ අවයව ලැයිස්තුගත කිරීම.

$A = \{ x : x$ ප්‍රථමක සංඛ්‍යාවකි; $x < 15 \}$ $\rightarrow$ කුලක ජනන ස්වරූපය



$\rightarrow$ වෙන් සටහනක් මගින්

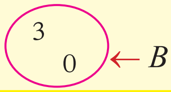
නිදසුන 2

''තිස් තුන් දහස යන සංඛ්‍යාව ලිවීමට යොදා ගන්නා ඉලක්කම් කුලකය'', විවිධ කුලක අංකන ක්‍රම මගින් ලියා දක්වන්න.

එම ඉලක්කම් කුලකය B ලෙස ගත් විට,

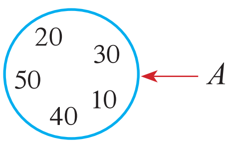
(i) B = { 33000 ලිවීමට යොදා ගත් ඉලක්කම්}

(ii) $B = \{3, 0\}$

(iii) 

2.1 අභ්‍යාසය

1. පහත දැක්වෙන කුලකවල අවයව ලැයිස්තු ගත කර ලියන්න.
   (i) 10ට අඩු ත්‍රිකෝණ සංඛ්‍යා කුලකය
   (ii) ''සරසවිය'' යන වචනය සෑදී ඇති අකුරු කුලකය
   (iii) 25 332 සෑදී ඇති ඉලක්කම් කුලකය
   (iv) 2න් පටන් ගන්නා ඉරට්ට සංඛ්‍යා කුලකය
   (v) 72හි ප්‍රථමක සාධක කුලකය
   (vi) A = { $x : x$ 5හි ගුණාකාරයකි; $0 < x < 30$ }
   (vii) B = { $x : x$ ඔත්තේ සංඛ්‍යාවකි; $24 < x < 36$ }

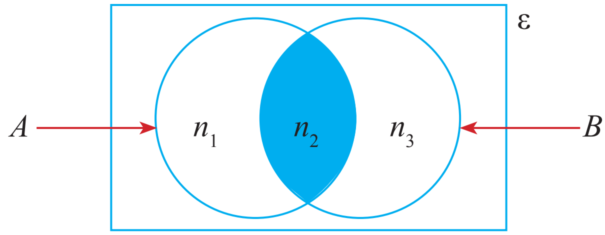
2. පහත දැක්වෙන කුලක, ජනන ස්වරූපයෙන් දක්වන්න.
   (i) P = { 10 ට අඩු පූර්ණ සංඛ්‍යා }
   (ii) Q = { 0ත් 25 ත් අතර 5හි ගුණාකාර }
   (iii) $R = \{7, 14, 21, 28, 35, 42, 49\}$
   (iv) T = { 0 හා 20 අතර වූ ඔත්තේ සංඛ්‍යා }
   (v) 

3. පහත දැක්වෙන කුලක, වෙන් සටහන් මගින් නිරූපණය කරන්න.
   (i) A = { ශ්‍රී ලංකාවේ ඇති පළාත් }
   (ii) B = { $x : x$ 10හි ගුණාකාරයකි; $0 < x < 100$ }
   (iii) P = { ''රත්නපුරය'' යන වචනය සෑදී ඇති අකුරු }
   (iv) R = { $x : x$ සමචතුරස්‍ර සංඛ්‍යාවකි; $0 < x < 50$ }
   (v) $T = \{2, 4, 6, 8, 10\}$

2.3 කුලක දෙකක අවයව සංඛ්‍යාව අතර සම්බන්ධතා

A හා B පරිමිත කුලක දෙකක් විට, $n(A)$, $n(B)$, $n(A \cap B)$, $n(A \cup B)$ අතර සම්බන්ධය

A හා B පරිමිත කුලක දෙක සලකමු.



මෙහි n_1 , n_2 , n_3 මගින් එක් එක් පෙදෙසට අයත් අවයව ගණන දැක්වේ. රූපයට අනුව,

$$n(A) = n_1 + n_2$$
$$n(B) = n_2 + n_3$$
$$n(A \cap B) = n_2$$
$$n(A \cup B) = \underbrace{n_1 + n_2} + n_3$$
$$n(A \cup B) = n(A) + \underbrace{n_3 + n_2} - n_2$$
$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

ඒ අනුව,

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

P හා Q කුලක දෙක සඳහා මෙම සම්බන්ධය ලියූ විට,
$n(P \cup Q) = n(P) + n(Q) - n(P \cap Q)$ වේ.

$A \cap B = \emptyset$ වන විට $n(A \cap B) = 0$ වේ. එවිට,
$n(A \cup B) = n(A) + n(B)$ වේ.

නිදසුන 1

$n(A) = 10$ ද, $n(B) = 8$ ද, $n(A \cap B) = 3$ ද නම් $n(A \cup B)$ සොයන්න.

$$\begin{aligned} n(A \cup B) &= n(A) + n(B) - n(A \cap B) \\ &= 10 + 8 - 3 \\ &= 15 \end{aligned}$$

නිදසුන 2

$n(P) = 12$ ද, $n(Q) = 10$ ද, $n(P \cup Q) = 18$ ද නම් $n(P \cap Q)$ සොයන්න.

$$
\begin{aligned}
n(P \cup Q) &= n(P) + n(Q) - n(P \cap Q) \\
18 &= 12 + 10 - n(P \cap Q) \\
18 &= 22 - n(P \cap Q) \\
n(P \cap Q) &= 22 - 18 \\
&= 4
\end{aligned}
$$

2.2 අභ්‍යාසය

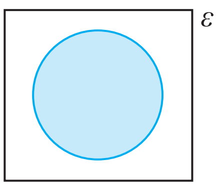
1. $n(A) = 8$ ද, $n(B) = 6$ ද, $n(A \cap B) = 2$ ද නම් $n(A \cup B)$ සොයන්න.
2. හිස්තැන් පුරවන්න.

	$n(A)$	$n(B)$	$n(A \cap B)$	$n(A \cup B)$
(i)	10	8	4	.....
(ii)	15	10	.....	25
(iii)	9	11	0	....
(iv)	14	.....	3	19
(v)	....	6	4	11

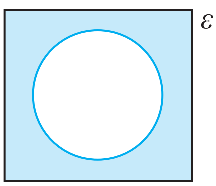
3. $n(X) = 12$ ද, $n(Y) = 8$ ද, $n(X \cup Y) = 15$ ද නම් $n(X \cap Y)$ සොයන්න.
4. $A = \{1, 3, 5, 6, 9\}$ ද $A \cap B = \{3, 5\}$, $n(B) = 4$ ද නම් $n(A \cup B)$ සොයන්න.
5. $n(P) = 16$, $n(Q) = 12$, $n(P \cap Q) = 0$ ද නම් $n(P \cup Q)$ සොයන්න.

2.4 වෙන් සටහනක ප්‍රදේශ

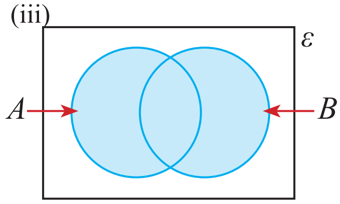
A හා *B* කුලක අභිශූන්‍ය කුලක නොවන විට එක් එක් අවස්ථා සඳහා ඊට අදාළ වෙන් රූප සටහනක ප්‍රදේශ හඳුනා ගනිමු. අදාළ ප්‍රදේශ වෙන් සටහනෙහි අඳුරු කර ඇත.

(i)


A

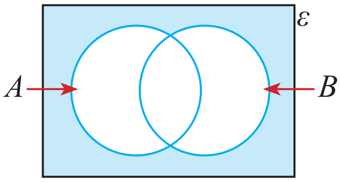
(ii)


A'

(iii)


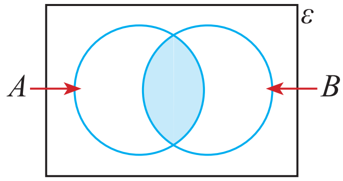
$A \cup B$

(iv)



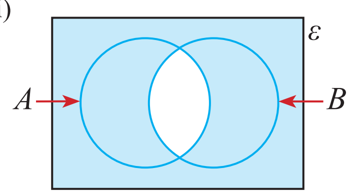
$(A \cup B)'$

(v)



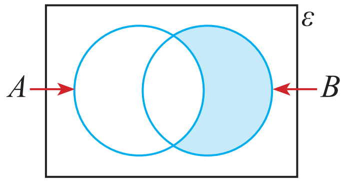
$A \cap B$

(vi)



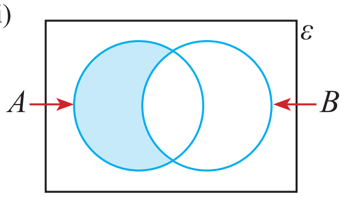
$(A \cap B)'$

(vii)



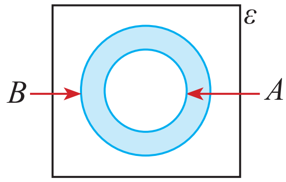
$A' \cap B$

(viii)



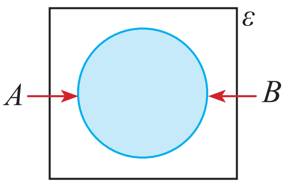
$A \cap B'$

(ix)



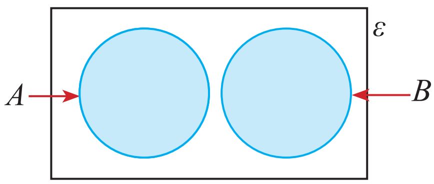
$A \subset B$ වන විට, $A' \cap B$

(x)



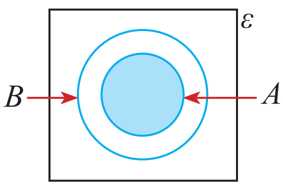
$A = B$ වන විට,
$A \cup B = A = B$

(xi)



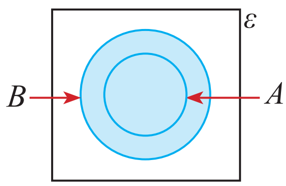
$A \cap B = \emptyset$ වන විට, $A \cup B$

(xii)



$A \subset B$ වන විට, $A \cap B = A$

(xiii)



$A \subset B$ වන විට, $A \cup B = B$

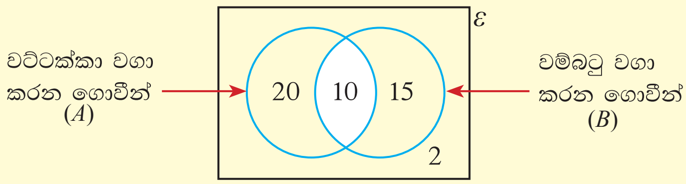
සටහන

කුලක ආශ්‍රිත ගැටලු විසඳීමේ දී පහත සම්බන්ධය වැදගත් ය.

$$A \cup A' = \varepsilon$$
$$A \cap A' = \emptyset$$

නිදසුන 1

ගමක ජීවත්වන ගොවීන් වගා කරනු ලබන බෝග පිළිබඳ ලබා ගත් තොරතුරු පහත වෙන් රූප සටහන මගින් නිරූපණය කර ඇත.



වට්ටක්කා වගා කරන ගොවීන් ගණන $= n(A)$
$= 20 + 10$
$= 30$

වම්බටු වගා කරන ගොවීන් ගණන $= n(B)$
$= 10 + 15$
$= 25$

වම්බටු හෝ වට්ටක්කා වගා කරන ගොවීන් ගණන $= n(A \cup B)$
$= 20 + 10 + 15$
$= 45$

වම්බටු හෝ වට්ටක්කා වගා නොකරන ගොවීන් ගණන $= n(A \cup B)'$
$= 2$

ගමේ ජීවත්වන මුළු ගොවීන් ගණන $= n(\varepsilon)$
$= 20 + 10 + 15 + 2$
$= 47$

2.3 අභ්‍යාසය

1. X = { අයේෂ්, චානක, නුවන්, ප්‍රදීප් }

   Y = { ශ්‍යාමල්, ගිෂාන්, චානක, ප්‍රදීප්, රංග }

   (i) $X \cup Y$ (ii) $X \cap Y$
   එම අවයව ලියන්න.

2. A = { ''කරදරය'' යන වචනය සෑදී ඇති අකුරු }
B = { 'රත්නපුරය'' යන වචනය සෑදී ඇති අකුරු }
C = { ''සඳසිරිපුර'' යන වචනය සෑදී ඇති අකුරු }
ඉහත A, B, C කුලකවල අවයව ඇසුරෙන් පහත කුලකවල අවයව ලැයිස්තුගත කිරීමක් ලෙස ලියන්න.

(i) $A \cup B$ (ii) $A \cap B$ (iii) $B \cup C$ (iv) $A \cap C$ (v) $C \cap B$

3. (*a*) $\varepsilon = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ ද
$A = \{1, 4, 6, 8, 9\}$ ද
$B = \{2, 3, 4, 6, 7\}$ ද නම් පහත කුලකවල අවයව ලැයිස්තුගත කිරීමක් ලෙස ලියන්න.

(i) $A \cup B$ (ii) $A \cap B$ (iii) A' (iv) B' (v) $(A \cup B')$
(vi) $(A \cap B)'$

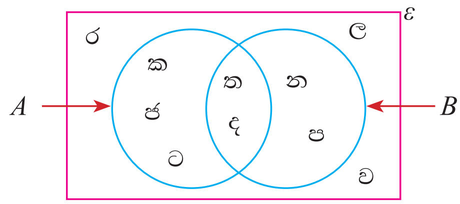
(*b*) ඉහත (*a*) හි (i), (ii), (iii), (iv), (v), (vi) වලින් දැක්වෙන කුලක වෙන වෙනම වෙන් රූප සටහනක අඳුරු කර දක්වන්න.

4. $\varepsilon = \{ a, b, c, d, e, f, g, h \}$ ද
$A = \{ a, b, c, d, e \}$ ද
$B = \{ a, c, d, f, g \}$ ද නම්,

(*a*) මෙම කුලක සුදුසු වෙන් රූපයක ඇතුළත් කරන්න.
(*b*) වෙන් රූපය ඇසුරින් පහත සඳහන් එක එකෙහි අවයව ලැයිස්තුගත කිරීමෙන් ලියා දක්වන්න.

(i) $A \cup B$ (ii) $A \cap B$ (iii) A' (iv) $(A \cup B)'$ (v) $A' \cap B$

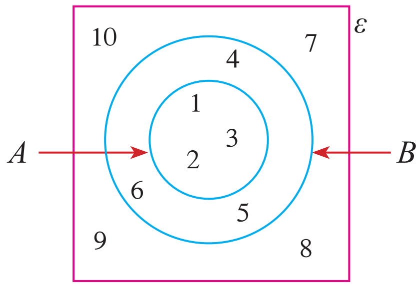
5. පහත දැක්වෙන වෙන් රූපය ඇසුරින්,



(*a*) (i) A (ii) B (iii) $A \cup B$ (iv) $A \cap B$
(v) $(A \cup B)'$ (vi) $A' \cap B$
අවයව ලැයිස්තුගත කිරීමෙන් ලියා දක්වන්න.

(*b*) (i) $n(A \cup B)$ (ii) $n(A \cup B)'$ (iii) $n(\varepsilon)$
අගය සොයන්න.

6.



(a) දී ඇති වෙන් සටහන ඇසුරින් පහත දක්වා ඇති එක් එක් කුලකයේ අවයව ලියා දක්වන්න.

(i) A (ii) B (iii) $A\cup B$ (iv) $A\cap B$

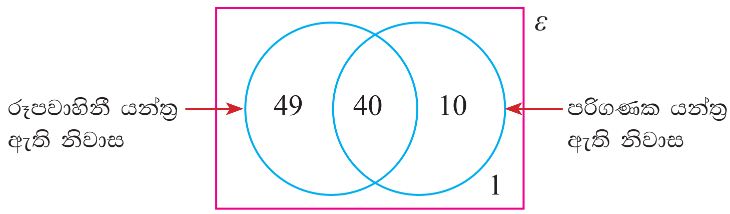
(v) A' (vi) B' (vii) $A'\cap B$

(b) දී ඇති වෙන් සටහන ඇසුරින්

(i) $n(\varepsilon)$ (ii) $n(A\cup B)$ (iii) $n(A\cap B)$ හි

අගය සොයන්න.

7. එක්තරා ගමක නිවාසවල ඇති රූපවාහිනී යන්ත්‍ර සහ පරිගණක යන්ත්‍ර පිළිබඳ ලබා ගත් තොරතුරු පහත වෙන් සටහනේ දක්වා ඇත. මෙහි දක්වා ඇති සංඛ්‍යාවලින් අදාළ නිවාස ගණන නිරූපණය වේ.



මෙම වෙන් සටහන ඇසුරින් පහත ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සපයන්න.

(i) රූපවාහිනී යන්ත්‍ර ඇති නිවාස ගණන කොපමණ ද?

(ii) පරිගණක යන්ත්‍ර ඇති නිවාස ගණන කොපමණ ද?

(iii) රූපවාහිනී යන්ත්‍ර සහ පරිගණක යන්ත්‍ර දෙවර්ගය ම ඇති නිවාස ගණන කොපමණ ද?

(iv) රූපවාහිනී යන්ත්‍ර හෝ පරිගණක යන්ත්‍ර හෝ නොමැති නිවාස ගණන කොපමණ ද?

(v) ගමේ ඇති මුළු නිවාස ගණන කොපමණ ද?

සාරාංශය

- A හා B පරිමිත කුලක දෙකක් විට, $n(A\cup B) = n(A) + n(B) - n(A\cap B)$

3 වර්ගමූලය

මෙම පාඩම අධ්‍යයනය කිරීමෙන් ඔබට,
- පූර්ණ වර්ග සංඛ්‍යාවක වර්ගමූලය සාධාරණ ක්‍රමයෙන් සෙවීමට,
- පූර්ණ වර්ගයක් නොවන සංඛ්‍යාවක වර්ගමූලය දශම ස්ථාන දෙකකට සාධාරණ ක්‍රමයෙන් සෙවීමට,
- දශම සංඛ්‍යාවක වර්ගමූලය දශම ස්ථාන දෙකකට සාධාරණ ක්‍රමයෙන් සෙවීමට

හැකියාව ලැබේ.

3.1 වර්ගය

යම් සංඛ්‍යාවක් එම සංඛ්‍යාවෙන් ම ගුණ කළ විට ලැබෙන ගුණිතය එහි වර්ගය ලෙස හඳුන්වයි. 1 සිට 12 තෙක් සංඛ්‍යාවල වර්ග පහත දැක්වේ.

සංඛ්‍යාව	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
වර්ගය	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100	121	144

පූර්ණ වර්ගය

යම් සංඛ්‍යාවක් පූර්ණ සංඛ්‍යාවක වර්ගයක් වේ නම් එම සංඛ්‍යාව පූර්ණ වර්ගයක් ලෙස නම් කරයි. ඉහත වගුවේ දෙවන පේළියේ පූර්ණ වර්ග සංඛ්‍යා පෙන්නුම් කරයි.

වර්ගමූලය

යම් සංඛ්‍යාවක් තවත් සංඛ්‍යාවක වර්ගයක් වේ නම් දෙවනුව සඳහන් කළ සංඛ්‍යාවට පළමු සංඛ්‍යාවේ වර්ගමූලය යැයි කියනු ලැබේ. වෙනත් අයුරින් දැක්වුවහොත් යම් සංඛ්‍යාවක් සමාන සාධක දෙකක ගුණිතයක් ලෙස ලිවිය හැකි නම් එම සාධකය පළමු සංඛ්‍යාවේ වර්ගමූලය වේ. වර්ගමූලය දැක්වීම සඳහා " $\sqrt{}$ "සංකේතය භාවිත කරයි.

නිදසුන 1

සමචතුරස්‍රාකාර මල් පාත්තියක පැත්තක දිග 4 mකි. මල් පාත්තියේ වර්ගඵලය සොයන්න.

මල් පාත්තියේ වර්ගඵලය $= 4\text{ m} \times 4\text{ m}$
$= 16\text{ m}^2$

$16 = 4 \times 4$
$\sqrt{16} = 4$

නිදසුන 2

$\sqrt{100}$ සොයන්න.

$100 = 10 \times 10$

$100 = 10^2$

$\sqrt{100} = 10$

නිදසුන 3

$\sqrt{36}$ සොයන්න.

$36 = 6 \times 6$

$36 = 6^2$

$\sqrt{36} = 6$

නිදසුන 4

$\sqrt{\frac{9}{4}}$ සොයන්න.

$\frac{9}{4} = \frac{3}{2} \times \frac{3}{2}$

$\frac{9}{4} = \left(\frac{3}{2}\right)^2$

$\sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2}$

මේ අනුව, 1, 4, 9, 16, 25, 36 වැනි සංඛ්‍යාවල වර්ගමූලය සාධක දැනුමින් පහසුවෙන් සෙවිය හැකි ය.

උදා: $\sqrt{1} = 1$ $\sqrt{4} = 2$

$\sqrt{9} = 3$ $\sqrt{16} = 4$

පූර්ණ වර්ග සංඛ්‍යාවක වර්ගමූලය ප්‍රථමක සාධක මගින් පහසුවෙන් සෙවිය හැකි ය. මෙහිදී සංඛ්‍යාව ප්‍රථමක සාධකවල ගුණිතයක් ලෙස ප්‍රකාශ කරගත යුතු ය.

නිදසුන 5

$\sqrt{36}$ සොයන්න.

$36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$

$36 = (2 \times 3) \times (2 \times 3)$

$36 = (2 \times 3)^2$

$\sqrt{36} = 2 \times 3$

$\sqrt{36} = 6$

2	36
2	18
3	9
3	3
	1

3.2 පූර්ණ වර්ග සංඛ්‍යාවක වර්ගමූලය සෙවීමේ සාධාරණ ක්‍රමය

පහත දැක්වෙන ක්‍රමය මගින් ඕනෑ ම ධන තාත්වික සංඛ්‍යාවක වර්ගමූලය සෙවිය හැකි ය. මෙය වර්ගමූලය සෙවීමේ සාධාරණ ක්‍රමය ලෙස හඳුන්වයි.

$\sqrt{625}$ සොයමු

පියවර 1 - දී ඇති සංඛ්‍යාවේ අග සිට ඉලක්කම් යුගලය බැගින් වෙන් කරන්න.

6, 25

පියවර 2 - ඉහත සංඛ්‍යාවේ මුලට එන ඉලක්කම හෝ ඉලක්කම් දෙකේ සංඛ්‍යාවට වඩා කුඩාවන ආසන්නත ම පූර්ණ වර්ග සංඛ්‍යාවේ වර්ගමූලය පහත දී ඇති ආකාරයට ඉර උඩ සහ වර්ගමූල ලකුණු ඉදිරියෙන් ලියන්න.

```
     2
2 | 6, 25
  |
```

පියවර 3 - පසුව එම සංඛ්‍යා දෙකේ ගුණිතය (2 × 2) සංඛ්‍යාවේ මුල් ඉලක්කමට යටින් ලියා අඩු කරන්න.

```
   2
2 |6, 25
  |4
  |----
  |2
```

පියවර 4 - සංඛ්‍යාවේ මුල් ඉලක්කමට දකුණුපස ඇති ඉලක්කම් යුගලය අඩු කළ විට ලැබුණු 2 ඉදිරියෙන් ලියන්න.

```
   2
2 |6, 25
  |4
  |----
4 |2 25
```

පියවර 5 - ඉර උඩින් ඇති සංඛ්‍යාව (2), 2න් ගුණකර ලැබෙන අගය 4, 225 ඉදිරියෙන් ලියන්න.

පියවර 6 - 225 හෝ ඊට ආසන්න ම සංඛ්‍යාව ලැබෙන පරිදි ඉර උඩ ඇති සංඛ්‍යාවත් 4ත් දසස්ථානය වන පරිදි එකස්ථානයට ගැළපෙන සංඛ්‍යාව වූ 5 ලියා එයින් 45 ගුණ කොට 225 යටින් ලියා අඩු කරන්න.

```
       2  5
   2 |6, 25
     |4  ------> (2 × 2)
     |----
     |2 25
  45 |2 25 ----> (5 × 45)
     |-----
     |    0
```

ඒ අනුව, $\sqrt{625} = 25$

පහත දී ඇති නිදසුන මගින් සාධාරණ ක්‍රමය අනුව පූර්ණ වර්ග වන සංඛ්‍යාවක වර්ගමූලය සොයන ආකාරය පැහැදිලි කර ගත හැකි ය.

නිදසුන 1

16384 හි වර්ගමූලය සොයන්න.

```
                 1  2  8
          1   |1,63,84   ------> (අග සිට ඉලක්කම් යුගල් වෙන් කිරීම)
              |1         ------> (1 × 1)
              |----
  ×2     22   |  63      ------> (ඊළඟ ඉලක්කම් යුගල් වෙන් කිරීම)
  22          |  44      ------> (22 × 2)
              |-----
  ×2    248   |  1984    ------> (අඩුකර ඉතිරි ඉලක්කම් යුගලය ගෙන ඒම)
  248         |  1984    ------> (248 × 8)
              |  -----
              |     0
```

ඒ අනුව, $\sqrt{16384} = 128$

3.3 පූර්ණ වර්ගයක් නොවන සංඛ්‍යාවක වර්ගමූලය

මෙහිදී පූර්ණ වර්ග සංඛ්‍යාවක වර්ගමූලය සෙවීමේදී සිදුකළ පියවර අනුගමනය කරන්න.

බෙදාගෙන යාමේදී සංඛ්‍යාවක් ඉතිරි වූ පසු එම සංඛ්‍යාවේ දකුණුපසට බිංදු යුගලයක් යොදා නැවත බෙදන්න.

නිදසුන 1

$\sqrt{245}$ හි වර්ගමූලය සොයන්න.

```
          1   5.  65
      1 | 2, 45. 00, 00
        | 1
     25 | 1 45
        | 1 25
    306 |   2000
        |   1836
   3125 |     16400
        |     15625
                775
```

ඒ අනුව, $\sqrt{245} = 15.65$ (දශම ස්ථාන දෙකකට)

3.4 දශම සංඛ්‍යාවක වර්ගමූලය සෙවීම

- දශම තිතේ සිට වම් පසටත්, දකුණු පසටත් ඉලක්කම් යුගල වෙන් කරන්න.
- වර්ගමූලය සෙවීමේදී සිදුකළ පියවර අනුගමනය කරන්න.

නිදසුන 1

$\sqrt{8.765}$ හි වර්ගමූලය සොයන්න.

(2 × 2) → 49
(ස්ථාන දෙකටම 9 යෙදීම)

(29 × 2) → 586
(ස්ථාන දෙකටම 6 යෙදීම)

```
       2. 96
    2 | 8.7650
      | 4
   49 | 4 76
      | 4 41
  586 |   3550
      |   3516
            34
```

ඒ අනුව, $\sqrt{8.765} = 2.96$

3.1 අභ්‍යාසය

1. (i) පූර්ණ වර්ග සංඛ්‍යා යනු මොනවා ද? ඒ සඳහා නිදසුන් 2ක් දෙන්න.
   (ii) යම් සංඛ්‍යාවක වර්ගමූලය යනු කුමක්දැයි සරලව දක්වන්න.
   (iii) $\sqrt{25}$, $\sqrt{16}$, $\sqrt{64}$, $\sqrt{100}$ යන සංඛ්‍යාවල අගය සොයන්න.

2. පහත දැක්වෙන එක් එක් සංඛ්‍යාවේ වර්ගමූලය ප්‍රථමක සාධක මගින් සොයන්න.
   (i) 36 (ii) 144 (iii) 196 (iv) 225 (v) 256

3. සාධාරණ ක්‍රමයෙන් මෙම පූර්ණ සංඛ්‍යාවල වර්ගමූලය සොයන්න.
   (i) 169 (ii) 289 (iii) 529 (iv) 1936 (v) 5184

4. සාධාරණ ක්‍රමයෙන් වර්ගමූලය දශමස්ථාන දෙකකට සොයන්න.
   (i) 34 (ii) 92 (iii) 76 (iv) 2 (v) 3
   (vi) 7 (vii) 440 (viii) 521 (ix) 5845 (x) 25332

5. පහත දී ඇති දශම සංඛ්‍යාවල වර්ගමූලය වරහන තුළ ඇති දශම ගණනට සොයන්න.
   (i) 12.5 (2) (ii) 38.146 (4) (iii) 93.95 (3) (iv) 105.6 (2)
   (v) 4.997 (4) (vi) 16.08 (3) (vii) 0.853 (4) (viii) 0.964 (4)
   (ix) 0.0158 (5) (x) 0.006 (4)

6. සමචතුරස්‍රාකාර ක්‍රීඩා පිටියක වර්ගඵලය වර්ග මීටර 5625ක් වේ. එහි පැත්තක දිග සොයන්න.

සාරාංශය

- යම් සංඛ්‍යාවක් එම සංඛ්‍යාවෙන් ම ගුණ කළ විට ලැබෙන ගුණිතය එහි වර්ගය ලෙස හඳුන්වයි.
- යම් සංඛ්‍යාවක් තවත් සංඛ්‍යාවක වර්ගයක් වේ නම් දෙවනුව සඳහන් කළ සංඛ්‍යාවට පළමු සංඛ්‍යාවේ වර්ගමූලය යැයි කියනු ලැබේ.

4 ත්‍රිකෝණ අංගසාම්‍යය

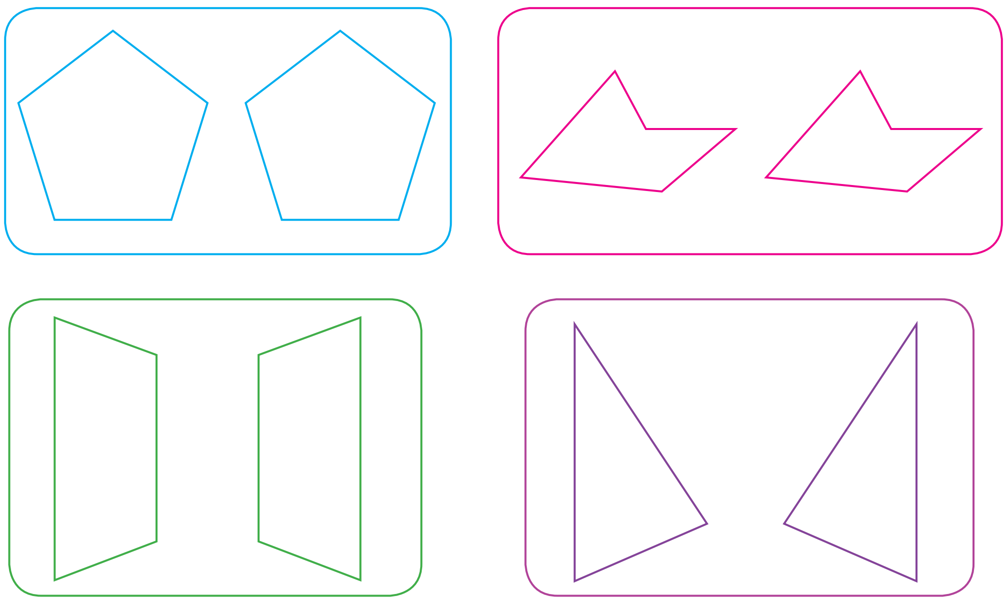
මෙම පාඩම අධ්‍යයනය කිරීමෙන් ඔබට,

- ත්‍රිකෝණ දෙකක් අංගසම වන අවස්ථා හඳුනා ගැනීමට,
- ත්‍රිකෝණ අංගසාම්‍යය භාවිතයෙන් ගැටලු විසඳීමට,

හැකියාව ලැබේ.

4.1 තල රූපවල අංගසාම්‍යය

සරල රේඛා ඛණ්ඩ පමණක් භාවිතයෙන් ඇඳ ඇති සංවෘත තල රූප, **සරල රේඛීය තල රූප** ලෙස හැඳින්වේ. පහත දැක්වෙන සරල රේඛීය තල රූප යුගල දෙස බලන්න.



එක් යුගලක ඇති එක් තල රූපයක් අනෙකට ප්‍රමාණයෙන් හා හැඩයෙන් සමාන වන බැවින් තල රූප දෙක එක මත එක සමපාත කළ හැකි ය. එනම් හරියට ම එක මත එක තැබිය හැකි ය.

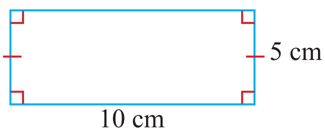
අවසාන රූප දෙකෙහි ඇති තල රූප යුගල හරියට ම එක මත එක තැබීමට පාර්ශ්වික අපවර්තනයකට භාජනය කළ යුතු ය. (උඩු පැත්ත යටි පැත්තට පෙරළීම)

එකිනෙකට සමපාත කළ හැකි තල රූප යුගලක් අංගසම තල රූප යුගලක් ලෙස හැඳින්වේ.

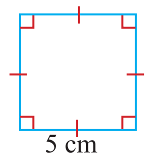
4.1 අභ්‍යාසය

1. පහත දැක්වෙන රූපවලින් අංගසම රූප යුගල තෝරන්න.

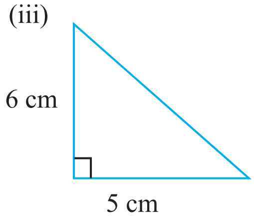
(i)



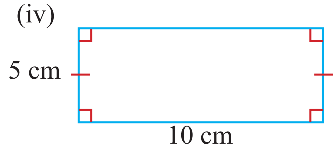
(ii)



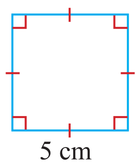
(iii)



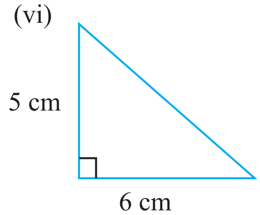
(iv)



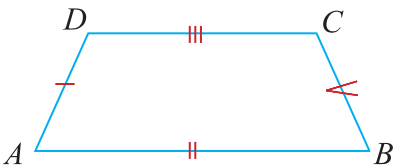
(v)

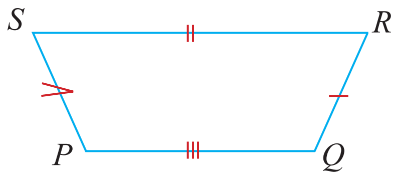


(vi)



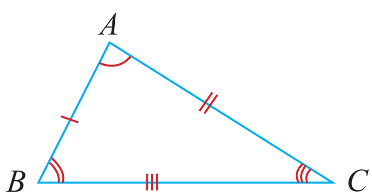
2. පහත සඳහන් තල රූප යුගල අංගසම වේ. ඒවායේ සමාන වන අනුරූප පාද ලියා දක්වන්න.

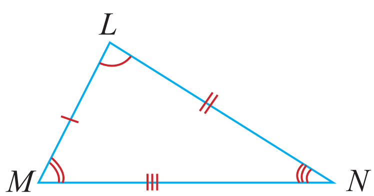




4.2 ත්‍රිකෝණ දෙකක අංගසාම්‍යය

ත්‍රිකෝණයකට පාද තුනක් හා කෝණ තුනක් ලෙස ප්‍රධාන අංග හයක් හඳුනාගත හැකි ය. පහත දැක්වෙන ABC සහ LMN ත්‍රිකෝණ දෙස බලමු.





ABC සහ LMN ත්‍රිකෝණ යුගලය අංගසම වේ නම් ඒවා එකක් මත අනෙක සමපාත කළ හැකි ය. එවිට පහත සඳහන් පරිදි කෝණ ද පාද ද සමපාත වන්නේ යැයි සිතමු.
AB පාදය LM පාදය සමඟ
BC පාදය MN පාදය සමඟ
CA පාදය NL පාදය සමඟ
BAC කෝණය MLN කෝණය සමඟ
ABC කෝණය LMN කෝණය සමඟ
BCA කෝණය MNL කෝණය සමඟ

එවිට, $AB = LM$
$BC = MN$
$CA = NL$
$B\hat{A}C = M\hat{L}N$
$A\hat{B}C = L\hat{M}N$
$B\hat{C}A = M\hat{N}L$ වේ.

හැඳින්වීමේදී AB ට අනුරූප පාදය LM ද BC ට අනුරූප පාදය MN ද CA ට අනුරූප පාදය NL ද ලෙස සඳහන් කරනු ලැබේ. එමෙන් ම BAC කෝණයට අනුරූප කෝණය MLN කෝණය ද ABC කෝණයට අනුරූප කෝණය LMN කෝණය ද BCA කෝණයට අනුරූප කෝණය MNL කෝණය ද ලෙස සඳහන් කරනු ලැබේ.

අනෙක් අතට ABC ත්‍රිකෝණයේ ප්‍රධාන අංග 6, LMN ත්‍රිකෝණයේ අනුරූප ප්‍රධාන අංග 6 ට සමාන වන විට එකක් අනෙක මත සමපාත කළ හැකි ය. එනම්, ABC හා LMN ත්‍රිකෝණ දෙක අංගසම වේ.
මෙම ප්‍රකාශය ගණිතයේදී කෙටියෙන් $ABC\Delta \equiv LMN\Delta$ ලෙස දැක්විය හැකි ය.
ත්‍රිකෝණ දෙකක් අංගසම වන බව " $\equiv$ " ලකුණ යොදා දක්වනු ලැබේ.

එනම්, එක් ත්‍රිකෝණයක අංග හය තවත් ත්‍රිකෝණයක අනුරූප අංග හයට සමාන වේ නම් එම ත්‍රිකෝණ දෙක අංගසම වේ යයි කියනු ලැබේ.

එලෙසම, අංගසම ත්‍රිකෝණවල අනුරූප අංග ද සමාන වේ.

4.3 ත්‍රිකෝණ අංගසම දැයි බැලීම

ඉහත සඳහන් කරන ලද ආකාරයට, ත්‍රිකෝණ යුගලයක් අංගසම වීමට එක් ත්‍රිකෝණයක අංග හය, තවත් ත්‍රිකෝණයක අංග හයට සමාන විය යුතු ය. කිසියම් නීතියකට අනුව අවම වශයෙන් තෝරා ගත් යම් අංග තුනක් පමණක් සමාන බව පෙන්වීම මගින් ත්‍රිකෝණ දෙක අංගසම බව තහවුරු කර ගත හැකි ය. නමුත් ත්‍රිකෝණයක ඕනෑ ම අංග තුනක් තවත් ත්‍රිකෝණයක ඕනෑ ම අංග තුනකට සමාන වූ පමණින් ත්‍රිකෝණ දෙක අංගසම නොවේ.

ත්‍රිකෝණ අංගසම වන අවස්ථා හතරක් පහතින් දක්වමු.

පළමු අවස්ථාව

ත්‍රිකෝණයක පාද දෙකක් හා අන්තර්ගත කෝණය, තවත් ත්‍රිකෝණයක පාද දෙකකට හා අන්තර්ගත කෝණයට සමාන වන අවස්ථාව

මෙහි එක් ත්‍රිකෝණයක පාද දෙකක් හා අන්තර්ගත කෝණයක් යොදා ගන්නා බැවින් මෙය පා.කෝ.පා. අවස්ථාව ලෙස කෙටියෙන් නම් කරමු.

දෙවන අවස්ථාව

ත්‍රිකෝණයක කෝණ දෙකක් හා පාදයක්, තවත් ත්‍රිකෝණයක කෝණ දෙකකට හා අනුරූප පාදයට සමාන වන අවස්ථාව

මෙහි එක් ත්‍රිකෝණයක කෝණ දෙකක් හා පාදයක් යොදා ගන්නා බැවින් මෙය කෝ.කෝ.පා. අවස්ථාව ලෙස කෙටියෙන් නම් කරමු.

තෙවන අවස්ථාව

ත්‍රිකෝණයක පාද තුන, තවත් ත්‍රිකෝණයක පාද තුනට සමාන වන අවස්ථාව

මෙහි එක් ත්‍රිකෝණයක පාද තුන යොදා ගන්නා බැවින් මෙය පා.පා.පා. අවස්ථාව ලෙස කෙටියෙන් නම් කරමු.

හතරවන අවස්ථාව

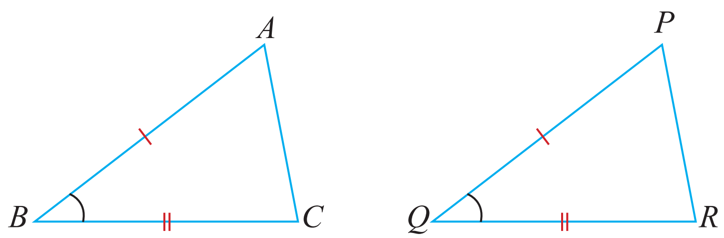
ඍජුකෝණික ත්‍රිකෝණයක කර්ණය සහ පාදයක් වෙනත් ඍජුකෝණික ත්‍රිකෝණයක කර්ණයට සහ පාදයකට සමාන වන අවස්ථාව

මෙහි එක් ඍජුකෝණික ත්‍රිකෝණයක කර්ණය සහ පාදයක් යොදා ගන්නා බැවින් මෙය කර්ණ.පා. අවස්ථාව ලෙස කෙටියෙන් නම් කරමු.

ඉහත සඳහන් අවස්ථා හතර පහත පරිදි එකින් එක විස්තර කරමු.

1. පා.කෝ.පා. අවස්ථාව

පහත දැක්වෙන ත්‍රිකෝණ දෙක සලකමු.



මෙහි ABC ත්‍රිකෝණයේ පාද දෙකක් සහ එම පාද දෙකෙන් අන්තර්ගත වූ කෝණය PQR ත්‍රිකෝණයේ පාද දෙකකට සහ එම පාද දෙකෙන් අන්තර්ගත වූ කෝණයට සමාන වේ. එනම්,

$AB = PQ$ (දී ඇත.)

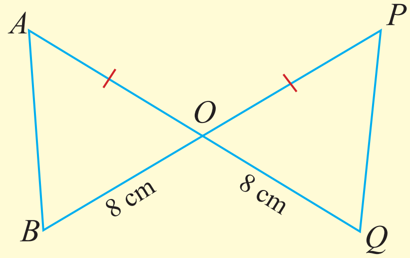
$A\hat{B}C = P\hat{Q}R$ (දී ඇත.)

$BC = QR$ (දී ඇත.)

$\therefore ABC\Delta \equiv PQR\Delta$ (පා.කෝ.පා. අවස්ථාව)

නිදසුන 1

රූපයේ දැක්වෙන තොරතුරු අනුව ABO ත්‍රිකෝණය සහ PQO ත්‍රිකෝණය අංගසම බව පෙන්වා $AB = PQ$ බව පෙන්වන්න.



$ABO\Delta$ සහ $PQO\Delta$ සලකමු.

$AO = OP$ (දත්තය)

$BO = OQ = 8$ cm (දත්තය)

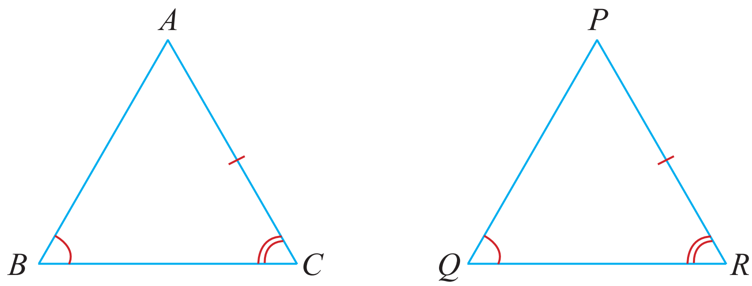
$A\hat{O}B = P\hat{O}Q$ (ප්‍රතිමුඛ කෝණ)

$\therefore ABO\Delta \equiv PQO\Delta$ (පා.කෝ.පා. අවස්ථාව)

අංගසම ත්‍රිකෝණවල අනුරූප අංග සමාන බැවින්, $AB = PQ$

2. කෝ.කෝ.පා. අවස්ථාව

පහත දැක්වෙන ත්‍රිකෝණ දෙක සලකමු.



එහි ABC ත්‍රිකෝණයේ කෝණ දෙකක් සහ පාදයක් PQR ත්‍රිකෝණයේ කෝණ දෙකකට සහ අනුරූප පාදයට සමාන වේ. එනම්,

$A\hat{B}C = P\hat{Q}R$ (දත්තය)

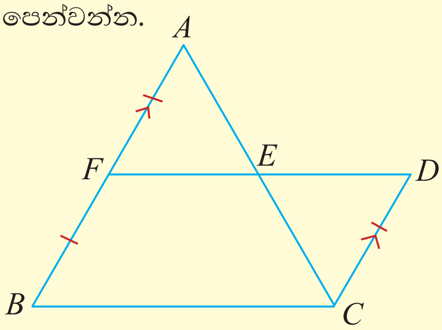
$A\hat{C}B = P\hat{R}Q$ (දත්තය)

$AC = PR$ (දත්තය)

$\therefore ABC\Delta \equiv PQR\Delta$ (කෝ.කෝ.පා. අවස්ථාව)

නිදසුන 2

ABC ත්‍රිකෝණයේ *AB* පාදයේ මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය *F* වේ. *BF*= *CD* හා *BF* // *CD* ද වේ. මෙම තොරතුරු හා රූපයේ දැක්වෙන තොරතුරු අනුව *AEF* ත්‍රිකෝණය සහ *CDE* ත්‍රිකෝණය අංගසම බව පෙන්වන්න.



$BF = FA$ (*AB* පාදයේ මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය *F* බැවින්)

$BF = CD$ (දත්තය)

$\therefore FA = CD$

$AEF\Delta$ සහ $CDE\Delta$ සලකමු.

$F\hat{A}E = E\hat{C}D$ (ඒකාන්තර කෝණ *AF*//*CD* බැවින්)

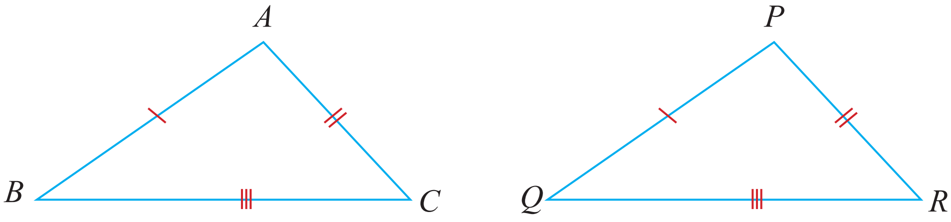
$A\hat{E}F = C\hat{E}D$ (ප්‍රතිමුඛ කෝණ)

$FA = CD$ (සාධිතයි.)

$\therefore AEF\Delta \equiv CDE\Delta$ (කෝ.කෝ.පා. අවස්ථාව)

3. පා.පා.පා. අවස්ථාව

පහත දැක්වෙන ත්‍රිකෝණ දෙක සලකමු.



එහි *ABC* ත්‍රිකෝණයේ පාද තුන *PQR* ත්‍රිකෝණයේ පාදවලට පහත පරිදි සමාන වේ.

$AB = PQ$ (දී ඇත.)

$BC = QR$ (දී ඇත.)

$AC = PR$ (දී ඇත.)

එනම්, *ABC* ත්‍රිකෝණයේ පාද තුන *PQR* ත්‍රිකෝණයේ පාද තුනට සමාන වන බැවින්,

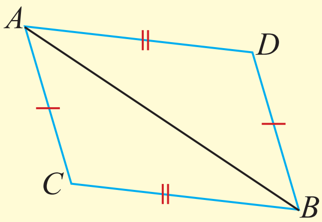
$ABC\Delta \equiv PQR\Delta$ (පා.පා.පා. අවස්ථාව)

සටහන

දී ඇති ත්‍රිකෝණ දෙකට අයත් සමාන වන අංග හේතු දක්වමින් සමාන බව පෙන්වමින් අංගසම වන අවස්ථාව ද සඳහන් කළ යුතු ය.

නිදසුන 3

රූපයේ දැක්වෙන තොරතුරු අනුව ABC ත්‍රිකෝණය සහ ABD ත්‍රිකෝණය අංගසම බව පෙන්වා $A\hat{C}B = A\hat{D}B$ බව පෙන්වන්න.



$ABC\Delta$ සහ $ABD\Delta$ සලකමු.

$AC = BD$ (දත්තය)

$BC = AD$ (දත්තය)

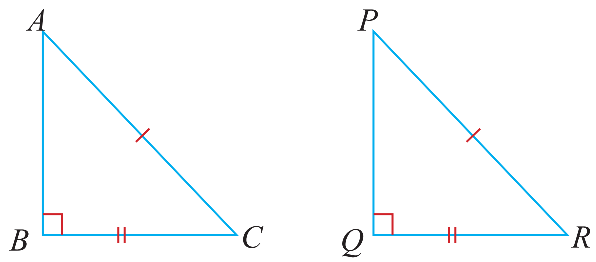
$AB = AB$ (පොදු පාදය)

$\therefore ABC\Delta \equiv ABD\Delta$ (පා.පා.පා. අවස්ථාව)

අංගසම ත්‍රිකෝණවල අනුරූප අංග සමාන බැවින්, $A\hat{C}B = A\hat{D}B$

4. කර්ණ.පා. අවස්ථාව

පහත දැක්වෙන ත්‍රිකෝණ දෙක සලකමු.



මෙහි ABC සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණයේ කර්ණය සහ පාදයක් PQR සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණයේ කර්ණයට සහ පාදයකට සමාන වේ.

$A\hat{B}C = P\hat{Q}R = 90^{o}$ (දත්තය)

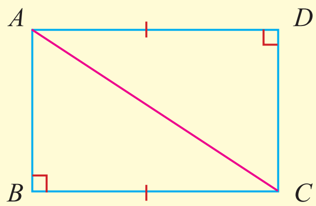
$AC = PR$ (දත්තය)

$BC = QR$ (දත්තය)

$\therefore ABC\Delta \equiv PQR\Delta$ (කර්ණ.පා. අවස්ථාව)

නිදසුන 4

රූපයේ දැක්වෙන තොරතුරු අනුව ABC ත්‍රිකෝණය සහ ACD ත්‍රිකෝණය අංගසම බව පෙන්වා $ABCD$ සෘජුකෝණාස්‍රයක් බව පෙන්වන්න.



$ABC\Delta$ සහ $ACD\Delta$ සලකමු.

$A\hat{B}C = A\hat{D}C = 90^{\circ}$ (දත්තය)

$BC = AD$ (දත්තය)

$AC = AC$ (පොදු පාදය)

$\therefore ABC\Delta \equiv ACD\Delta$ (කර්ණ.පා. අවස්ථාව)

අංගසම ත්‍රිකෝණවල අනුරූප අංග සමාන බැවින්, $A\hat{C}D = B\hat{A}C$ ——— (1)

තවද, $D\hat{A}C + A\hat{C}D + A\hat{D}C = 180^{\circ}$

$\therefore D\hat{A}C + A\hat{C}D + 90^{\circ} = 180^{\circ}$

$\therefore D\hat{A}C + A\hat{C}D = 90^{\circ}$

$D\hat{A}C + B\hat{A}C = 90^{\circ}$ ((1) මගින්)

$\therefore D\hat{A}B = 90^{\circ}$

$B\hat{C}D + C\hat{D}A + D\hat{A}B + A\hat{B}C = 360^{\circ}$ (චතුරස්‍රයක කෝණවල එකතුව)

$\therefore B\hat{C}D + 90^{\circ} + 90^{\circ} + 90^{\circ} = 360^{\circ}$

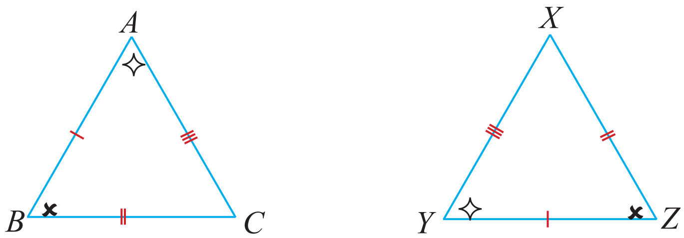
$B\hat{C}D = 360^{\circ} - 270^{\circ}$

$= 90^{\circ}$

$ABCD$ චතුරස්‍රයේ ශීර්ෂ කෝණ 90° බැවින්, $ABCD$ සෘජුකෝණාස්‍රයකි.

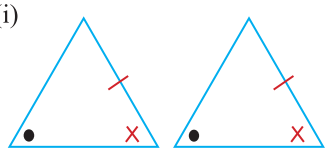
4.2 අභ්‍යාසය

1. පහත සඳහන් රූප යුගලය අංගසම වේ. ඒවායේ සමාන වන අනුරූප අංග ලියා දක්වන්න.

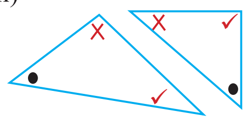


2. රූපවල දක්වා ඇති දත්ත අනුව පහත සඳහන් එක් එක් ත්‍රිකෝණ යුගල අතරින් අංගසම ත්‍රිකෝණ යුගල තෝරන්න. එම අංගසම අවස්ථාව ද සඳහන් කරන්න.

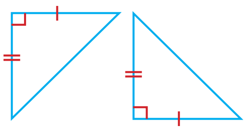
(i)



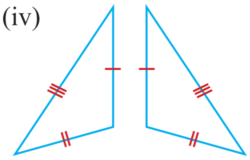
(ii)



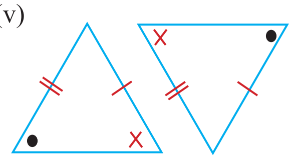
(iii)



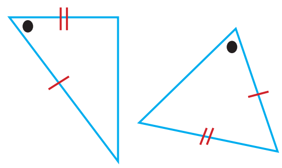
(iv)



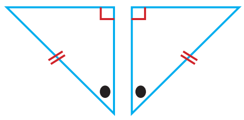
(v)



(vi)



(vii)



3. පහත සඳහන් ත්‍රිකෝණ යුගලවල දළ රූප සටහන් ඇඳ අංගසම ත්‍රිකෝණ යුගල තෝරා ඒවා අංගසම වන අවස්ථා ලියන්න.

(i) PQR හා XYZ ත්‍රිකෝණ යුගලයේ $PQ = YZ, PR = XY$ හා $Q\hat{P}R = X\hat{Y}Z$ වේ.

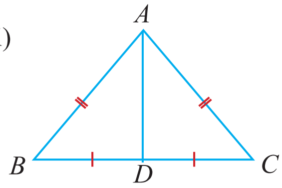
(ii) ABC හා KLM ත්‍රිකෝණ යුගලයේ $AC = KL, AB = LM$ හා $A\hat{B}C = K\hat{M}L = 90^{\circ}$ වේ.

(iii) PQR හා ABC ත්‍රිකෝණ යුගලයේ $P\hat{Q}R = A\hat{B}C$, $Q\hat{P}R = A\hat{C}B$ හා $P\hat{R}Q = C\hat{A}B$ වේ.

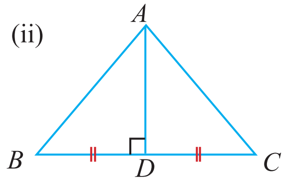
(iv) QRS හා TUV ත්‍රිකෝණ යුගලයේ $QR = TV, QS = UV$ හා $RS = TU$ වේ.

4 පහත දැක්වෙන එක් එක් රූපයේ ADB හා ADC ත්‍රිකෝණ යුගල අංගසම වන අවස්ථා ලියන්න.

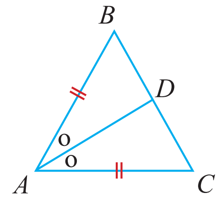
(i)



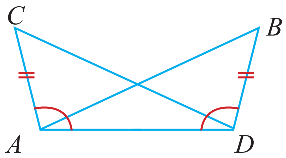
(ii)



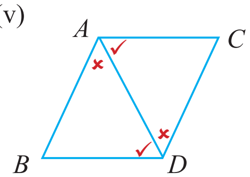
(iii)



(iv)



(v)



5. ABC ත්‍රිකෝණයේ BC හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය D වේ. $AD = DE$ වන සේ AD රේඛාව E දක්වා දිගු කර ඇත.
   (i) ABD හා DCE ත්‍රිකෝණ අංගසම බව පෙන්වන්න.
   (ii) ABD කෝණයට සමාන වන්නේ DCE ත්‍රිකෝණයේ කිනම් කෝණය ද?

6. PQR ත්‍රිකෝණයේ $PQ = PR$ වේ. QR ට ලම්බව PS ඇඳ ඇත්තේ QR මත S පිහිටන සේය.
   (i) PSR හා PSQ ත්‍රිකෝණ අංගසම බව පෙන්වන්න.
   (ii) QR හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය S බව පෙන්වන්න.

සාරාංශය

- ත්‍රිකෝණ යුගලක් අංගසම වන ප්‍රධාන අවස්ථා හතරක් ඇත.
- ත්‍රිකෝණ දෙකක් අංගසම වන බව " ≡ " ලකුණ යොදා දක්වනු ලැබේ.
- අංගසම ත්‍රිකෝණවල අනුරූප අංග සමාන වේ.

5 ශීඝ්‍රතාව

මෙම පාඩම අධ්‍යයනය කිරීමෙන් ඔබට,

- වේගය = $\frac{\text{දුර}}{\text{කාලය}}$ යන සම්බන්ධතාවය හඳුනා ගැනීමට,
- දුර, කාලය සහ වේගය සම්බන්ධ ගැටලු විසඳීමට

හැකියාව ලැබේ.

5.1 ශීඝ්‍රතාව

ශීඝ්‍රතාව යනු කාලයත් සමග වෙනස්වන රාශියක ඒකක කාලයක් තුළ වෙනස්වන ප්‍රමාණයයි.

A හා *B* නගර දෙකක් අතර ගමන් ගන්නා මෝටර් රථයක් සලකමු. මෙහිදී මෝටර් රථයේ ගමන ඒකාකාර වේගයෙන් සිදු නොවුන ද ශීඝ්‍රතාවයේදී සලකන්නේ එකම වේගයෙන් වාහනය ගමන් ගන්නා ලෙසයි.

මෝටර් රථයේ ශීඝ්‍රතාවය සේම තවත් උදාහරණ ලෙස ජල මීටරයේ ජලය නිකුත් කරන ශීඝ්‍රතාව, පා පැදියක රෝද කැරකැවෙන ශීඝ්‍රතාව, දුම්රියක් ධාවනය වන ශීඝ්‍රතාව ආදිය ශීඝ්‍රතාව සම්බන්ධ උදාහරණ වේ.

මෝටර් රථයක් ධාවනය වීමේ ශීඝ්‍රතාව ලෙස සලකන්නේ නිශ්චිත කාලයක් තුළ ගමන් කරන දුර ප්‍රමාණයයි. එලෙස සැලකීමේ දී, ගමන් කළ දුර, කාලයෙන් බෙදීමෙන් වේගයේ තරම ලබා ගනී. මෙය මධ්‍යක වේගය ලෙස හඳුන්වනු ලැබේ.

$$\text{වේගය} = \frac{\text{දුර}}{\text{කාලය}}$$

මෙහිදී දුර m හෝ km මගින් ද කාලය s හෝ h (තත්පර හා පැය) මගින් ද මනිනු ලබයි.

නිදසුන 1

A හා *B* නගර දෙක අතර දුර 160 km වේ. මෝටර් රථයක් *A* නගරයේ සිට *B* නගරය තෙක් යාමට පැය 4ක් ගත කරයි. මෝටර් රථය ගමන් කරන්නේ ඒකාකාර වේගයෙන් නම් මෝටර් රථයේ වේගය සොයන්න.

A හා *B* අතර දුර = 160 km
ගත වූ කාලය = 4 h

$$\text{මෝටර් රථයේ වේගය} = \frac{\text{මෝටර් රථය ගෙවා ගිය දුර}}{\text{මෝටර් රථයට ගත වූ කාලය}}$$

$$\text{වේගය} = \frac{160\ \text{km}}{4\ \text{h}}$$

$$= 40\ \text{kmh}^{-1}$$

මෙහි kmh^{-1} යන්න පැයට කිලෝමීටර ලෙස කියවනු ලබයි.

නිදසුන 2

ක්‍රීඩකයෙක් මීටර 400ක් දිවීම සඳහා තත්පර 20ක් ගත කරයි. ක්‍රීඩකයාගේ වේගය කොපමණ ද?

$$\frac{400\ \text{m}}{20\ \text{s}} = 20\ \text{ms}^{-1}$$

නිදසුන 3

A, *B* හා *C* නගර 3කි. *A* නගරය හා *C* නගරය අතර දුර 240 kmකි. *A* නගරය හා *B* නගරය අතර දුර 90 kmකි. බස් රථ 2ක් පිළිවෙළින් *A* සිට *C* දක්වා පැය 6කින් ද *A* සිට *B* දක්වා පැය 2කින් ද ගමන අවසන් කරයි.

(i) *A*, C අතර ගමන් ගත් බස් රථයේ මධ්‍යක වේගය සොයන්න.

$$= \frac{240\ \text{km}}{6\ \text{h}} = 40\ \text{kmh}^{-1}$$

(ii) *A* හා B අතර ගමන් ගත් බස් රථයේ මධ්‍යක වේගය සොයන්න.

$$= \frac{90\ \text{km}}{2\ \text{h}} = 45\ \text{kmh}^{-1}$$

නිදසුන 4

රියදුරෙක් මෝටර් රථයක් 20 kmh^{-1} ක වේගයෙන් පැයක කාලයක් ධාවනය කරන අතර ගමනාන්තය වන තෙක් ඉතිරි දුර 32 kmh^{-1} වේගයකින් මිනිත්තු 15ක් ගමන් කරයි. ඔහු ගමන නිම වන විට ඔහුගේ ගමනේ මධ්‍යක වේගය සොයන්න.

මුල් පැය තුළ ඔහු ගමන් කළ වේගය = 20 kmh^{-1}

මුල් පැය තුළ ගමන් කළ දුර = වේගය × කාලය
= 20 kmh^{-1} × 1 h
= 20 kmh^{-1} × 1 h
= 20 km

අවසාන මිනිත්තු 15 තුළ වේගය	$= 32\ \text{kmh}^{-1}$
මිනිත්තු 15 තුළ ගමන් කළ දුර	$=$ වේගය $\times$ කාලය
	$= 32\ \text{kmh}^{-1} \times \frac{1}{4}\text{h}$
	$= 32\ \text{kmh}^{-1} \times \frac{1}{4}\text{h}$
	$= 8\ \text{km}$
ඒ අනුව ගමන් කළ මුළු දුර	$= 20\ \text{km} + 8\ \text{km}$
	$= 28\ \text{km}$
මුළු ගමනට ගත වූ කාලය	$= 1 + \frac{1}{4}\text{h} = 1\frac{1}{4}\ \text{h}$
මධ්‍යක වේගය	$= \frac{\text{දුර}}{\text{කාලය}}$
	$= \frac{28\ \text{km}}{1\frac{1}{4}\ \text{h}}$
	$= 28\ \text{km} \div \frac{5}{4}\text{h}$
	$= 28 \times \frac{4}{5}\ \text{kmh}^{-1}$
	$= \frac{112}{5}\ \text{kmh}^{-1}$
	$= 22\frac{2}{5}\ \text{kmh}^{-1}$

$$\text{වේගය} = \frac{\text{දුර}}{\text{කාලය}}$$ සමීකරණය මගින්,

$$\text{දුර} = \text{වේගය} \times \text{කාලය}$$ ද,

$$\text{කාලය} = \frac{\text{දුර}}{\text{වේගය}}$$ යන සමීකරණ ලැබේ.

මේ අනුව,
වේගය සෙවීමට ඇති විට දුර, කාලයෙන් බෙදීමෙන් ද,
දුර සෙවීමට ඇති විට වේගය, කාලයෙන් ගුණ කිරීමෙන් ද,
කාලය සෙවීමට ඇති විට දුර, වේගයෙන් බෙදීමෙන් ද පිළිතුර ලබා ගත හැකි ය.

නිදසුන 5

යතුරු පැදියක් 80 km දුරක් පැය 2කින් ගමන් කරයි. යතුරු පැදිය ඒකාකාර වේගයෙන් ගමනේ යෙදුනේ යැයි සලකා, වේගය පැයට කිලෝමීටර කොපමණදැයි සොයන්න.

ගමනේ දුර $= 80$ km
ගත කළ කාලය $= 2$ h

වේගය $= \dfrac{80 \text{ km}}{2 \text{ h}}$
$= 40 \text{ km h}^{-1}$

5.1 අභ්‍යාසය

1. 25 ms^{-1} වේගයෙන් ගමන් කරන ඩ්‍රෝන කැමරාවක වේගය පැයට කිලෝමීටර කීය ද?
2. ක්‍රීඩකයෙකුට 400 m ධාවන තරගයක් නිම කිරීමට තත්පර 50ක් ගත විය. ඔහුගේ වේගය සොයන්න.
3. 36 kmh^{-1} වේගයෙන් ගමන් කරන වාහනයකට 144 km දුරක් යාමට ගතවන කාලය සොයන්න.
4. 28 kmh^{-1} වේගයෙන් ගමන් කරන පා පැදි කරුවෙක් පැය $2\frac{1}{4}$ කදී ගමන් කරන දුර සොයන්න.
5. 54 kmh^{-1} වේගයෙන් ගමන් කරන දුම්රියකට පුද්ගලයකු පසු කර යාමට තත්පර 5ක් ගත වේ. දුම්රියේ දිග සොයන්න.
6. දුම්රියක් P නම් දුම්රිය පොළේ සිට පිටත් වූයේ පෙ.ව 8.55ට ය. Q නම් දුම්රියපොළට ළඟාවන විට වේලාව පෙ.ව 11.40 වී තිබුණි. දුම්රියේ වේගය 36 kmh^{-1} නම් දුම්රිය පොළවල් දෙක අතර දුර සොයන්න.

සාරාංශය

- ශීඝ්‍රතාවය යනු කාලයත් සමග වෙනස්වන රාශියක ඒකක කාලයක් තුළ වෙනස්වන ප්‍රමාණයයි.
- වේගය $= \dfrac{\text{දුර}}{\text{කාලය}}$ වේ.

6 සමානුපාත

මෙම පාඩම අධ්‍යයනය කිරීමෙන් ඔබට,
- කාලයට හා මුදලට සමානුපාතිකව ලැබෙන ලාභය බෙදීමට,
- ප්‍රතිලෝම සමානුපාත හඳුනා ගැනීමට,
- ප්‍රතිලෝම සමානුපාත පිළිබඳ දැනුම භාවිතයෙන් වැඩ හා කාලය ආශ්‍රිත ගැටලු විසඳීමට,

හැකියාව ලැබේ.

2 හා 3 ශ්‍රේණිවලදී අනුපාත පිළිබඳ මූලික කරුණු අධ්‍යයනය කර ඇත. එම මූලික කරුණු නැවත මතකයට නගා ගැනීමට පහත අභ්‍යාසයට පිළිතුරු සපයන්න.

පුනරීක්ෂණ අභ්‍යාසය

1. කමල්ගේ වයස අවුරුදු 25ක් වන අතර නිමල්ගේ වයස අවුරුදු 35ක් වේ. දෙදෙනාගේ වයස් අතර අනුපාතය සොයන්න.

2. මහ කන්නයේ වී වගා කළ සිරිසේන ලැබූ ආදායම රුපියල් 45 000කි. සයිමන් එම කන්නයේ ලද ආදායම රුපියල් 20 000ක් විය. දෙදෙනාගේ ආදායම් අතර අනුපාතය සොයා එය සරල ම ආකාරයෙන් දක්වන්න.

3. පහත දැක්වෙන අනුපාතයන් භාග ලෙස දක්වන්න.
(i) 1 : 2 (ii) 7 : 3 (iii) 480 : 240

4. 2 : 5 අනුපාතයට තුල්‍ය වූ අනුපාත 3ක් ලියන්න.

5. රුපියල් 1500ක් A හා B අතර 2 : 3 අනුපාතයට බෙදන්න.

6. බදාම මිශ්‍රණයක් සැකසීමේදී සිමෙන්ති හා වැලි අතර අනුපාතය 1 : 6 ලෙස යොදා ගත්තේ නම් බදාම තාච්චි 42ක් සෑදීමට අවශ්‍ය වැලි හා සිමෙන්ති තාච්චි ගණන වෙන වෙන ම සොයන්න.

7. පවුල් 552ක් වාසය කරන ගමක බෞද්ධ, හින්දු සහ ඉස්ලාම් ආගම් අදහන පවුල් අතර අනුපාතය 5 : 2: 1 වේ නම් එහි බෞද්ධ පවුල් කීයක් වේ ද?

8. නිමල් සතු රුපියල් 58 000 ක මුදලක් සුනිල්, කමල් හා අමිල් අතර බෙදා දුන් විට සුනිල්ට හා කමල්ට ලැබුණු මුදල් අතර අනුපාතය 5 : 2 ද, කමල්ට හා අමිල්ට ලැබුණු මුදල් අතර අනුපාතය 3 : 4 ද වේ.
(i) ඔවුන් තිදෙනා අතර මුදල බෙදී ගිය අනුපාතය ලියා දක්වන්න.
(ii) ඔවුන්ට ලැබුණු මුදල් වෙන වෙන ම සොයන්න.

9. කේක් මිශ්‍රණයක් සැකසීමේදී සීනි හා පිටි 3 : 7 අනුපාතයට යොදා ගත්තේ නම් පිටි 28 kg කට සීනි කොපමණ ප්‍රමාණයක් මිශ්‍ර කළ යුතු ද?

6.1 කාලයට හා මුදලට සමානුපාතිකව ලැබෙන ලාභය බෙදීම

එකම කාලයකදී සමාන මුදල් ප්‍රමාණයන් යොදා ලාභය බෙදීම

නිදසුන 1

ව්‍යාපාරිකයින් දෙදෙනෙක් එකම දිනක රුපියල් 75 000 බැගින් මුදල් යොදා ව්‍යාපාරයක් ආරම්භ කරන ලදි. වර්ෂයක් අවසානයේ ලැබුණු ශුද්ධ ලාභය රුපියල් 60 000ක් නම් දෙදෙනාට ලැබෙන ලාභය වෙන වෙන ම සොයන්න.

යොදන ලද මුදල් අතර අනුපාතය = 75 000 : 75 000

= 1 : 1

මේ නිසා ලාභය දෙදෙනා අතර සමානව බෙදී යයි.

∴ එක් අයෙකුට ලැබෙන ලාභය $= \frac{1}{2} \times 60\,000$

= රුපියල් 30 000

එකම දිනක වෙනස් ප්‍රමාණයෙන් මුදල් යෙදු විට ලාභය බෙදීම

නිදසුන 2

සුපුන් රුපියල් 150 000ක් ද චාමර රුපියල් 200 000ක් ද එකම දිනක යොදා ව්‍යාපාරයක් ආරම්භ කරන ලදි. වර්ෂයක් අවසානයේදී රුපියල් 280 000 ක ශුද්ධ ලාභයක් ලැබුයේ නම් දෙදෙනාට ලැබෙන ලාභය වෙන වෙන ම සොයන්න.

සුපුන් යොදන ලද මුදල = රු. 150 000

චාමර යොදන ලද මුදල = රු. 200 000

සුපුන් හා චාමර යොදන ලද මුදල් අතර අනුපාතය = 150 000 : 200 000

= 3 : 4

∴ ලාභය බෙදිය යුතු අනුපාතය = 3 : 4

සුපුන්ට ලැබෙන ලාභය $=$ රු. $280\,000 \times \frac{3}{7}$

= රු. 120 000

චාමරට ලැබෙන ලාභය $=$ රු. $280\,000 \times \frac{4}{7}$

= රු. 160 000

වෙනස් කාලවලදී සමාන මුදල් ප්‍රමාණයන් ආයෝජනය කළ විට ලාභය බෙදීම

නිදසුන 3

ක්‍රිෂ්ණා රුපියල් 300 000ක් යොදා ව්‍යාපාරයක් ආරම්භ කළා ය. ඉන් මාස 3 කට පසු මහින්ද රුපියල් 300 000 යොදා එම ව්‍යාපාරයට හවුල් විය. වර්ෂයක් අවසානයේදී ලැබූ ශුද්ධ ලාභය රුපියල් 210 000ක් නම් දෙදෙනා අතර ලාභ බෙදී යන අන්දම සොයන්න.

මෙහිදි ක්‍රිෂ්ණා හා මහින්ද ව්‍යාපාරයට සමාන මුදල් ප්‍රමාණ යොදා ඇත. නමුත් මුදල් යොදා තිබූ කාලය වෙනස් ය. එබැවින් දෙදෙනා අතර ලාභය බෙදා ගත යුත්තේ කාලයට සමානුපාතිකව වේ.

ක්‍රිෂ්ණා මුදල් යෙදූ කාලය = මාස 12

මහින්ද මුදල් යෙදූ කාලය = මාස 9

ක්‍රිෂ්ණා හා මහින්ද මුදල් යෙදූ කාලය අතර අනුපාතය = 12 : 9

= 4 : 3

ක්‍රිෂ්ණාට ලැබෙන ලාභය $= \text{රු. } 210\,000 \times \frac{4}{7}$

= රු. 120 000

මහින්දට ලැබෙන ලාභය $= \text{රු. } 210\,000 \times \frac{3}{7}$

= රු. 90 000

ව්‍යාපාරයක් සඳහා ආයෝජනය කරන මුදල් ප්‍රමාණයන් සහ කාලයන් වෙනස් වූ විට ලාභය බෙදීම

නිදසුන 4

රාධිකා රුපියල් 500 000ක් යොදා ව්‍යාපාරයක් ආරම්භ කරන ලදි. ඊට මාස 6 කට පසු රුපියල් 250 000ක් යොදා චාන්දනී එම ව්‍යාපාරයට හවුල් විය. වර්ෂයක් අවසානයේ ලැබූ ශුද්ධ ලාභය රුපියල් 300 000ක් විය. ඔවුන් දෙදෙනාට ලැබෙන ලාභ මුදල් වෙන වෙන ම සොයන්න.

මෙහි රාධිකා හා චාන්දනී යෙදූ මුදල් ප්‍රමාණයන් ද, ව්‍යාපාරය තුළ මුදල් යෙදූ කාලය ද වෙනස් වේ. එබැවින් ලාභය බෙදීමේදී යෙදූ මුදල හා කාලය සැලකිල්ලට ගෙන ලාභය බෙදිය යුතු ය.

	යෙදූ මුදල (රුපියල්)	ව්‍යාපාරය තුළ මුදල යෙදූ කාලය	යෙදූ මුදල × යෙදූ කාලය
රාධිකා	500 000	මාස 12	500 000 × 12
චාන්දනී	250 000	මාස 6	250 000 × 6

රාධිකා හා චාන්දනී අතර ලාභය බෙදීයන අනුපාතය = 500 000 × 12 : 250 000 × 6

= 4 : 1

$\therefore$ රාධිකාට ලැබෙන ලාභය $= \text{රු. } 300\,000 \times \frac{4}{5}$

= රු. 240 000

චාන්දනීට ලැබෙන ලාභය $= \text{රු. } 300\,000 \times \frac{1}{5}$

= රු. 60 000

6.1 අභ්‍යාසය

1. ගුණපාල හා අමරපාල රුපියල් 250 000 බැගින් යොදා ව්‍යාපාරයක් ආරම්භ කරන ලදි. වර්ෂයක් අවසානයේ ලද ශුද්ධ ලාභය රුපියල් 200 000ක් නම් දෙදෙනාට ලාභ බෙදී යන ආකාරය වෙන වෙන ම දක්වන්න.

2. දුමිඳු රුපියල් 240 000ක් ද, කවිඳු රුපියල් 360 000ක් ද යොදා සබන් නිෂ්පාදන ව්‍යාපාරයක් ආරම්භ කරයි. වර්ෂයක් අවසානයේ ව්‍යාපාරයෙන් ලද ශුද්ධ ලාභය රුපියල් 300 000ක් නම් දෙදෙනාට ලැබෙන ලාභ මුදල් වෙන වෙන ම සොයන්න.

3. විමල් හා තරිඳු පහත වගුවේ දැක්වෙන පරිදි මුදල් ආයෝජනය කර නව ව්‍යාපාරයක් ආරම්භ කරන ලදි. වසරක් අවසානයේ ලැබූ ලාභය රුපියල් 170 000ක් නම් පහත දැක්වෙන තොරතුරු ද අදාළ කර ගනිමින් වගුවේ හිස්තැන් පුරවන්න.

නම	යෙදූ මුදල (රුපියල්)	කාලය (මාස)	මුදල × කාලය	දෙදෙනා අතර ලාභය බෙදී යන අනුපාතය	එක් එක් අයට ලැබුණු ලාභය
විමල්	180 000	12	....	....	....
තරිඳු	150 000	6	....	....	....

4. නුවන් රුපියල් 200 000ක් යොදා ව්‍යාපාරයක් ආරම්භ කළේය. ඉන් මාස 4කට පසු රුපියල් 200 000ක් යොදා රුවන් ද එම ව්‍යාපාරයට හවුල් විය. වර්ෂයක් අවසානයේ ලැබූ ශුද්ධ ලාභය රුපියල් 125 000ක් නම් දෙදෙනා අතර ලාභය බෙදී යන ආකාරය දක්වන්න.

5. රම්‍යා රුපියල් 250 000 ක මුදලක් ආයෝජනය කර නව විලාසිතා මධ්‍යස්ථානයක් ආරම්භ කරන ලදි. ඊට මාස 8 කට පසු කුමාරි රුපියල් 200 000 ක මුදලක් යොදා එම ව්‍යාපාරයට සම්බන්ධ විය. වර්ෂයක් අවසානයේ ශුද්ධ ලාභය රුපියල් 95 000ක් විය. එම ලාභය දෙදෙනා අතර යෙදූ මුදලට සහ මුදල් යෙදූ කාලයට සමානුපාතිකව බෙදා, දෙදෙනාට ලැබුණු ලාභය වෙන වෙන ම සොයන්න.

6. නිමල් රුපියල් 800 000ක් යොදා ව්‍යාපාරයක් ආරම්භ කරන ලදි. ඊට මාස 3 කට පසු සුනිල් රුපියල් 600 000ක් යොදා එම ව්‍යාපාරයට හවුල් විය. එමෙන් ම ඉන්දික ද මාස 6 කට පසු රුපියල් 200 000ක් යොදා ව්‍යාපාරයට හවුල් විය. වර්ෂය අවසානයේ රුපියල් 540 000 ක ශුද්ධ ලාභයක් ලැබුණි. තිදෙනා යෙදූ මුදල් හා මුදල් යෙදූ කාලයට සමානුපාතිකව ලාභය බෙදා, තිදෙනාට ලැබුණු ලාභ මුදල් වෙන වෙන ම සොයන්න.

7. යෝගට් නිෂ්පාදන ආයතනයක් ආරම්භ කළ සමන් හා උපුල් ආරම්භයේදී පිළිවෙළින් රුපියල් 125 000ක් හා රුපියල් 100 000 බැගින් මුදල් යොදන ලදි. මාස 4 කට පසු සිසිර ද රුපියල් 75 000ක් යොදා මෙම ව්‍යාපාරයේ හවුල්කරුවෙකු විය. වර්ෂය අවසානයේ ශුද්ධ ලාභය රුපියල් 110 000ක් විය. එම ලාභයෙන් $\frac{1}{4}$ ක් ව්‍යාපාරය සඳහා වෙන් කර, ඉතිරිය, ඔවුන් තිදෙනා යෙදූ මුදලට සහ මුදල් යෙදූ කාලයට සමානුපාතිකව බෙදා ගන්නා ලදි. එක් එක් අයට හිමිවන මුදල වෙන් වෙන් ව සොයන්න.

8. මනීෂ රුපියල් 180 000ක් යොදා ව්‍යාපාරයක් ඇරඹීය. ඊට මාස 2 කට පසු ප්‍රවීන් රුපියල් 120 000ක් යොදා ව්‍යාපාරයට හවුල් විය. ඊටත් මාස 2 කට පසු කවීෂ රුපියල් 240 000ක් යොදා ව්‍යාපාරයට හවුල් විය. වසරක් අවසානයේදී ශුද්ධ ආදායම ලෙස රුපියල් 176 000 ක මුදලක් ලැබුණි. එම ලාභය ඔවුන් යෙදූ මුදලටත්, මුදල් යොදා තිබූ කාලයටත් සමානුපාතිකව බෙදා ගන්නා ලදි.

(i) මනීෂ මුදල් යොදා තිබූ කාලය කොපමණ ද?
(ii) ප්‍රවීන් මුදල් යොදා තිබූ කාලය කොපමණ ද?
(iii) කවීෂ මුදල් යොදා තිබූ කාලය කොපමණ ද?
(iv) තිදෙනා අතර ලාභය බෙදිය යුතු අනුපාතය කුමක් ද?
(v) මනීෂට ලැබෙන ලාභය කොපමණ ද?

6.2 ප්‍රතිලෝම සමානුපාත

ප්‍රතිලෝම සමානුපාත පිළිබඳ අධ්‍යනයයේදී අනුලෝම සමානුපාත පිළිබඳ මතකය අවදි කර ගත යුතු වේ.

📖 එකම ඒකකයකින් දක්වා ඇති රාශින් 2ක් හෝ වැඩි ගණනක් අතර පවතින සංඛ්‍යාත්මක සම්බන්ධය අනුපාතයක් ලෙස හැඳින්වේ.

එමෙන් ම සමූහ 2ක් සංසන්දනයේදී සමූහ දෙකෙහි එක් එක් ගණන අතර සංඛ්‍යාත්මක සම්බන්ධතාවය ද අනුපාතයක් වේ.

අනුලෝම සමානුපාත

එකිනෙක වෙනස් රාශි දෙකක් එකම අනුපාතයකින් වැඩි වේ නම් හෝ අඩු වේ නම් එම රාශි අනුලෝම සමානුපාත ලෙස හැඳින්වේ.

අනුපාත හා අනුලෝම සමානුපාත පිළිබඳ ගැටලු මෙම පාඩමේදී ම අධ්‍යයනයේ යෙදුණි. දැන් අප පහත දැක්වෙන ගැටලුව සලකා බලමු.

a හා b යන රාශි 2 ක ගුණිතය 64 ලෙස සලකමු.
එනම් $a \times b = 64$

a	b	$a \times b$
1	64	64
2	32	64
4	16	64
8	8	64
16	4	64

මෙහි a හි අගය වැඩිවන විට b හි අගය අඩුවන බව පෙනේ. එමෙන්ම b හි අගය වැඩිවන විට a හි අගය අඩුවන බව ද පෙනේ. එමෙන් ම රාශි 2 හි ගුණිතය නියතයක් බව ද පෙනේ. මේ ආකාරයේ රාශි දෙකක් අතර සම්බන්ධතාව ප්‍රතිලෝම සමානුපාතයයි.

ප්‍රතිලෝම සමානුපාතයකදී සිදු වන්නේ, රාශි දෙකක් අතරින් එක් රාශියක් යම් අනුපාතයකට වැඩි වන විට අනෙක් රාශිය එම අනුපාතයටම අඩු වීම හෝ එක් රාශියක් යම් අනුපාතයකට අඩු වන විට අනෙක් රාශිය එම අනුපාතයටම වැඩි වීමයි.

රාශීන් දෙකක් අතර මෙවැනි සම්බන්ධතාවයක් පවතින ගැටලු ප්‍රායෝගික ජීවිතයේදී ද දැකිය හැකි ය. කිසියම් කාර්යයක් නිම කිරීමට ගතවන කාලය හා ඒ සඳහා අවශ්‍ය මිනිසුන් ප්‍රමාණය යන රාශි දෙක අතර එවැනි සම්බන්ධතාවයක් පවතී. උදාහරණයක් ලෙස කිසියම් කාර්යයක් නිම කිරීමට මිනිසුන් 5 දෙනෙකුට දින 4ක් ගත වේ නම්, මිනිසුන් 10 දෙනෙකු යෙද වූයේ නම් එම කාර්යයම දින 2කින් නිම කර ගත හැකි ය. එමෙන්ම මිනිසුන් 20 දෙනෙකු යෙද වූයේ නම් දින 1කින් නිම කර ගත හැකි ය. මෙහිදී මිනිසුන් ගණන වැඩි වන විට කාර්යය නිම කිරීමට ගතවන දින ගණන අඩුවන අතර එසේ වන්නේ රාශි දෙකේ ගුණිතය නියතයක් වන පරිදි ය. ඉහත උදාහරණයේ රාශි දෙකේ ගුණිතය සෑම විටම 20ක් වේ.

$$(20 = 4 \times 5 = 2 \times 10 = 1 \times 20)$$

වාහනයක වේගය හා යම් නිශ්චිත දුරක් යෑමට එයට ගතවන කාලය, ආහාර පරිභෝජනයට ගන්නා මිනිසුන් සංඛ්‍යාව හා නිවෙසක හෝ ගබඩාවක ඇති ආහාර අවසන් වීමට ගන්නා කාලය යන උදාහරණ මගින් ද ඉහත ආකාරයේ ප්‍රතිලෝම සමානුපාතික රාශි යුගල දැක් වේ.

නිදසුන 1

මිනිසුන් 6 දෙනෙකුට චෛත්‍යයක හුණු පිරියම් කිරීමට දින 15ක් ගතවන බවට ගණන් බලා ඇත. මිනිසුන් 10 දෙනෙකු එම කාර්යය සඳහාම යොදවයි නම් චෛත්‍යයේ හුණු පිරියම් කර අවසන් වීමට දින කීයක් ගත වේ ද?

මිනිසුන් 6 දෙනෙකුට ගතවන කාලය දින 15 කි.
මිනිසුන් 10 දෙනෙකුට ගතවන දින x යැයි සිතමු.
මිනිසුන් ප්‍රමාණය වැඩිවන විට වැඩය නිම කිරීමට ගතවන කාලය අඩු වේ. එසේ වන්නේ, (මිනිසුන් ගණන × නිම කිරීමට ගත වන කාලය) සෑම විටම නියතයක් වන පරිදි ය.

$$6 \times 15 = 10 \times x$$

(6 – මිනිසුන් ගණන; 15 – දින ගණන; 10 – මිනිසුන් ගණන; x – දින ගණන)

$$\therefore \frac{6 \times 15}{10} = x$$

$$9 = x$$

∴ මිනිසුන් 10 දෙනෙකුට චෛත්‍යයේ හුණු පිරියම් කිරීමට ගතවන කාලය දින 9කි.

නිදසුන 2

ධීවර නෞකාවක් ධීවරයින් 30ක් සමඟ දින 20 කට ප්‍රමාණවත් ආහාර ගබඩා කර ගෙන පිටත්වීමට නියමිතව තිබුණි. නමුත් පිටත්වීමේදී තවත් ධීවරයින් 10 දෙනෙකු ගමනට එක්වූහ. දැන් නෞකාවේ ඇති ආහාර දින කීයකට ප්‍රමාණවත් වේ ද?

ධීවරයින් 30 කට දින 20ක් සඳහා ආහාර පවතී.
ධීවරයින් 40කට දින x සඳහා එම ආහාර ප්‍රමාණය ප්‍රමාණවත් යැයි සිතමු.
ධීවරයින් ප්‍රමාණය වැඩි වන විට ආහාර පරිභෝජනයට ගත හැකි දින ගණන අඩු වේ. එසේ වන්නේ, (ධීවරයින් ගණන × ආහාර අවසන් වීමට යන දින ගණන) සැම විටම නියතයක් වන පරිදි ය.

$$\therefore\ 30 \times 20 = 40 \times x$$

$$x = \frac{30 \times 20}{40}$$

$$x = 15$$

∴ ධීවරයින් 40 දෙනා සඳහා ආහාර ප්‍රමාණවත් වන දින ගණන 15කි.

6.2 අභ්‍යාසය

1. පහත දැක්වෙන එක් එක් සමානුපාතය අනුලෝම සමානුපාතිකයක් ද නැතහොත් ප්‍රතිලෝම සමානුපාතිකයක් ද යන්න පැහැදිලි කරන්න.
   (i) කිසියම් කාර්යයක් සඳහා අවශ්‍ය මිනිසුන් ගණන හා එම කාර්යයට ගත වන කාලය
   (ii) ආයතනයක කම්කරුවන් සංඛ්‍යාව හා ඔවුන් වෙත ගෙවනු ලබන වැටුප් ප්‍රමාණය
   (iii) පන්තියක සිටින සිසුන් සංඛ්‍යාව හා සිසුන්ට සපයනු ලබන පුටු සංඛ්‍යාව
   (iv) වාහනයේ වේගය හා ගමනාන්තය දක්වා යාමට ගතවන කාලය

2. ගෙවත්තක් පිරිසිදු කිරීමට කාන්තාවන් දෙදෙනෙකුට දින 8ක් ගත වේ. කාන්තාවන් 4 දෙනෙකුට මේ සඳහා ගතවන කාලය කොපමණ ද?

3. මිනිසුන් 6 දෙනෙකුට දින 4 කදී නිම කළ හැකි වැඩක් නිම කිරීමට මිනිසුන් 8 දෙනෙකුට දින කීයක් ගතවේ ද?

4. තාප්පයක් බැඳීමට මිනිසුන් 8 දෙනෙකුට දින 6ක් ගත වේ. එම කාර්යය දින 4 කින් නිම කිරීමට මිනිසුන් කී දෙනෙක් යෙදිය යුතු ද?

5. නේවාසිකාගාරයක සිසුන් 12 කට දින 6 කට ප්‍රමාණවත් ආහාර ඇත. සිසුන් 9 දෙනෙකුට එම ආහාර දින කියකට ප්‍රමාණවත් ද?

6. කේක් නිෂ්පාදන කරන ආයතනයක සේවයේ යෙදෙන කම්කරුවන් 3ක් දිනකට පැය 6 බැගින් වැඩකර නියමිත කේක් ප්‍රමාණය සෑදීමට දින 4ක් ගත කරයි. ඔවුන් වැඩ කරන පැය ගණන තවත් පැය 2කින් වැඩි කළ විට දින කීයකින් නියමිත කේක් ගණන සෑදිය හැකි ද?

7. උපුල් හා පියල් A නගරයේ සිට B නගරය කරා ගමන් කරයි. උපුල් 50 kmh^{-1} වේගයෙන් ගමන් කර පැය 3 දී ගමන අවසන් කරයි. නමුත් පියල් එම ගමන නිම කිරීමට පැය 2ක කාලයක් ගන්නා ලදි. පියල් ගමන් කළ වේගය කොපමණ ද?

8. දිනකට පැය 6 බැගින් වැඩ කරන මිනිසුන් 12 කට යම් කාර්යයක් නිම කිරීමට දින 10ක් ගත වේ. දිනකට පැය 8 බැගින් වැඩ කරන මිනිසුන් 5 දෙනෙකුට එම වැඩය නිම කිරීමට ගතවන කාලය දින කීය ද?

සාරාංශය

- එකිනෙක වෙනස් රාශි දෙකක් එකම අනුපාතයකින් වැඩි වේ නම් හෝ අඩු වේ නම් එම රාශි අනුලෝම සමානුපාත ලෙස හැඳින්වේ.
- ප්‍රතිලෝම සමානුපාතයකදී සිදු වන්නේ, රාශි දෙකක් අතරින් එක් රාශියක් යම් අනුපාතයකට වැඩි වන විට අනෙක් රාශිය එම අනුපාතයටම අඩු වීම හෝ එක් රාශියක් යම් අනුපාතයකට අඩු වන විට අනෙක් රාශිය එම අනුපාතයටම වැඩි වීමයි.

7 භාග

මෙම පාඩම අධ්‍යයනය කිරීමෙන් ඔබට,
- එදිනෙදා ජීවිතයේ භාග භාවිත වන අවස්ථා විග්‍රහ කිරීමට,
- භාග ඇසුරින් එදිනෙදා ජීවිතයට සම්බන්ධ ගැටලු විසඳීමට

හැකියාව ලැබේ.

7.1 භාග හැඳින්වීම

ක්‍රියාකාරකම 1

හිස්තැන් සම්පූර්ණ කරන්න.

1. භාගයක් යනු .... කිසියම් කොටසකි.
2. භාගයක් යනු ඒකකයකින් .... එය සංඛ්‍යාත්මක ව .... ලෙස දැක්විය හැකි ය.
3. තත්‍ය භාගයක් ලෙස හැඳින්වෙන්නේ ලවයෙහි අගයට වඩා හරයෙහි අගය .... සංඛ්‍යා ය. උදා: ....
4. .... එකක් වූ භාග ඒකක භාග ලෙස හැඳින්විය හැකි ය. උදා: ....
5. විෂම භාග ලෙස හැඳින්වෙන්නේ .... වඩා .... අඩු සංඛ්‍යා ය. උදා: ....
6. මිශ්‍ර සංඛ්‍යා සැකසෙන්නේ පූර්ණ සංඛ්‍යාවකට භාග සංඛ්‍යාවක් .... වීමෙනි. උදා: ....

7.1 අභ්‍යාසය

1. පහත දැක්වෙන භාග තත්‍ය භාග, විෂම භාග සහ මිශ්‍ර සංඛ්‍යා ලෙස සමූහ තුනකට වෙන් කර දක්වන්න.

$$\frac{5}{8},\ \frac{2}{3},\ \frac{1}{11},\ \frac{17}{14},\ 8\frac{5}{7},\ \frac{10}{7},\ 2\frac{5}{9},\ \frac{1}{13},\ \frac{4}{17}$$

2. $\frac{1}{8}$ තත්‍ය භාගයක් බව නිසඳි පවසයි. නමුත් සහන් පවසන්නේ එය ඒකක භාගයක් බවයි. ඔබ එකඟවන්නේ මින් කවර ප්‍රකාශය සමඟ ද හේතු දක්වන්න.

7.2 තුල්‍ය භාග

ක්‍රියාකාරකම 2

1. හිස්තැන් පුරවන්න.

(i) $\frac{2}{3}\frac{\times\square}{\times\square}=\frac{\square}{12}$ (ii) $\frac{27}{81}\frac{\square}{\square}\frac{3}{3}=\frac{9}{\square}$ (iii) $\frac{\square\times}{\square\times}\frac{4}{4}=\frac{8}{100}$ (iv) $\frac{12}{16}\frac{\square}{\square}\frac{\square}{\square}=\frac{3}{\square}$

ඉහත ක්‍රියාකාරකම අනුව පැහැදිලි වන්නේ කිසියම් භාගයක හරයත් ලවයත් යන දෙක ම එකම නියත අගයකින් ගුණ වීමෙන් හෝ බෙදීමෙන් එයට අගයෙන් සමාන එනම් තුල්‍ය වන භාගයක් සකස් වන බවයි.

මෙලෙස සකස්වන භාග තුල්‍ය භාග ලෙස හැඳින්විය හැකි ය. බෙදීම මගින් තුල්‍ය භාග සකස් කිරීමේ දී එහි හරයටත් ලවයටත් පොදු සාධක තිබිය යුතු ය.

7.2 අභ්‍යාසය

1. පහත දැක්වෙන භාග සඳහා තුල්‍ය භාග දෙක බැගින් ලියා දක්වන්න.

(i) $\frac{7}{8}$ (ii) $\frac{3}{5}$ (iii) $\frac{1}{4}$ (iv) $\frac{3}{9}$ (v) $\frac{15}{27}$

(vi) $\frac{21}{30}$ (vii) $\frac{5}{15}$ (viii) $\frac{13}{19}$ (ix) $\frac{4}{8}$ (x) $\frac{44}{100}$

7.3 භාග සඳහා මූලික ගණිත කර්ම

භාග සුළු කිරීම් සම්බන්ධව පහළ ශ්‍රේණිවල දී ඔබ උගත් කරුණු මතකයට නගා ගනිමු.

- භාග එකතු කිරීම හා අඩු කිරීම සඳහා දී ඇති භාගවල හරය සමාන වීම අත්‍යාවශ්‍ය වේ. එසේ සමාන නොමැති නම්, හරය සමාන කර ගැනීම සඳහා අදාළ සංඛ්‍යාවල කුඩා ම පොදු ගුණාකාරය යොදා ගත හැකි ය.
- භාග ගුණ කිරීමේ දී හරය වෙනමත් ලවය වෙනමත් ගුණ කර ලැබෙන භාගය සරල භාගයක් බවට පත් කර ගත යුතු ය.
- භාග බෙදීමේ දී බෙදීම ලකුණට පසුව ඇති භාගයෙහි පරස්පරයෙන් ගුණ කර දක්වනු ලැබේ.
- "න්" යෙදී ඇත්නම් ඒ වෙනුවට ගුණ කිරීම ආදේශ කරනු ලැබේ.

7.3 අභ්‍යාසය

1. සුළු කරන්න.

(i) $\frac{1}{5}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}$ (ii) $\frac{7}{8}-\frac{1}{4}-\frac{1}{2}$ (iii) $\frac{2}{5}+\frac{7}{10}+\frac{1}{2}$ (iv) $\frac{2}{9}\times\frac{5}{8}\times\frac{3}{4}$

(v) $\frac{1}{11}\times\frac{5}{6}\times\frac{22}{25}$ (vi) $\frac{7}{10}\div\frac{8}{9}$ (vii) $\frac{3}{4}\div\frac{1}{2}\div\frac{3}{5}$ (viii) $1\frac{3}{4}\div\frac{7}{8}\times\frac{1}{2}$

(ix) $2\frac{7}{9}$ න් $3\frac{1}{3}$ (x) $9\frac{2}{5}$ න් $3\frac{9}{47}$ න් $\frac{1}{8}$

7.4 ගණිත කර්ම එකකට වඩා යෙදී ඇති අවස්ථා

මෙහි දී "BODMAS" නීතිය අනුව ගැටලුව විසඳිය යුතු ය.

B - Brackets වරහන් සහිත ගැටලු
O - Of ''න්'' සහිත ගැටලු
D - Division බෙදීම
M - Multiplication ගුණ කිරීම
A - Addition එකතු කිරීම
S - Substraction අඩු කිරීම

"BODMAS" නීතිය අනුව ගැටලු විසඳීමේ දී ප්‍රමුඛතා ශ්‍රේණියකට එකඟ ව වරහන්හි සිට පහළට සුළු කිරීම් සිදු කරන අයුරු ඔබට මතක ඇත.

නිදසුන 1

$1\frac{3}{5} \div \left(2\frac{1}{3} + \frac{5}{6}\right)$

"BODMAS" නීතිය අනුව පළමු ව වරහන සුළු කර ලැබෙන පිළිතුරෙන් $1\frac{3}{5}$ බෙදිය යුතු ය.

$1\frac{3}{5} \div \left(2\frac{1}{3} + \frac{5}{6}\right) = \frac{8}{5} \div \left(\frac{7}{3} + \frac{5}{6}\right)$ මිශ්‍ර සංඛ්‍යා, විෂම භාග බවට පත් කරමු.

$= \frac{8}{5} \div \left(\frac{14 + 5}{6}\right)$ වරහන තුළ පොදු හරයක් ලබා ගනිමු.

$= \frac{8}{5} \div \frac{19}{6}$

$= \frac{8}{5} \times \frac{6}{19}$ බෙදීම ලකුණ වෙනුවට ගුණ කිරීම යොදා $\frac{19}{6}$ හි පරස්පරය වන $\frac{6}{19}$ බවට පත් කර ගනිමු.

$= \frac{48}{95}$

7.4 අභ්‍යාසය

1. සුළු කරන්න.

(i) $\frac{1}{3} - \frac{1}{2} \times \frac{1}{4}$ (ii) $\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{5}\right) \div \frac{4}{7}$ (iii) $\frac{1}{2} - \frac{1}{5} \div \frac{4}{7}$

(iv) $\frac{3}{4} \div \frac{1}{2} + \frac{1}{8}$ (v) $\frac{5}{8} \times 1\frac{1}{2} \div \frac{15}{16}$ (vi) $\frac{2}{5} \times \frac{9}{10} \div \frac{27}{10}$

(vii) $\left(\frac{3}{5} \div \frac{18}{55}\right) \times \frac{9}{11}$ (viii) $\frac{1}{2} \times \frac{3}{5} \div \frac{5}{9}$ (ix) $\left(\frac{3}{7} \div \frac{8}{21}\right) \times \frac{5}{2}$

(x) $\frac{14}{25} \times \frac{5}{9} \div \frac{7}{8}$ (xi) $\left(\frac{3}{10} + \frac{2}{5}\right) \div \frac{7}{15}$ (xii) $\frac{1}{6} + \frac{1}{2} \div \frac{1}{5}$

(xiii) $2\frac{1}{2} \times 2\frac{2}{5} \div \frac{3}{5}$ (xiv) $\frac{1}{4} \times \left(3\frac{1}{3} \div 2\frac{1}{6}\right)$ (xv) $\frac{4}{9} + \left(1\frac{1}{2} \div \frac{3}{5}\right)$

(xvi) $\dfrac{3\frac{2}{7} \div 8\frac{1}{7} \text{ න් } 4\frac{3}{4}}{\frac{5}{9} \text{ න් } 2\frac{1}{3}}$ (xvii) $8\frac{1}{3} \times 5\frac{1}{2} \div 7\frac{1}{4}$ (xviii) $\dfrac{9\frac{1}{3} + 2\frac{1}{8} + 1}{4\frac{1}{3} - 2\frac{5}{8} \text{ න් } \frac{1}{2}}$

7.5 භාග භාවිතය

දෛනික ජීවිතයේ දී අප මුහුණ දෙන බොහොමයක් ප්‍රායෝගික ගැටලු මේ හා බැඳේ.

ක්‍රියාකාරකම 3

1. අගය සොයන්න.
   (i) රු. 100කින් $\frac{2}{5}$ ක් රුපියල් කීය ද?
   (ii) මිනිත්තුවකින් $\frac{5}{6}$ ක් තත්පර කීය ද?
   (iii) 8.5 kmකින් $\frac{9}{17}$ක් මීටර කීය ද?
   (iv) මිනිසෙක් එක්තරා ගමනකින් හරි අඩක් බසයෙන් ද එම ගමනේ මුළු දුරෙන් $\frac{1}{3}$ක් පයින් ද ගමන් කරයි.
      (*a*) ඔහු පයින් ගමන් කළ දුර ප්‍රමාණය මුළු දුරෙහි භාගයක් ලෙස දක්වන්න.
      (*b*) ඉතිරි ව ඇත්තේ සම්පූර්ණ දුරෙන් කොපමණ භාගයක් ද?

නිදසුන 1

සමන්ගේ වැටුපෙන් $\frac{2}{5}$ක් එදිනෙදා වියදම් සඳහා ද ඉතිරියෙන් $\frac{1}{6}$ක් බැංකුවක තැන්පත් කිරීම සඳහා ද යොදවයි. ඔහුගේ වැටුප රු. 25000ක් නම් ඔහු අත ඉතිරි වන මුදල සොයන්න.

I ක්‍රමය

එදිනෙදා වියදම් සඳහා වැය වූ ප්‍රමාණය භාගයක් ලෙස $= \frac{2}{5}$

ඉතිරි වූ ප්‍රමාණය භාගයක් ලෙස $= \frac{5}{5} - \frac{2}{5}$

$= \frac{3}{5}$

බැංකුවේ තැන්පත් කරන ප්‍රමාණය මුළු වැටුපෙන් භාගයක් ලෙස $= \text{ඉතිරියෙන් } \frac{1}{6}$

$= \frac{3}{5}$ න් $\frac{1}{6}$

$= \frac{\cancel{3}^{1}}{5} \times \frac{1}{\cancel{6}_{2}}$

$= \frac{1}{10}$

බැංකුවේ තැන්පත් කළ මුදල හා වියදම් සඳහා වැයවීම භාගයක් ලෙස $= \frac{2}{5} + \frac{1}{10}$

$= \frac{4 + 1}{10}$

$= \frac{5}{10}$

$= \frac{1}{2}$

අත ඉතිරිය භාගයක් ලෙස $= 1 - \frac{1}{2}$

$= \frac{2 - 1}{2}$

$= \frac{1}{2}$

ඔහුගේ වැටුප = රු. 25000

අත ඉතිරි මුදල = රු. $25000 \times \frac{1}{2}$

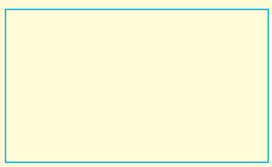
= රු. 12500

II ක්‍රමය

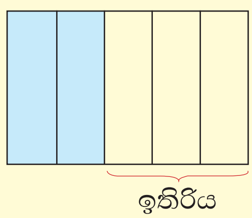
ඉහත ගැටලුව රූප සටහනක් ඇසුරෙන් පැහැදිලි කරමු.

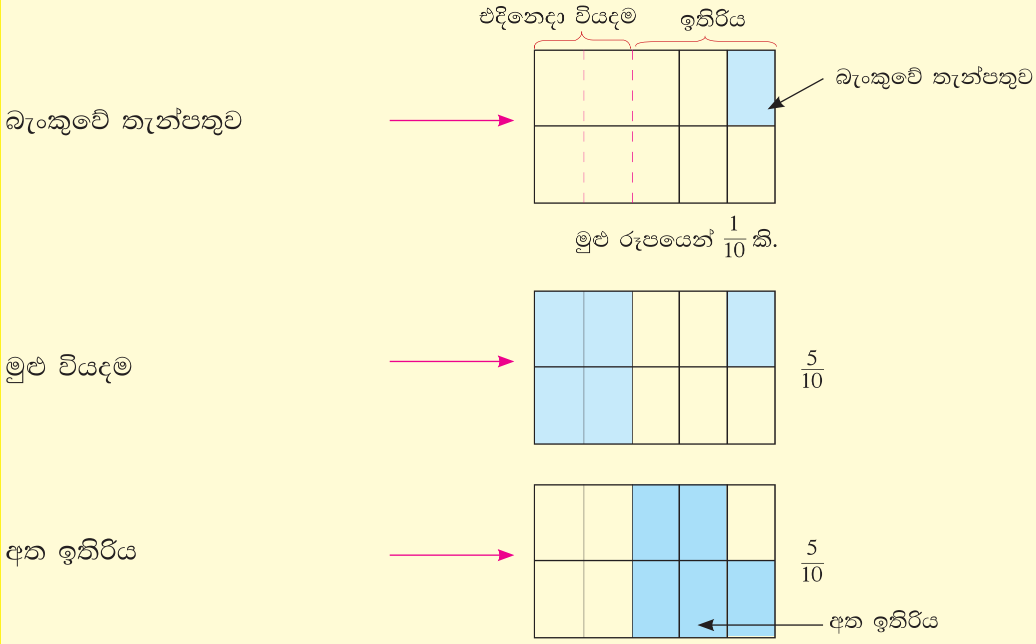
ඔහුගේ වැටුප ඒකකයක් ලෙස සලකමු.

සමන්ගේ වැටුප →



එදිනෙදා වියදම් →





අත ඉතිරි මුදල $=$ රු. $25000 \times \frac{5}{10}$
$=$ රු. 12500

7.5 අභ්‍යාසය

1. අමල් තම වැටුපෙන් $\frac{2}{5}$ ආහාර සඳහා වැය කරයි. ඉතිරියෙන් හරි අඩක් තම මවට ලබා දෙයි. ඉන් පසු වැටුපෙන් කවර කොටසක් ඔහු අත ඉතිරි වේ ද?

2. ඉඩමකින් $\frac{3}{8}$ක් පියාට ද එම ඉඩමෙන් $\frac{1}{3}$ මවට ද අයිති වූ අතර ඔවුන්ගේ ඇවෑමෙන් දරුවන් සිවුදෙනා පියාට සහ මවට අයිති ඉඩම් කොටස සම සේ බෙදා ගත් හ. එක් දරුවකුට මෙම ඉඩමෙන් කවර භාගයක් හිමි වුණි ද?

3. ඉඩමකින් $\frac{3}{8}$ක් සුනිමල්ට අයත් ය. එම ඉඩමෙන් $\frac{1}{3}$ක් කමලාට අයිති ය. කමලාට අයත් ඉඩම් කොටසින් $\frac{1}{4}$ක් සුනිමල් මිලදී ගත්තේ ය. දැන් මුළු ඉඩමෙන් කවර භාගයක් සුනිමල්ට අයත් වේ ද?

4. ඡන්දයකදී ලියාපදිංචි මුළු ඡන්ද දායකයින් සංඛ්‍යාවෙන් $\frac{1}{9}$ක් ඡන්දය ප්‍රකාශ නොකළහ. ප්‍රකාශිත ඡන්ද ප්‍රමාණයෙන් $\frac{5}{8}$ක් ජයග්‍රහණය කළ අපේක්ෂකයාට ලැබුණි. ඔහු ලබාගත් ඡන්ද සංඛ්‍යාව 4000කි. ඡන්දය ප්‍රකාශ නොකළ සංඛ්‍යාව කොපමණ ද?

8 ත්‍රිකෝණයක කෝණ

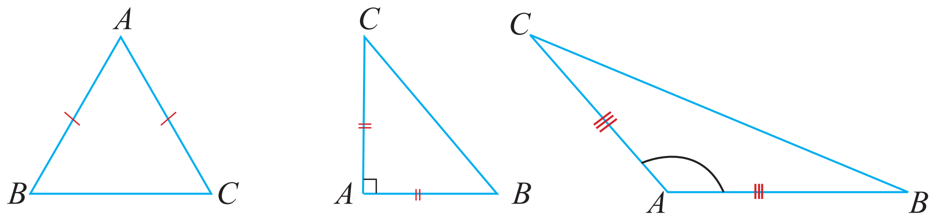
මෙම පාඩම අධ්‍යයනය කිරීමෙන් ඔබට,

- ත්‍රිකෝණයක පාද දෙකක් සමාන වේ නම් එම පාදවලට සම්මුඛ කෝණ ද සමාන වේ යන ප්‍රමේයය හඳුනා ගැනීමට,
- ඉහත ප්‍රමේයයෙහි විලෝමය හඳුනා ගැනීමට,
- ඉහත ප්‍රමේයය සහ එහි විලෝමය භාවිතයෙන් ආශ්‍රිත ගැටලු විසඳීමට

හැකියාව ලැබේ.

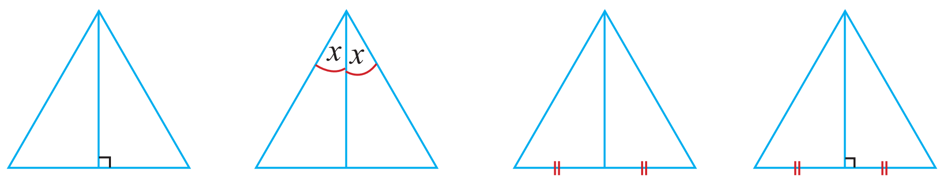
8.1 සමද්විපාද ත්‍රිකෝණ හඳුනා ගැනීම

පාද දෙකක් දිගින් සමාන වූ ත්‍රිකෝණ **සමද්විපාද ත්‍රිකෝණ** ලෙස හැඳින්වේ.
පහත දැක්වෙන ත්‍රිකෝණවල AB හා AC පාද සමාන වේ.



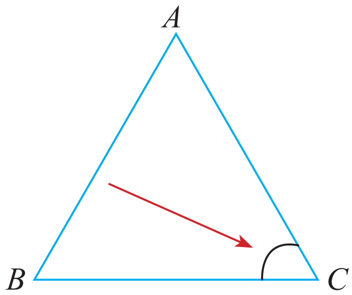
කෝණ අනුව ත්‍රිකෝණ වර්ග තුනකට වෙන් කළ හැකි ය. ඉහත රූප සටහනේ දැක්වෙන පරිදි සුළුකෝණික, සෘජුකෝණික හෝ මහාකෝණික ලෙස එය සමද්විපාද ත්‍රිකෝණයක් විය හැකි ය.

සමද්විපාද ත්‍රිකෝණයක, ශීර්ෂයේ සිට සම්මුඛ පාදයට ඇඳි ලම්බයත් (රූපය a) ශීර්ෂ කෝණයේ සමච්ඡේදකයත් (රූපය b) ශීර්ෂයට සම්මුඛ පාදයේ මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය යා කරන රේඛාවත් (රූපය c) ශීර්ෂයට, සම්මුඛ පාදයේ ලම්බ සමච්ඡේදකයත් (රූපය d) එකිනෙකට සම්පාත වේ.



(a) (b) (c) (d)

ත්‍රිකෝණයක පාදවලට ඉදිරියෙන් ඇති කෝණ **සම්මුඛ කෝණ** ලෙසත්, කෝණවලට ඉදිරියෙන් ඇති පාද **සම්මුඛ පාද** ලෙසත් හැඳින්වේ.



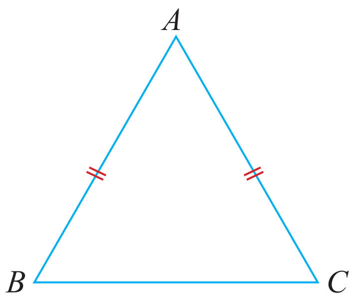
AB පාදයට සම්මුඛ කෝණය $A\hat{C}B$ ද
AC පාදයට සම්මුඛ කෝණය $A\hat{B}C$ ද
BC පාදයට සම්මුඛ කෝණය $B\hat{A}C$ ද වේ.

එසේම
$A\hat{C}B$ ට සම්මුඛ පාදය AB ද
$A\hat{B}C$ ට සම්මුඛ පාදය AC ද
$B\hat{A}C$ ට සම්මුඛ පාදය BC ද වේ.

සම්මුඛ පාද හා කෝණ අතර සම්බන්ධයක් පහත ප්‍රමේයන් මගින් දක්වමු.

ප්‍රමේයය

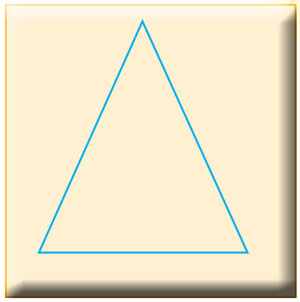
ත්‍රිකෝණයක පාද දෙකක් සමාන වේ නම්, එම පාදවලට සම්මුඛ කෝණ ද සමාන වේ.



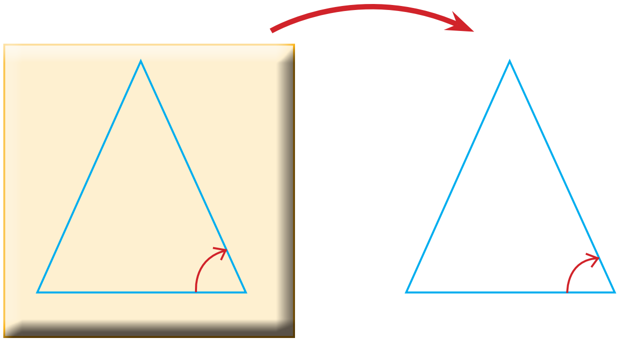
එනම්, $AB = AC$ නම්
$A\hat{C}B = A\hat{B}C$ වේ.

ක්‍රියාකාරකම 1

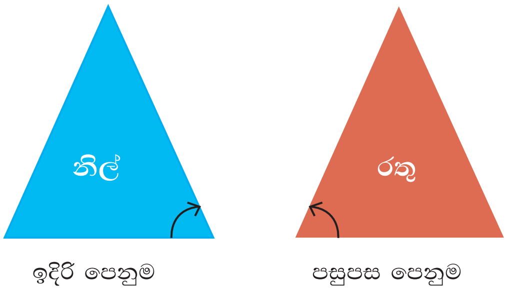
පියවර 1 - කාඩ්බෝඩ් කැබැල්ලක් ගෙන එය මත පාද දෙකක් පමණක් සමාන ත්‍රිකෝණයක් අඳින්න.



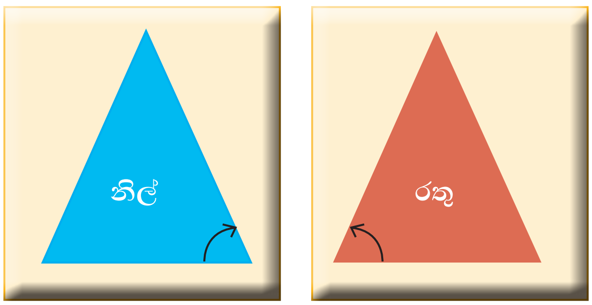
පියවර 2 - එම අඳින ලද ත්‍රිකෝණ කොටස කාඩ්බෝඩ් කැබැල්ලෙන් කපා වෙන් කරන්න.



පියවර 3 - එම වෙන් කර ගත් ත්‍රිකෝණයේ ඉදිරිපස හා පසුපස වර්ණ දෙකක් යොදන්න.



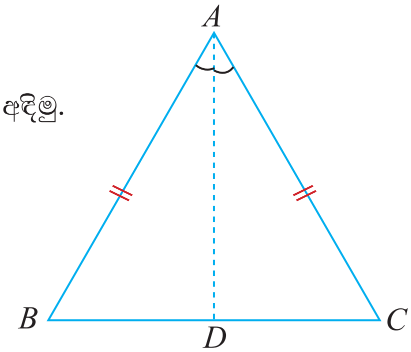
පියවර 4 - ඉදිරි පෙනුම සහ පසු පෙනුම මාරු කරමින් ත්‍රිකෝණය කපා ඉවත් කළ පසු ඉතිරි වන කොටස මත ත්‍රිකෝණය තැබීමෙන් එය හරියට ම සමපාත වන බව නිරීක්ෂණය කරන්න.



මෙම ක්‍රියාකාරකම මගින් එම ත්‍රිකෝණයේ සමාන පාදවලට සම්මුඛ කෝණ සමාන වන බව පැහැදිලි වේ.

ඉහත ප්‍රමේයයෙහි විධිමත් සාධනය

''ත්‍රිකෝණයක පාද දෙකක් සමාන වේ නම්, එම පාදවලට සම්මුඛ කෝණ ද සමාන වේ.'' යන ප්‍රමේයය විධිමත් ලෙස සාධනය කරන ආකාරය පහත පෙන්වා ඇත.



දත්තය: ABC ත්‍රිකෝණයේ $AB = AC$ වේ.

සා.ක.යු: $A\hat{B}C = A\hat{C}B$ බව

නිර්මාණය: $B\hat{A}C$ හි කෝණ සමච්ඡේදකය වන AD අඳිමු.

සාධනය: $ABD\Delta$ සහ $ACD\Delta$ සලකමු.

$AB = AC$ (දත්තය)

$B\hat{A}D = C\hat{A}D$ (නිර්මාණය)

$AD = AD$ (පොදු පාදය)

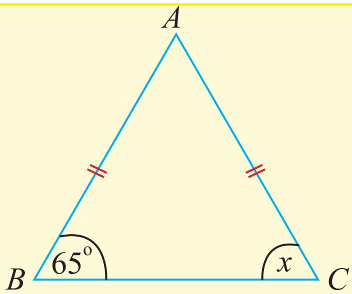
$ABD\Delta \equiv ACD\Delta$ (පා.කෝ.පා අවස්ථාව)

අංගසම ත්‍රිකෝණවල අනුරූප අංග සමාන කිරීමෙන්, $A\hat{B}D = A\hat{C}D$

එවිට, $A\hat{B}C = A\hat{C}B$ (BC සරල රේඛාවක් නිසා)

නිදසුන 1

ABC ත්‍රිකෝණයේ $AB = AC$ වේ. $A\hat{B}C = 65^{o}$ වේ.
x^{o} හි අගය සොයන්න.

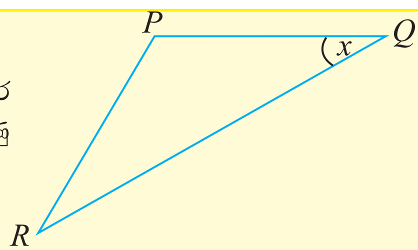


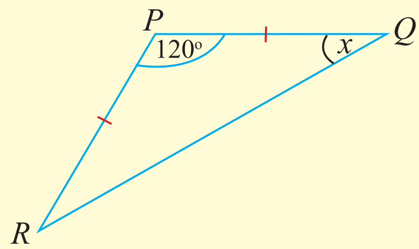
$A\hat{C}B = A\hat{B}C$ (සමාන පාදවලට සම්මුඛ කෝණ සමාන බැවින්)

$x^{o} = 65^{o}$

නිදසුන 2

දී ඇති PQR ත්‍රිකෝණයේ $PQ = PR$ වන අතර $Q\hat{P}R = 120^{o}$ වේ. මෙම දත්ත රූප සටහනක ලකුණු කර x^{o} හි අගය සොයන්න.





$P\hat{Q}R + Q\hat{R}P + Q\hat{P}R = 180^{\circ}$ (ත්‍රිකෝණයක අභ්‍යන්තර කෝණවල ඓක්‍යය 180° බැවින්)

$P\hat{Q}R + Q\hat{R}P + 120^{\circ} = 180^{\circ}$

$P\hat{Q}R + Q\hat{R}P + 120^{\circ} - 120^{\circ} = 180^{\circ} - 120^{\circ}$

$P\hat{Q}R + Q\hat{R}P = 60^{\circ}$

$P\hat{Q}R + P\hat{Q}R = 60^{\circ}$ [$P\hat{Q}R = Q\hat{R}P$ වේ. ($PQ = PR$ බැවින්)]

$2\,P\hat{Q}R = 60^{\circ}$

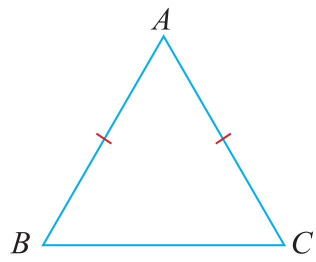
$$\frac{2\,P\hat{Q}R}{2} = \frac{60^{\circ}}{2}$$

$P\hat{Q}R = 30^{\circ}$

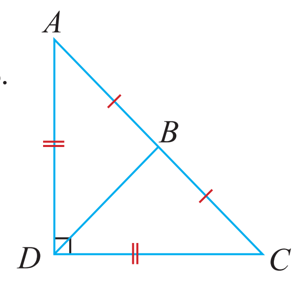
එනම්, $x^{\circ} = 30^{\circ}$

8.1 අභ්‍යාසය

1. ABC ත්‍රිකෝණයේ
   (i) AB පාදයට සම්මුඛ කෝණය නම් කරන්න.
   (ii) AC පාදයට සම්මුඛ කෝණය නම් කරන්න.
   (iii) එම කෝණ දෙක අතර සම්බන්ධය කුමක් ද?

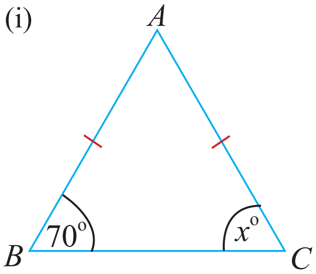


2. රූපයේ දැක්වෙන දත්ත අනුව $A\hat{D}B = B\hat{D}C$ බව පෙන්වන්න.

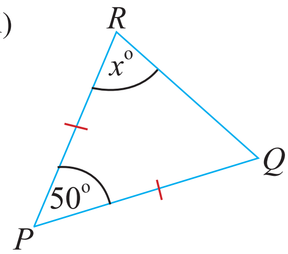


3. රූපවල දැක්වෙන දත්ත අනුව x^o මගින් දැක්වෙන කෝණයේ අගය සොයන්න.

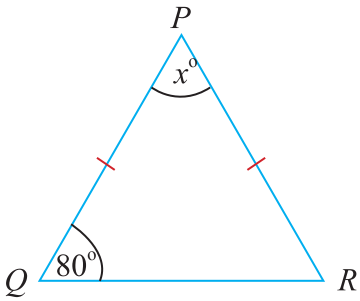
(i)



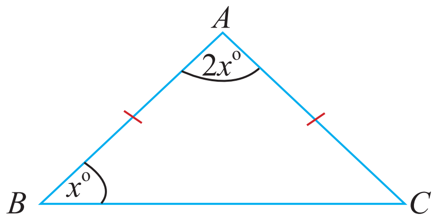
(ii)



(iii)

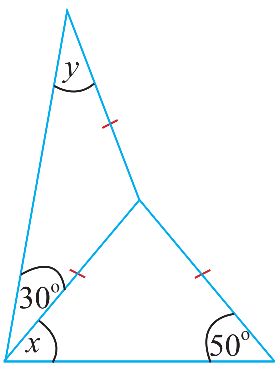


(iv)

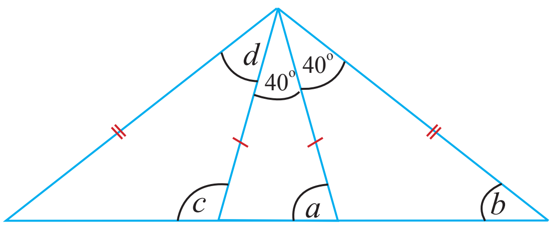


4. පහත දැක්වෙන එක් එක් රූපයේ අඥාත මගින් දැක්වෙන කෝණවල අගය සොයන්න.

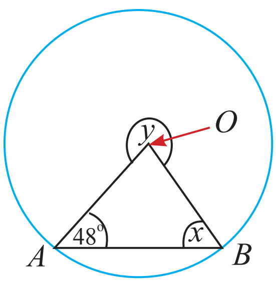
(i)



(ii)

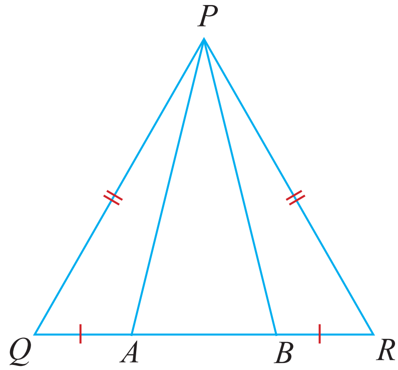


(iii)



O යනු වෘත්තයේ කේන්ද්‍රය වේ.

5. PQR යනු $PQ = PR$ වන සමද්විපාද ත්‍රිකෝණයකි. A සහ B ලක්ෂ්‍යයන් QR පාදය මත පිහිටා ඇත්තේ $QA = RB$ වන ලෙස ය. $PBQ\Delta \equiv PAR\Delta$ බව පෙන්වන්න.



6. P සහ Q යනු O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තයේ පරිධිය මත පිහිටි ලක්ෂ්‍ය දෙකක් නම් $O\hat{Q}P = 40^{\circ}$ නම්, (i) $O\hat{P}Q$ හි අගය කීය ද?

(ii) $P\hat{O}Q$ හි අගය සොයන්න.

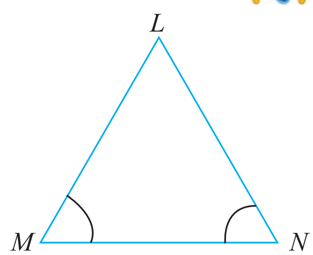
7. O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තයේ AB විෂ්කම්භයක් වන අතර C යනු වෘත්තය මත පිහිටි ලක්ෂ්‍යයකි. $C\hat{O}B = 2\,C\hat{A}O$ බව පෙන්වන්න.

ප්‍රමේයය (ඉහත ප්‍රමේයයෙහි විලෝමය)

ත්‍රිකෝණයක කෝණ දෙකක් සමාන වේ නම්, එම කෝණවලට සම්මුඛ පාද ද සමාන වේ.

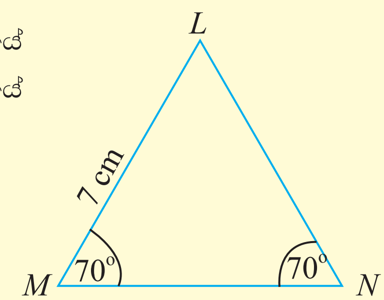
$L\hat{M}N = L\hat{N}M$ නම්

$LN = LM$ වේ.



නිදසුන 3

රූපයේ දැක්වෙන දත්ත අනුව LMN ත්‍රිකෝණයේ $L\hat{M}N = L\hat{N}M = 70^{\circ}$ද $LM = 7$ cm ද වේ. LN පාදයේ දිග සොයන්න.

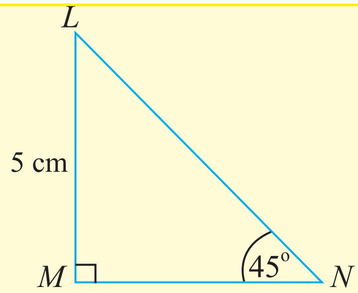


සමාන කෝණවලට සම්මුඛ පාද සමාන බැවින්

$LN = LM$

$LN = 7$ cm

නිදසුන 4



රූපයේ දී ඇති තොරතුරු අනුව LN පාදයේ දිග සොයන්න.

$M\hat{L}N + L\hat{M}N + L\hat{N}M = 180^{\circ}$

(ත්‍රිකෝණයක අභ්‍යන්තර කෝණවල එකතුව = 180°)

$M\hat{L}N + 90^{\circ} + 45^{\circ} = 180^{\circ}$

$M\hat{L}N + 135^{\circ} = 180^{\circ}$

$M\hat{L}N + 135^{\circ} - 135^{\circ} = 180^{\circ} - 135^{\circ}$

$M\hat{L}N = 45^{\circ}$

$M\hat{L}N = L\hat{N}M$

$\therefore MN = ML = 5$ cm වේ. (සමාන කෝණවලට සම්මුඛ පාද ද සමාන බැවින්)

LMN Δ යට පයිතගරස් ප්‍රමේයය යෙදීමෙන්,

$LN^2 = MN^2 + ML^2$

$LN^2 = 5^2 + 5^2$

$LN^2 = 25 + 25$

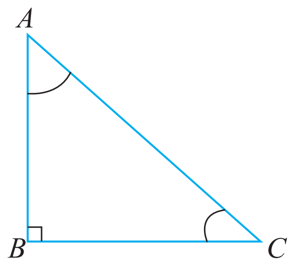
$LN^2 = 50$

$LN = \sqrt{50}$

$LN = \sqrt{(25 \times 2)}$

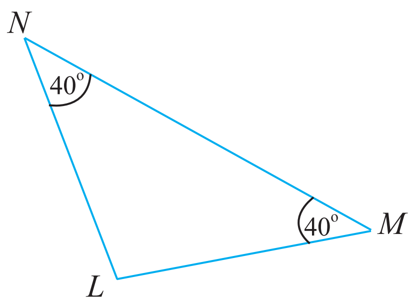
$LN = 5\sqrt{2}$ cm

8.2 අභ්‍යාසය

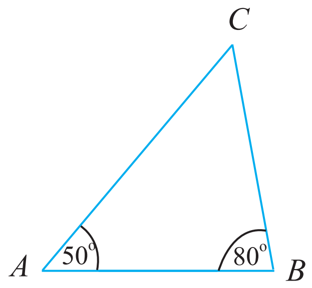


1. ABC ත්‍රිකෝණයේ $B\hat{A}C = B\hat{C}A$ වේ.
   (i) $B\hat{A}C$ ට සම්මුඛ පාදය නම් කරන්න.
   (ii) $B\hat{C}A$ ට සම්මුඛ පාදය නම් කරන්න.
   (iii) එම පාද දෙක අතර සම්බන්ධය කුමක් ද?

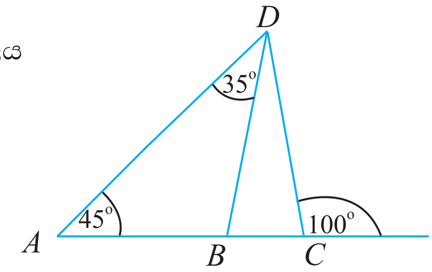
2. රූපයේ දැක්වෙන පරිදි LMN ත්‍රිකෝණයේ LM පාදයට සමාන පාදය කුමක් ද?



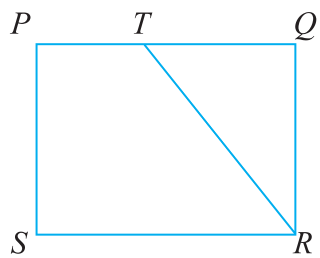
3. ABC ත්‍රිකෝණයේ $A\hat{B}C = 80^o$ සහ $B\hat{A}C = 50^o$ වේ. ත්‍රිකෝණයේ සමාන පාද යුගලයක් තිබේ ද? තිබේනම් එය කුමක් ද?



4. රූපයේ දැක්වෙන දත්ත අනුව සමාන පාද යුගලය හේතු දක්වමින් සොයන්න.



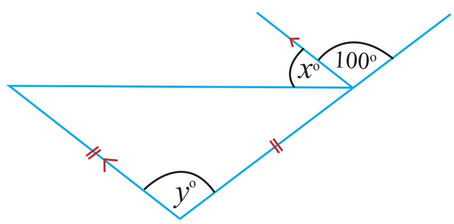
5. $PQRS$ සෘජුකෝණාස්‍රයේ PQ මත T පිහිටා ඇත්තේ $Q\hat{T}R = 45^o$ වන පරිදි ය. රූපයේ දී ඇති දත්ත ලකුණු කර $QT = PS$ බව පෙන්වන්න.



මිශ්‍ර අභ්‍යාසය

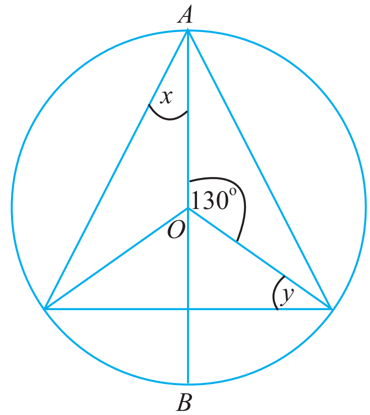
1. ABC ත්‍රිකෝණයේ $AB = BC = AC$ නම් $\hat{A} = \hat{B} = \hat{C}$ බව පෙන්වන්න.

2. රූපයේ දී ඇති දත්ත අනුව
   (i) y^o හි අගය සොයන්න.
   (ii) x^o හි අගය සොයන්න.

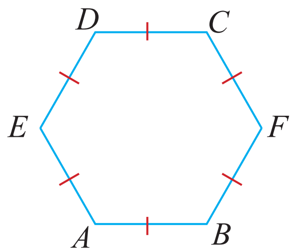


3. පහත දී ඇති රූපයේ AB විෂ්කම්භයක් වන අතර O යනු වෘත්තයේ කේන්ද්‍රය වේ.

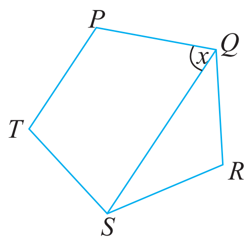
(i) x° හි අගය සොයන්න.
(ii) y° හි අගය සොයන්න.



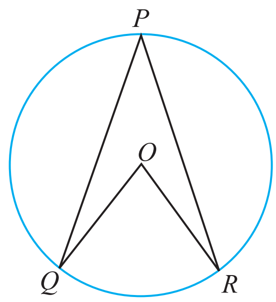
4. $ABFCDE$ යනු සවිධි ෂඩස්‍රයකි. $ABCD$ යනු සෘජුකෝණාස්‍රයක් බව පෙන්වන්න.



5. පහත දැක්වෙන $PQRST$ සවිධි පංචාස්‍රයේ,
(i) x° හි අගය සොයන්න.
(ii) $PQST$ ත්‍රපීසියමක් බව සාධනය කරන්න.



6. රූපයේ දැක්වෙන පරිදි O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තය මත P, Q සහ R ලක්ෂ්‍ය පිහිටා ඇත. $Q\hat{O}R = 2\ Q\hat{P}R$ බව සාධනය කරන්න.



සාරාංශය

- ත්‍රිකෝණයක පාද දෙකක් සමාන වේ නම්, එම පාදවලට සම්මුඛ කෝණ ද සමාන වේ.
- ත්‍රිකෝණයක කෝණ දෙකක් සමාන වේ නම්, එම කෝණවලට සම්මුඛ පාද ද සමාන වේ.

9 ද්විපද ප්‍රකාශන

මෙම පාඩම අධ්‍යයනය කිරීමෙන් ඔබට,

- $(ax + by)(cx + dy)$ ආකාරයේ ද්විපද ප්‍රකාශන දෙකක් ගුණකර සුළු කර දැක්වීමට,
- ද්විපද ප්‍රකාශන දෙකක ගුණිතය ඇසුරින් $(ax + by)^2$ ප්‍රසාරණය කිරීමට

හැකියාව ලැබේ.

9.1 ද්විපද ප්‍රකාශන

වීජීය ප්‍රකාශන සුළු කිරීම පිළිබඳ ඔබ උගත් විෂය කරුණු නැවත ආවර්ජනය කිරීම සඳහා පහත පුනරීක්ෂණ අභ්‍යාසයේ යෙදෙන්න.

පුනරීක්ෂණ අභ්‍යාසය

1. සුළු කරන්න.

(i) 5×3 (ii) $4 \times (-2x)$ (iii) $5 \times x$

(iv) $4x \times 2x$ (v) $3a \times 3b$ (vi) $(-5a) \times (-3a)$

2. ඊ හිස් මගින් දක්වා ඇති පද ගුණකර හිස්තැන් පුරවන්න.

(i) $3(x + 2)$
$= \ldots\ldots\ldots + \ldots\ldots$

(ii) $+3(x - 2)$
$= \ldots\ldots\ldots - \ldots\ldots$

(iii) $-2(a + b)$
$= \ldots\ldots\ldots - \ldots\ldots$

(iv) $x(x + 2)$
$= \ldots\ldots\ldots + \ldots\ldots$

(v) $-2x(x - 2)$
$= \ldots\ldots\ldots + \ldots\ldots$

(vi) $5y(a - b)$
$= \ldots\ldots\ldots - \ldots\ldots$

3. ප්‍රසාරණය කර සුළු කරන්න.

(i) $x(x + 2) + 3(x + 2)$ (ii) $x(x - 2) - 3(x - 2)$

(iii) $y(y - 3) + 2(y - 3)$ (iv) $m(m - n) - n(m - n)$

(v) $(x + 4)(x + 3)$ (vi) $(a - 4)(a - 3)$

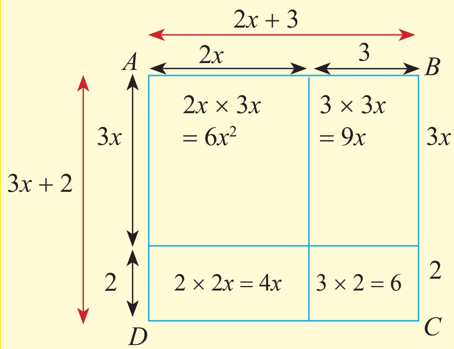
(vii) $(x + 2)(x - 1)$ (viii) $(m - 2)(m + 3)$

9.2 ද්විපද ප්‍රකාශන දෙකක ගුණිතය

මෙම පාඩමේදී $ax + by$ ආකාරයේ ප්‍රකාශන දෙකක ගුණිතයේ ප්‍රසාරණය ඉගෙන ගනිමු. මෙය සාධාරණ ද්විපද ප්‍රකාශන දෙකක ගුණිතය ලෙස ද සැළකේ.

නිදසුන 1

$(2x + 3)(3x + 2)$ ගුණිතය සලකමු. මෙහිදී සෘජුකෝණාස්‍රයක වර්ගඵලය ඇසුරෙන් පිළිතුර සෙවිය හැකි ය. (සියලු මිනුම් එකම ඒකකයෙන් ගෙන ඇත.)



AB දිග $= (2x + 3)$
AD පළල $= (3x + 2)$

සෘජුකෝණාස්‍රයේ වර්ගඵලය $=$ දිග $\times$ පළල

$$6x^2 + 9x + 4x + 6 = (2x + 3)(3x + 2)$$
$$6x^2 + 13x + 6 = (2x + 3)(3x + 2)$$

එසේම, $(2x + 3)(3x + 2)$ ගුණිතයේ ප්‍රසාරණය පහත පරිදි ද ලබා ගත හැකි ය.

$(2x + 3)(3x + 2)$

$= 2x(3x + 2) + 3(3x + 2)$
$= 6x^2 + 4x + 9x + 6$
$= 6x^2 + 13x + 6$

මෙහිදී පද ගුණ කිරීම කළ යුතු වන්නේ නිබිලමය ගුණ කිරීම් ලෙස ය.

උදාහරණ කිහිපයක් සලකා බලමු.

$(2x-3)(2x + 4) = 2x(2x + 4) - 3(2x + 4)$
$= 4x^2 + 8x - 6x - 12$
$= 4x^2 + 2x - 12$

$x^2 + 5x + 6$ ප්‍රකාශනයේ x හි බලයන් සැකසීමේදී වැඩිම බලය (දර්ශකය) වන්නේ 2ය. එය වර්ගයක් ලෙස ද හැඳින්වේ. මෙලෙස වැඩිම බලයෙන් මෙම ප්‍රකාශනය හැඳින්විය හැකි ය. එනම්, මෙම $x^2 + 5x + 6$ ප්‍රකාශනය xහි වර්ගජ ප්‍රකාශනයක් ලෙස සැලකිය හැකි ය.

$x^2 + 2xy + y^2$ යන ප්‍රකාශනය සැලකීමේදී එයට අඥාත දෙකක් ඇත. එම අඥාත x හා y සංකේතවලින් නිරූපණය වේ. මෙහි x හි වැඩිම බලය 2 ද, y හි වැඩිම බලය 2 ද වන නිසා මෙම ප්‍රකාශනය x හි වර්ගජ ප්‍රකාශනයක් ලෙස ද, y හි වර්ගජ ප්‍රකාශනයක් ලෙස ද හැඳින්විය හැකි ය.

9.1 අභ්‍යාසය

1. පහත එක් එක් පේළිය හා තීරුව ගුණ කර පහත වගුව සම්පූර්ණ කරන්න.

$\times$	$(2x+1)$
$(x+3)$	....
$(5x-2)$	....
$(4x+1)$	....
$(2x+1)$	....

2. සුළු කරන්න.

(i) $(2m+3)(m+2)$ (ii) $(2n-5)(n-3)$

(iii) $(-7t-2l)(3t+4l)$ (iv) $(5p-3q)(4p-3q)$

(v) $(3x-5y)(4x+3y)$ (vi) $(-3x+6)(2x-3y)$

3. කොඩියක් මැසීම සඳහා දිග මීටර $2x$ වූ සමචතුරස්‍රාකාර රෙදි කැබැල්ලක් රැගෙන ආ සුජාත හිමි කොඩියේ දිග මීටර 2කින් වැඩි කළ අතර පළල මීටර 1කින් අඩු කර කොඩිය මැසී ය. කොඩියේ වර්ගඵලය සඳහා වීජීය ප්‍රකාශනයක් ගොඩනගා එය සුළු කර දක්වන්න.

9.3 ද්විපද ප්‍රකාශනවල වර්ගායිත

පහත සඳහන් ද්විපද ප්‍රකාශන දෙකක ගුණිතයට අවධානය යොමු කරමු.

(i) $(x+2)(x+2)$

(ii) $(x-5)(x-5)$

(iii) $(2x+3)(2x+3)$

මෙම ගුණිත දර්ශක ආකාරයට ද ලිවිය හැකි ය.

(i) $(x+2)(x+2) = (x+2)^2$

(ii) $(x-5)(x-5) = (x-5)^2$

(iii) $(2x+3)(2x+3) = (2x+3)^2$

මෙම ආකාරයේ ප්‍රකාශන වර්ගායිත ලෙස හැඳින්වේ.

$(x+2)^2$ වර්ගායිතය ප්‍රසාරණය කරමු.

$$\begin{aligned}(x+2)^2 &= (x+2)(x+2)\\ &= x(x+2) + 2(x+2)\\ &= x^2+2x+2x+4\\ &= x^2+4x+4\\ &= x^2+2(2x)+4\end{aligned}$$

$(a+b)^2$ වර්ගායිතය ප්‍රසාරණය කරමු.

$$\begin{aligned}(a+b)^2 &= (a+b)(a+b)\\ &= a(a+b) + b(a+b)\\ &= a^2+ab+ba+b^2\\ &= a^2+2ab+b^2\\ &= a^2+2(ab)+b^2\end{aligned}$$

වර්ගායිතය ප්‍රසාරණය කිරීමෙන් ලැබෙන ප්‍රතිඵලය පහසුවෙන් ලබා ගැනීම සඳහා පහත ආකාරයෙන් පද හඳුනා ගනිමු.

පළමු පදය ↓ දෙවන පදය ↓

$$(a + b)^2 = a^2 + 2(ab) + b^2$$

- a^2 — පළමු පදයේ වර්ගය
- $2(ab)$ — පළමු පදයේ හා දෙවන පදයේ ගුණිතයේ දෙගුණය
- b^2 — දෙවන පදයේ වර්ගය

නිදසුන 1

$$(x + 4)^2 = x^2 + (2 \times x \times 4) + 4^2$$
$$= x^2 + 8x + 16$$

නිදසුන 2

$$(2x + 1)^2 = (2x)^2 + (2 \times 2x \times 1) + 1^2$$
$$= 4x^2 + 4x + 1$$

නිදසුන 3

$$(2x + 3y)^2 = (2x)^2 + (2 \times 2x \times 3y) + (3y)^2$$
$$= 4x^2 + 12y + 9y^2$$

දැන් $(a - b)^2$ ප්‍රසාරණය සළකා බලමු.

I ක්‍රමය

ඉහත දැක්වූ ආකාරයට අනුව,

$$(a - b)^2 = a^2 + [2a \times (-b)] + (-b)^2$$
$$= a^2 - 2ab + b^2$$

II ක්‍රමය

ප්‍රසාරණයෙන්

$$(a - b)(a - b) = a(a - b) - b(a - b)$$
$$= a^2 - ab - ba + b^2$$
$$= a^2 - 2ab + b^2$$

ඉහත ක්‍රම දෙකෙන් ම $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ ලෙස ලැබේ.

තවත් නිදසුන් කිහිපයක් සලකා බලමු.

නිදසුන 4

$(a-2)^2 = a^2 + [2 \times a \times (-2)] + (-2)^2$
$= a^2 - 4a + 4$

නිදසුන 5

$(2p-3)^2 = (2p)^2 + [2 \times (2p)(-3)] + (-3)^2$
$= 4p^2 - 12p + 9$

නිදසුන 6

$(-x-3)^2 = (-x)^2 + [2 \times (-x) \times (-3)] + (-3)^2$
$= x^2 + 6x + 9$

නිදසුන 7

$(3p-4r)^2 = (3p)^2 + [2 \times (3p) \times (-4r)] + (-4r)^2$
$= 9p^2 - 24pr + 16r^2$

9.2 අභ්‍යාසය

1. *A* කොටසේ දක්වා ඇති එක් එක් ද්විපද ප්‍රකාශන සුළු කළ විට ලැබෙන පිළිතුර *B* කොටසින් තෝරා යා කරන්න.

A	***B***
$(a+3)^2$	$a^2 - 10a + 25$
$(a-5)^2$	$9 - 12x + 4x^2$
$(2x-1)^2$	$4x^2 - 8xy + 4y^2$
$(3-2x)^2$	$a^2 + 6a + 9$
$(2x-2y)^2$	$4x^2 - 4x + 1$

2. පහත ද්විපද ප්‍රකාශන ප්‍රසාරණය කර ලියන්න.

(i) $(x+1)^2$ (ii) $(y+3)^2$ (iii) $(x-1)^2$
(iv) $(y-4)^2$ (v) $(2+m)^2$ (vi) $(3-n)^2$

10 ජාල රේඛය හා සංඛ්‍යාත බහු අස්‍රය

මෙම පාඩම අධ්‍යයනය කිරීමෙන් ඔබට,
- සමාන පන්ති ප්‍රාන්තර සඳහා සන්තතික දත්තවල ජාල රේඛයක් නිරූපණය කිරීමට,
- අසමාන පන්ති ප්‍රාන්තර සඳහා ජාල රේඛයක් නිරූපණය කිරීමට,
- ජාල රේඛය ඇසුරෙන් සංඛ්‍යාත බහු අස්‍රය ඇඳීමට

හැකියාව ලැබේ.

10.1 ජාල රේඛය

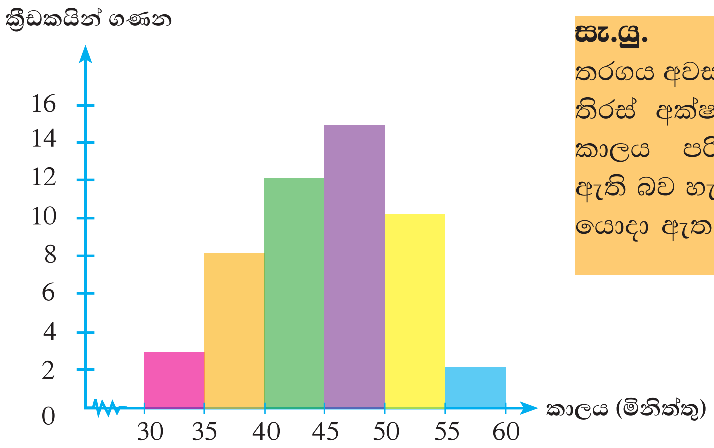
දත්ත නිරූපණය සඳහා ප්‍රස්තාර භාවිත කළ හැකි බව ඔබ මීට පෙර ඉගෙන ඇත. තීර ප්‍රස්තාර, වට ප්‍රස්තාර වැනි ප්‍රස්තාර දත්ත නිරූපණය සඳහා යොදා ගත් ආකාරය සිහිපත් කර ගන්න. දිග, බර, ස්කන්ධය වැනි සන්තතික දත්ත පන්ති ප්‍රාන්තරවලට වෙන්කර දී ඇති විට ඒවා නිරූපණය කිරීම සඳහා භාවිත කරන ප්‍රස්තාරය **ජාල රේඛය** ලෙස හැඳින්වේ. පන්ති තරම සමාන වූ විට ද පන්ති තරම අසමාන වූ විට ද ජාල රේඛා ඇඳිය හැකි ය.

පන්ති තරම සමාන වූ සංඛ්‍යා ව්‍යාප්ති ජාල රේඛයකින් දැක්වීම

පහත දැක්වෙනුයේ එක්තරා අවුරුදු උළෙලකදී ගම හරහා දිවීමේ තරගයට සහභාගී වූ ක්‍රීඩකයින් 50 දෙනෙකු තරගය නිම කිරීමට ගත් කාලය ඇතුළත් සංඛ්‍යා ව්‍යාප්තියකි.

පන්ති ප්‍රාන්තර (කාලය) මිනිත්තු	සංඛ්‍යාතය (ක්‍රීඩකයින් ගණන)
30 − 35	3
35 − 40	8
40 − 45	12
45 − 50	15
50 − 55	10
55 − 60	2

මෙහි දී ඇති පන්ති ප්‍රාන්තරවල තරම පරීක්ෂා කර බැලූ විට එම පන්ති ප්‍රාන්තර සියල්ලේම තරම සමාන බව ඔබට පෙනෙනු ඇත. අපි දැන් මෙම තොරතුරු ජාල රේඛයක නිරූපණය කරමු.



සැ.යු.
තරගය අවසන් කළ කාලය දක්වන තිරස් අක්ෂයේ 0 සහ 30 අතර කාලය පරිමාණයට නොදක්වා ඇති බව හැඟවීමට —⋀⋀— සළකුණු යොදා ඇත.

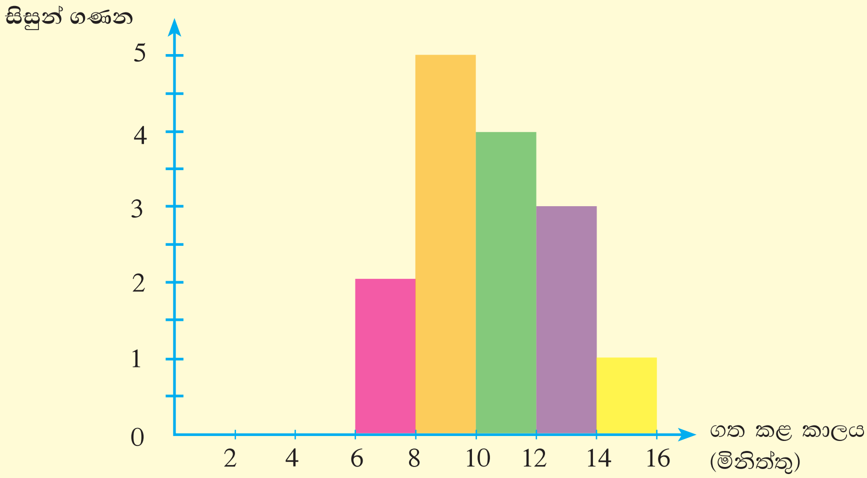
තීර ප්‍රස්තාර ඇඳීමේදී මෙන් ස්ථම්භ ඇඳ තිබුණ ද තීර ප්‍රස්තාරවල ස්ථම්භ අතර පරතරයක් දක්නට ලැබෙන බව ඔබට මතක ඇත. එහෙත් ජාල රේඛය ඇඳීමේදී එසේ ස්ථම්භ අතර පරතරයක් නොමැති බව හොඳින් වටහා ගත යුතුයි. මෙහිදී ස්ථම්භවල වර්ගඵල සංඛ්‍යාතයට සමානුපාත ලෙස ඇඳ ඇත.

නිදසුන 1

පහත දැක්වෙනුයේ එක්තරා පිරිවෙණක 4 ශ්‍රේණියේ සිසුන් සඳහා එකතු කිරීම දැලිස ගැටලු 100ක් විසඳීමට ගත කරන කාලය දැක්වෙන සංඛ්‍යාත වගුවකි.

තරගය නිමා කිරීමට ගත කළ කාලය (මිනිත්තු)	සිසුන් ගණන
6 − 8	2
8 − 10	5
10 − 12	4
12 − 14	3
14 − 16	1

මෙම තොරතුරු ජාල රේඛයකින් නිරූපණය කරන්න.



පන්ති තරම අසමාන වූ සංඛ්‍යා ව්‍යාප්ති ජාල රේඛයකින් දැක්වීම

පහත දැක්වෙනුයේ එක්තරා කිරි එකතු කිරීමේ මධ්‍යස්ථානයකට ගෙන ආ කිරි ප්‍රමාණය (ලීටරවලින්) දැක්වෙන තොරතුරු ඇතුළත් සංඛ්‍යා ව්‍යාප්තියකි.

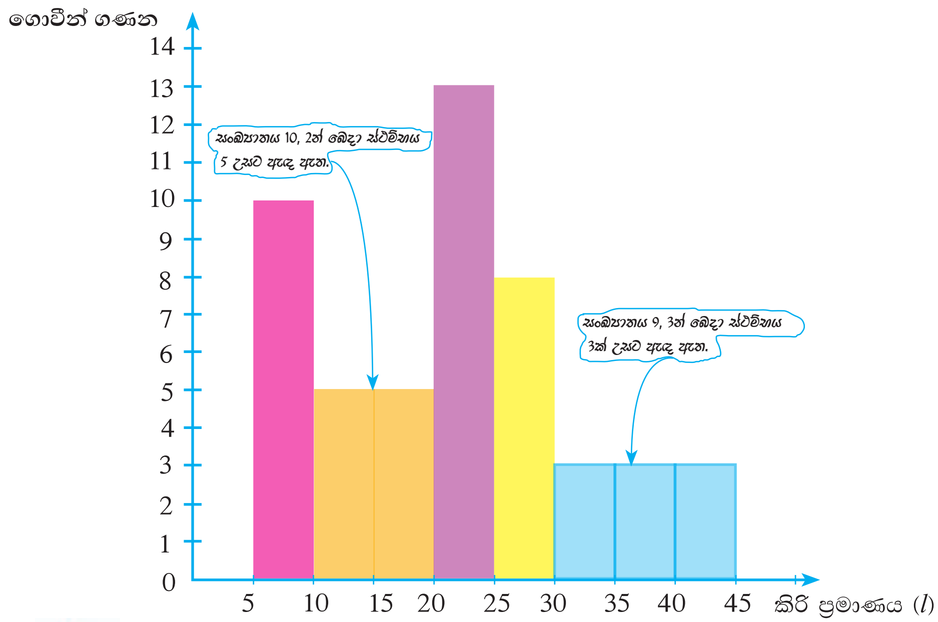
කිරි ප්‍රමාණය (ලීටර)	5 – 10	10 – 20	20 – 25	25 – 30	30 – 45
ගොවීන් ගණන	10	10	13	8	9

ඉහත වගුවේ සෑම පන්ති ප්‍රාන්තරයක ම තරම සමානදැයි හොඳින් බලන්න. එහිදී ඔබට 10 – 20 පන්ති ප්‍රාන්තරය හා 30 – 45 පන්ති ප්‍රාන්තරවල පළල අනෙක් පන්ති ප්‍රාන්තරවල පළලට වඩා වැඩි බව පෙනෙනු ඇත. එවැනි අවස්ථාවල අපි මුලින් ම කළ යුත්තේ අඩුම පළල දැක්වෙන පන්ති ප්‍රාන්තරයක තරම ඒකක එකක් ලෙස ගෙන අසමාන පළල දැක්වෙන පන්තිවල පළල අඩුම පළල මෙන් කී ගුණයක් දැයි සෙවීමයි. ඉන්පසුව ඊට අනුරූප සංඛ්‍යාතය තරම වැඩි වූ ඒකක ගණනකින් බෙදිය යුතුයි. එසේ තරම වැඩි වූ ඒකක ගණනකින් බෙදා ලබා ගත් පිළිතුරට අනුරූප දිගක් ස්ථම්භ ලෙස ඇඳ ජාල රේඛය සම්පූර්ණ කළ යුතුයි. එසේ කළ යුත්තේ ජාල රේඛයේ ස්ථම්භයේ වර්ගඵලය අදාළ සංඛ්‍යාතයට සමානුපාතික බැවිනි.

නිදසුනක් ලෙස අපි 5 – 10 පන්තියේ තරම 5 බැවින් එය ඒකක 1 ලෙස ගත් විට 10 – 20 පන්තියේ තරම 10 බැවින් එය ඒකක 2කි.

ඉන්පසුව එම පන්තියට අනුරූප සංඛ්‍යාතය 10 නිසා 10, 2න් බෙදා පිළිතුර 5 ලබා ගත යුතුයි. එලෙසම 30 – 45 අතර තරම 15 බැවින් 15 යනු කුඩාම තරම මෙන් ඒකක 3කි. ඉන්පසුව ඊට අනුරූප සංඛ්‍යාතය 9 නිසා 9, 3න් බෙදා පිළිතුර 3 ලබාගත යුතුයි.

ඉහත ආකාරයට එක් එක් අසමාන පන්ති සඳහා ලබා ගන්නා ලද පිළිතුරුවලට අදාළව ස්ථම්භ ලකුණු කර පහත දැක්වෙන ආකාරයට ජාල රේඛය ඇඳ ගත යුතු ය.



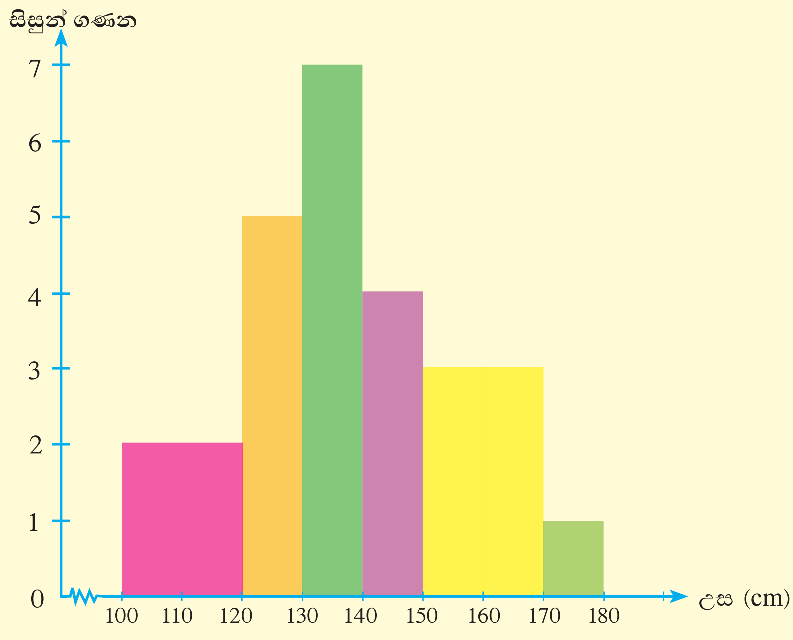
නිදසුන 2

පහත වගුවේ එක්තරා පිරිවෙණක සිටින සිසුන්ගේ උස පිළිබඳ ලබා ගත් තොරතුරු දැක්වෙන සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක් දැක්වේ.

පන්ති ප්‍රාන්තර උස (cm)	100 – 120	120 – 130	130 – 140	140 – 150	150 – 170	170 – 180
සංඛ්‍යාතය (සිසුන් ගණන)	4	5	7	4	6	1

මෙම තොරතුරු ජාල රේඛයකින් නිරූපණය කරන්න.

මෙහි කුඩාම පන්තියක තරම 10ක් බව 120 – 130 පන්ති ප්‍රාන්තරය මගින් පැහැදිලි වනු ඇත. ඒ අනුව 100 – 120 පන්ති ප්‍රාන්තරයේ තරම 20 නිසා ඊට අනුරූප සංඛ්‍යාතය වන 4, 2න් බෙදමු. එවිට පිළිතුර 2 වේ. එලෙසම 150 – 170 පන්ති ප්‍රාන්තරයේ තරම ද 20 නිසා ඊට අනුරූප සංඛ්‍යාතය වන 6, 2න් බෙදමු. එවිට පිළිතුර 3 වේ. ඒ අනුව, ජාල රේඛය පහත ආකාරයට නිරූපණය කර ඇත.



10.1 අභ්‍යාසය

1. එක්තරා තැපැල් කාර්යාලයකට ලැබුණු ලිපිවල ස්කන්ධය මැන ඒවා පහත දැක්වෙන ආකාරයට වගු ගත කරන ලදි.

ස්කන්ධය (g)	0 − 5	5 − 10	10 − 15	15 − 20	20 − 25
ලිපි ගණන	4	6	8	7	5

මෙම තොරතුරු ජාල රේඛයකින් නිරූපණය කරන්න.

2. එක්තරා පිරිවෙණක සිසුන් විසින් සිදු කළ ගණිත ක්‍රියාකාරකමක දී ඒ සඳහා ගත කළ කාලය හා සිසුන් ගණන දැක්වෙන සංඛ්‍යා ව්‍යාප්තියක් පහත දැක්වේ.

ගත කළ කාලය (මිනිත්තු)	10 − 12	12 − 14	14 − 16	16 − 18	18 − 20	20 − 22
සිසුන් ගණන	3	7	10	8	7	5

මෙම තොරතුරු ජාල රේඛයකින් නිරූපණය කරන්න.

3. එක්තරා ක්‍රීඩා සමාජයක සිටින ක්‍රීඩකයින් ඔවුන්ගේ උස අනුව කාණ්ඩ කර පහත දැක්වෙන සංඛ්‍යා ව්‍යාප්තිය පිළියෙල කර ඇත.

උස (cm)	100 − 110	110 − 130	130 − 140	140 − 150	150 − 160	160 − 180
ක්‍රීඩකයින් ගණන	4	12	10	7	3	4

මෙම තොරතුරු ජාල රේඛයකින් නිරූපණය කරන්න.

4. එක්තරා වෙළඳ සැලක මාසයක් තුළ විකුණු සහල් ප්‍රමාණවල ස්කන්ධය (kg වලින්) පහත දැක්වේ.

2,	8,	5,	10,	14,	12,	8,	6,	4,	3
4,	6,	8,	7,	12,	14,	7,	2,	9,	8
3,	4,	10,	6,	8,	7,	5,	3,	9,	11

(i) ඉහත දැක්වෙන තොරතුරු (0 − 3), (3 − 6), (6 − 9), (9 − 12), හා (12 − 15), ලෙස පන්ති ප්‍රාන්තරවලට වෙන්කර ඊට අනුරූප දින ගණන සංඛ්‍යාතය ලෙස ගෙන සමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක් පිළියෙල කරන්න.
(සැ.යු: 0 − 3 යනු 0 හෝ ඊට වැඩි එහෙත් 3ට අඩු ගණන වේ.)

(ii) එම වගුවේ තොරතුරු ජාල රේඛයක දක්වන්න.

10.2 සංඛ්‍යාත බහු අස්‍රය

සමාන පන්ති ප්‍රාන්තර සහිත සන්තතික වූ දත්ත නිරූපණයට යොදා ගනු ලබන තවත් ක්‍රමයකි, සංඛ්‍යාත බහු අස්‍රය. මෙම ප්‍රස්තාරයේ ආරම්භක හා අවසාන ලක්ෂ්‍ය දෙක තිරස් අක්ෂය මත ලකුණු කරන අතර ඉතිරි ලක්ෂ්‍ය ලකුණු කරනුයේ ඛණ්ඩාංක තලය මතයි. එසේ ලකුණු කරන ලද ලක්ෂ්‍ය අනුපිළිවෙළින් සරල රේඛා මගින් යා කළ විට ලබාගන්නේ සංවෘත තල රූපයකි. එම තල රූපය **සංඛ්‍යාත බහු අස්‍රය** නමින් හඳුන්වයි.

සැ.යු.
සන්තතික සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක් මගින් අඳිනු ලබන ජාල රේඛයේ සෘජුකෝණාස්‍ර කොටු සියල්ලේ වර්ගඵලවල එකතුවත් ඊට අනුරූපව අඳින ලද සංඛ්‍යාත බහු අස්‍රයේ වර්ගඵලයත් සමාන වේ.

සංඛ්‍යාත බහු අස්‍රය ඛණ්ඩාංක තලයක ලකුණු කරන විට පන්ති ප්‍රාන්තරවල මධ්‍ය අගයන් තිරස් ඛණ්ඩාංක (x ඛණ්ඩාංක) ලෙසත් ඊට අනුරූප සංඛ්‍යාතය සිරස් ඛණ්ඩාංක (y ඛණ්ඩාංක) ලෙසත් ගෙන ඛණ්ඩාංක තලයක ලකුණු කර ගනු ලැබේ. ඉන්පසුව එම ලක්ෂ්‍ය අනුපිළිවෙළින් සරල රේඛා මගින් යා කර සංවෘත රූපයක් ලෙස ලබා ගත යුතුයි. එම සංවෘත තල රූපය සංඛ්‍යාත බහු අස්‍රය වේ.
එසේම ජාල රේඛය භාවිතයෙන් ද සංඛ්‍යාත බහු අස්‍රය ඇඳිය හැකි ය. මෙහිදී ජාල රේඛයේ ස්ථම්භවල මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය ලකුණු කර ඒවා පිළිවෙළට සරල රේඛා මගින් යා කළ විට ද සංඛ්‍යාත බහු අස්‍රය ලැබේ.

නිදසුන 1

පහත දැක්වෙනුයේ කර්මාන්ත ශාලාවකින් ඉවත දමන ලද රෙදි කැබලි තොගයකින් ගත් සාම්පලයක තිබූ රෙදි කැබලිවල දිග අනුව කාණ්ඩ කරන ලද සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියකි.

රෙදි කැබැල්ලේ දිග (cm)	0 − 10	10 − 20	20 − 30	30 − 40	40 − 50	50 − 60
රෙදි කැබලි ගණන	20	30	50	25	15	5

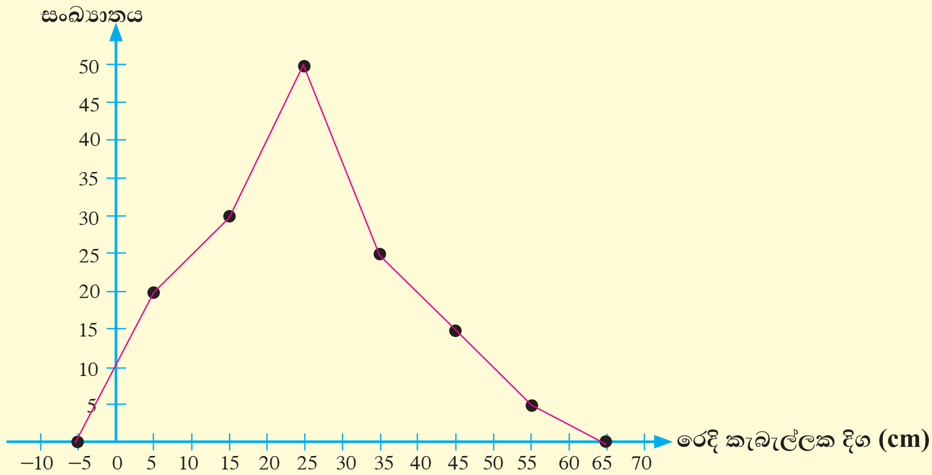
(i) පන්ති ප්‍රාන්තරවල මධ්‍ය අගය සලකා මෙම තොරතුරු නැවත වගු ගත කරන්න.
(ii) එම තොරතුරු සංඛ්‍යාත බහු අස්‍රයකින් දක්වන්න.

(i)

රෙදි කැබැල්ලේ දිග (පන්ති ප්‍රාන්තරවල මධ්‍ය අගය)	5	15	25	35	45	55
රෙදි කැබලි ගණන	20	30	50	25	15	5

(5, 20) (15, 30) (25, 50) (35, 25) (45, 15) (55, 5)

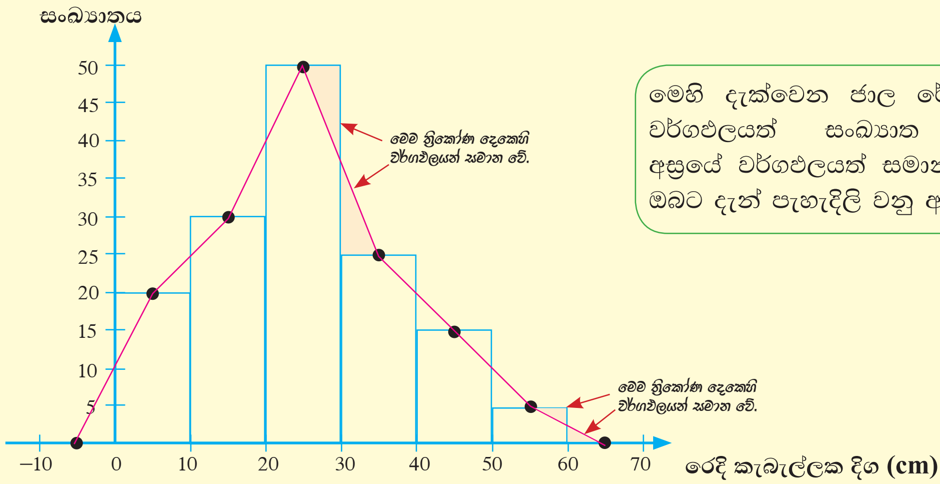
(ii)



නිදසුන 2

(i) ඉහත නිදසුන 1හි දැක්වෙන වගුව භාවිත කර එම දත්ත ජාල රේඛයකින් නිරූපණය කරන්න.

(ii) ජාල රේඛය ඇසුරෙන් සංඛ්‍යාත බහු අස්‍රය අඳින්න.



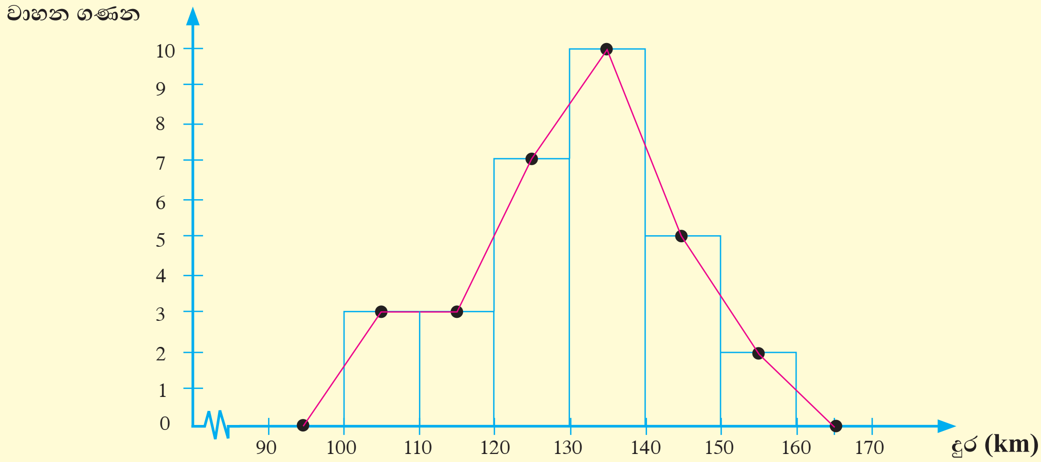
මෙහි දැක්වෙන ජාල රේඛයේ වර්ගඵලයත් සංඛ්‍යාත බහු අස්‍රයේ වර්ගඵලයත් සමාන බව ඔබට දැන් පැහැදිලි වනු ඇත

නිදසුන 3

පහත දැක්වෙනුයේ අධ්‍යාපන අමාත්‍යාංශයේ භාවිත වන මෝටර් රථ 30ක ඉන්ධන දහනය පිළිබඳ කරන ලද පරීක්ෂණයකදී ඉන්ධන ලීටර 10කින් ගමන් කරන උපරිම කිලෝමීටර ගණන හා වාහන ගණන දැක්වෙන සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියකි.

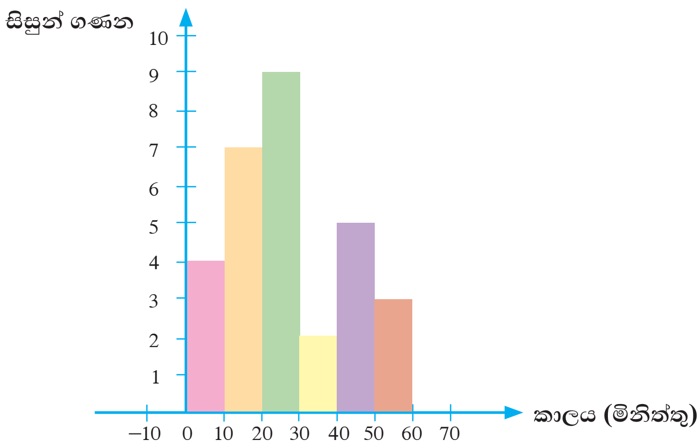
ගමන් කරන දුර (km)	100 – 120	120 – 130	130 – 140	140 – 150	150 – 160
වාහන ගණන	6	7	10	5	2

(i) මෙම තොරතුරු ජාල රේඛයකින් නිරූපණය කරන්න.
(ii) ජාල රේඛය ඇසුරින් සංඛ්‍යාත බහු අස්‍රය අඳින්න.



10.2 අභ්‍යාසය

1. පහත දී ඇත්තේ මිනිත්තු 60ක් තුළ ලියා අවසන් කිරීමට දී ඇති ගණිත ප්‍රශ්න පත්‍රයකට සිසුන් පිළිතුරු ලිවීමට ගත කළ කාලය හා සිසුන් ගණන දැක්වෙන ජාල රේඛයකි.



මෙම ජාල රේඛය ඔබේ අභ්‍යාස පොතේ පිටපත් කරගෙන එම සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියට සංඛ්‍යාත බහු අස්‍රය එහි ඇඳ දක්වන්න.

2. පහත දැක්වෙනුයේ එක්තරා පිරිවෙණක 4 ශ්‍රේණියේ සිසුන්ට ලබා දුන් ගණිත ඇගයීමක් සඳහා ලබා ගත් ලකුණු හා ඊට අනුරූප සිසුන් දැක්වෙන සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියකි.

ලකුණු	0 – 20	20 – 30	30 – 40	40 – 70
සිසුන් ගණන	8	6	10	6

(i) ඉහත තොරතුරු ජාල රේඛයකින් නිරූපණය කරන්න.
(ii) ඒ ඇසුරෙන් සංඛ්‍යාත බහු අස්‍රය අඳින්න.

3. එක්තරා ගමක වෙසෙන පවුල් 40ක් සඳහා කළ සමීක්ෂණයකදී දිනකට රූපවාහිනිය නරඹන පැය ගණන පිළිබඳව සපයා ගත් දත්ත සටහන් වගුවක් පහත දැක්වේ.

පැය ගණන	2 – 4	4 – 6	6 – 8	8 – 10	10 – 12	12 – 14
පවුල් ගණන	4	10	13	7	4	2

(i) පන්ති ප්‍රාන්තරවල මධ්‍ය අගය දැක්වෙන වගුවක් පිළියෙල කරන්න.
(ii) එම මධ්‍ය අගය සලකා සංඛ්‍යාත බහු අස්‍රය අඳින්න.

සාරාංශය

- සන්තතික දත්ත සහිත සමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තිවල දත්ත නිරූපණය සඳහා ජාල රේඛය භාවිත කළ හැකි ය.
- සන්තතික දත්ත සහිත සමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තිවල දත්ත නිරූපණය සඳහා සංඛ්‍යාත බහු අස්‍රය භාවිත කිරීම තවත් ක්‍රමයකි.

11 වර්ගජ ප්‍රකාශනවල සාධක

මෙම පාඩම අධ්‍යයනය කිරීමෙන් ඔබට,

- $ax^2 + bx + c$ ආකාරයේ ප්‍රකාශනවල සාධක සෙවීමට,
- වර්ග දෙකක අන්තරයෙහි සාධක හඳුනා ගැනීමට,
- වීජීය ප්‍රකාශන ඇතුළත් වර්ග දෙකක අන්තරයේ සාධක සෙවීමට,
- සංඛ්‍යාමය ප්‍රකාශනවල අගය සෙවීමට, වර්ග දෙකක අන්තරය භාවිත කිරීමට

හැකියාව ලැබේ.

$6 = 2 \times 3$ ලෙස ලිවිය හැකි ය. එසේ ලිවීමේදී 2 හා 3 යන්න 6හි සාධක යැයි කියනු ලැබේ. එලෙස $4x + 8$ යන ද්වීපද ප්‍රකාශනය සැලකීමේ දී, එය $4(x + 2)$ ලෙස ලිවිය හැකි ය. එසේ ලිවීමේදී 4 හා $(x + 2)$ යන්න, $4x + 8$හි සාධක ලෙස හැඳින්විය හැකි ය.

පුනරීක්ෂණ අභ්‍යාසය

1. පහත දැක්වෙන එක් එක් වීජීය ප්‍රකාශනය සාධකවල ගුණිතයක් ලෙස ලියා දක්වන්න.

(i) $3x + 6$ (ii) $2x - 2$ (iii) $p^2 + p$

(iv) $2a - 4a^2$ (v) $2pq + 4pq^2$ (vi) $5x^2 + 10x^2y^2 + 15x^2y$

2. පහත දැක්වෙන වීජීය ප්‍රකාශන සාධකවල ගුණිතයක් ලෙස ලියා දක්වන්න.

(i) $x(x + 1) + 3(x + 1)$ (ii) $a(a - 2) - 5(a - 2)$

(iii) $m(3a - 2b) + n(3a - 2b)$ (iv) $x^2 + xy + 4x + 4y$

(v) $p^2 - 2pb - 5p + 10b$ (vi) $x^2 + 7x + 3x + 21$

(vii) $n^2 + 9n - 2n - 18$

11.1 ත්‍රිපද වර්ගජ ප්‍රකාශනවල සාධක

ත්‍රිපද වර්ගජ ප්‍රකාශනයක් හඳුනා ගැනීම

$x^2 + 5x + 6$ ආකාරයේ පද තුනක් සහිත වීජීය ප්‍රකාශනයක් සලකමු. මෙය අඥාත පද එකක් සහිත වීජීය ප්‍රකාශනයකි. මෙවැනි ප්‍රකාශනයක් සාධාරණ ලෙස $ax^2 + bx + c$ ලෙස ලිවිය හැකි ය.

මෙහි x^2 සංගුණකය a ද xහි සංගුණකය b ද c යනු නියත පදය ද වේ. මේ ආකාරයේ වූ වර්ගජ ප්‍රකාශනයකට ත්‍රිපද වර්ගජ ප්‍රකාශනයක් යැයි කියනු ලැබේ.

ත්‍රිපද වර්ගජ ප්‍රකාශනවල සාධක සොයන ආකාරය

උදාහරණ ලෙස $x^2 + 5x + 6$ වර්ගජ ප්‍රකාශනය සලකමු.

$$(x+2)\ (x+3) = x\,(x+3) + 2(x+3)$$
$$= x^2 + \underbrace{3x + 2x}_{} + 6$$
$$= x^2 + \quad 5x \quad + 6$$

මෙම $x^2 + 5x + 6$ ප්‍රකාශනයේ සාධක $(x + 2)$ හා $(x + 3)$ වේ. මෙම සාධක වෙන්කර ගැනීමට ඉහත ප්‍රකාශනයේ ගුණිතය ලබා ගැනීමට යොදා ගත් පියවර අග සිට මුලට සලකා බලමු.

- $x^2 + 5x + 6$ ප්‍රකාශනයේ මැද පදය වන $5x$ යන්න $2x$ හා $3x$ යන පද දෙකේ එකතුවෙන් ලබා ගෙන ඇත.
- එම $2x$ හා $3x$ පද දෙකේ ගුණිතය සැලකූ විට $2x \times 3x = 6x^2$ ලැබේ. එම අගය ප්‍රකාශනයේ මුල පදය වන x^2 හා අග පදය වන 6 ගුණ කිරීමෙන් ද ලැබේ. එනම්, $x^2 \times 6 = 6x^2$

ත්‍රිපද ප්‍රකාශනවල සාධක ($a = 1$ අවස්ථාව)

උදාහරණයක් ලෙස $x^2 + 7x + 12$ සලකමු.

පියවර 1 - මුල් හා අවසන් පද දෙකේ ගුණිතය සලකමු.
(මෙම ගුණිතය නිඛිල ගුණිතයක් ලෙස සලකන්න.)
$(+x)^2 \times (+12) = +12x^2$

පියවර 2 - $+12x^2$ හි සාධක සොයන්න.

$$\begin{aligned} +12x^2 &= 12x \times (+x) \\ &= (-12x) \times (-x) \\ &= (+6x) \times (+2x) \\ &= (-6x) \times (-2x) \\ &= \boxed{(+4x) \times (+3x)} \\ &= (-4x) \times (-3x) \end{aligned}$$

පියවර 3 - ඉහත ලබා ගත් සාධක අතුරින් සාධකවල එකතුව, මැද පදය වන $(+7x)$ ට ගැළපෙන අවස්ථාව තෝරන්න.
එය $4x$ හා $3x$ වේ.

පියවර 4 - ඉහතින් තෝරා ගත් සාධක යුගලය, මැද පදය වෙනුවට යොදමින් පද හතරක ප්‍රකාශනයක් ලෙස නැවත සකසන්න.

$$x^2 + 7x + 12 \quad = x^2 + 4x + 3x + 12$$

පියවර 5 - ලියන ලද පද හතරින් යුත් ප්‍රකාශනයේ මුල් පද දෙකේ සහ අග පද දෙකේ පොදු සාධක වෙන් කරන්න.

$$\begin{aligned} x^2 + 7x + 12 &= x^2 + 4x + 3x + 12 \\ &= x\ (x+4) + 3(x+4) \end{aligned}$$

පියවර 6 - මුල් පද දෙකට සහ අග පද දෙකට පොදු ද්විපද ප්‍රකාශනයක් ලැබේ. එය $(x + 4)$ වේ. මෙය පොදු සාධකයක් ලෙස පිටතට ගෙන ඉතිරි සාධකය $(x + 3)$ ලියන්න.

$$x(x + 4) + 3 (x + 4)$$
$$= (x + 4) (x + 3)$$

දැන් තවත් නිදසුන් කිහිපයක් සලකමු.

නිදසුන 1

$x^2 + 3x + 2$ හි සාධක සොයන්න.

$$x^2 + 3x + 2 = x^2 + 2x + x + 2$$
$$= x(x + 2) + 1 (x + 2)$$
$$= (x + 2) (x + 1)$$

මැද පදය	මුල් හා අවසන් පදවල ගුණිතය	සාධක
$+3x$	$(x^2 \times (+2))$	$+2x , + 1x$
	$+ 2x^2$	$- 2x, - x$

නිදසුන 2

$p^2 + p - 12$ හි සාධක සොයන්න.

$$p^2 + p - 12 = p^2 + 4p - 3p - 12$$
$$= p(p + 4) - 3 (p + 4)$$
$$= (p + 4) (p - 3)$$

මැද පදය	මුල් හා අවසන් පදවල ගුණිතය	සාධක
$(+p)$	$p^2 \times (-12)$	$(+12p) ,(-p)$
	$=-12p^2$	$(-12p) ,(+p)$
		$(+6p) ,(-2p)$
		$(-6p) ,(+2p)$
		$(+4p) ,(-3p)$
		$(+3p) ,(-4p)$

නිදසුන 3

$n^2 - 3n - 10$ හි සාධක සොයන්න.

$$n^2 - 3n - 10 = n^2 - 5n + 2n - 10$$
$$= n (n - 5) + 2 (n - 5)$$
$$= (n - 5) (n + 2)$$

මැද පදය	මුල් හා අවසන් පදවල ගුණිතය	සාධක
$(-3n)$	$n^2 \times (-10)$	$(+10n) ,(-n)$
	$=-10n^2$	$(-10n) ,(+n)$
		$(+5n) ,(-2n)$
		$(-5n) ,(+2n)$

ත්‍රිපද වර්ගජ ප්‍රකාශනවල සාධක (a, 1ට වැඩි නිඛිලයක් වන අවස්ථාව)

$ax^2 + bx + c$ ආකාරයේ ත්‍රිපද වර්ගජ ප්‍රකාශනයක $a > 1$ වන අවස්ථාව සලකමු.

- $3x^2 + 14x + 15$
- $2x^2 - x - 1$
- $6x^2 + 3x - 3$
- $2x^2 + xy - 3xy^2$

මෙහි x^2 හි සංගුණකය +1 ට වඩා විශාල වේ. පිළිවෙළින් ඉහත ප්‍රකාශන සැලකීමේදී,

- $3x^2 + 14x + 15$, x^2 හි සංගුණකය 3
- $2x^2 - x - 1$, x^2 හි සංගුණකය 2
- $6x^2 + 3x - 3$, x^2 හි සංගුණකය 6
- $2x^2 + xy - 3xy^2$, x^2 හි සංගුණකය 2

මෙවැනි ත්‍රිපද වර්ගජ ප්‍රකාශනවල සාධක සෙවීම මීට ඉහත $x^2 + 5x + 6$ ප්‍රකාශනවල සාධක සෙවූ අයුරින් ම සෙවිය හැකි ය.

නිදසුන 4

$2x^2 + 7x + 6$ සළකමු.

$$\begin{aligned} 2x^2 + 7x + 6 &= 2x^2 + 4x + 3x + 6 \\ &= 2x(x+2) + 3(x+2) \\ &= (x+2)(2x+3) \end{aligned}$$

මැද පදය	මුල් හා අවසන් පදවල ගුණිතය	සාධක
$+7x$	$(+2x^2) \times (+6)$	$(+12x), (+x)$
	$12x^2$	$(-12x), (-x)$
		$(+6x), (+2x)$
		$(-6x), (-2x)$
		$(+4x), (+3x)$
		$(-3x), (-4x)$

නිදසුන 5

$2x^2 + 3x - 5$ සළකමු.

$$\begin{aligned} 2x^2 + 3x - 5 &= 2x^2 + 5x - 2x - 5 \\ &= x(2x+5) - 1(2x+5) \\ &= (2x+5)(x-1) \end{aligned}$$

මැද පදය	මුල් හා අවසන් පදවල ගුණිතය	සාධක
$+3x$	$2x^2 \times (-5)$	$(+10x), (-x)$
	$-10x^2$	$(-10x), (+x)$
		$(+5x), (-2x)$
		$(-5x), (+2x)$

නිදසුන 6

$2x^2 - x - 6$ සළකමු.

$$\begin{aligned} 2x^2 - x - 6 &= 2x^2 - 4x + 3x - 6 \\ &= 2x(x-2) + 3(x-2) \\ &= (x-2)(2x+3) \end{aligned}$$

මැද පදය	මුල් හා අවසන් පදවල ගුණිතය	සාධක
$-x$	$2x^2 \times (-6)$	$(+12x), (-x)$
	$-12x^2$	$(-12x), (+x)$
		$(+6x), (-2x)$
		$(-6x), (+2x)$
		$(+3x), (-4x)$
		$(-3x), (+4x)$

11.1 අභ්‍යාසය

1. සාධකවලට වෙන් කරන්න.

(i) $p^2 + p - 12$ (ii) $b^2 + 20b + 100$ (iii) $p^2 + 18p + 56$

(iv) $c^2 + 17c + 66$ (v) $t^2 - 13t + 30$ (vi) $y^2 - 8y - 20$

(vii) $m^2 - 12m + 35$ (viii) $n^2 - 7n - 30$

2. සාධකවලට වෙන් කරන්න.

(i) $2x^2 + 5x + 3$ (ii) $2y^2 + 9y + 10$ (iii) $3y^2 + 5y + 2$

(iv) $6x^2 - 7x + 2$ (v) $4a^2 - 13ab + 10b^2$ (vi) $12x^2 - 13xy + 3y^2$

11.2 පොදු සාධක සහිත වර්ගජ ප්‍රකාශනවල සාධක සෙවීම

උදාහරණ ලෙසින් $2y^2 + 12y + 16$ සලකමු. මෙම ප්‍රකාශනයේ පද තුන සැලකීමේදී $2y^2$, $12y$ හා 16 යන පද තුන ම බෙදෙන අගයක් සොයා ගත හැකි ය. එම අගය 2 වේ. මෙය, පද තුනෙහි ම සාධකයක් වන බැවින් එය පොදු සාධකයකි. මෙවැනි අවස්ථාවකදී පළමුවෙන් ම පොදු සාධකය සමගින් ගුණිතයක් ලෙස වීජීය ප්‍රකාශනය ලිවිය හැකි ය. එවිට,

$2y^2 + 12y + 16 = 2(y^2 + 6y + 8)$ ලෙසින් දැක්විය හැකි ය.

මීළඟට $y^2 + 6y + 8$ හි සාධකය සොයමු.

$$\begin{aligned} y^2 + 6y + 8 &= y^2 + 4y + 2y + 8 \\ &= y(y+4) + 2(y+4) \\ &= (y+4)(y+2) \end{aligned}$$

මැද පදය	මුල් හා අවසන් පදවල ගුණිතය	සාධක
$(+6y)$	$y^2 \times 8$	$(+8y), (+y)$
	$8y^2$	$(-8y), (-y)$
		$(+4y), (+2y)$
		$(-4y), (-2y)$

එම සාධක සම්බන්ධ කරමින්,

$2y^2 + 12y + 16 = 2(y+4)(y+2)$ ලෙස සාධකවල ගුණිතයක් ලෙස දැක්විය හැකි ය.

පහත නිදසුන් සළකා බලමු.

නිදසුන 1

$9p^2 - 6p - 3$ හි සාධක සොයන්න.

$$\begin{aligned} 9p^2 - 6p - 3 &= 3(3p^2 - 2p - 1) \\ &= 3[3p^2 - 3p + p - 1)] \\ &= 3[3p(p-1) + 1(p-1)] \\ &= 3[(p-1)(3p+1)] \\ &= 3(p-1)(3p+1) \end{aligned}$$

$(3p^2 - 2p - 1)$ හි සාධක

මැද පදය	මුල් හා අවසන් පදවල ගුණිතය	සාධක
$-2p$	$3p^2 \times (-1)$	$(+3p), (-p)$
	$-3p^2$	$(-3p), (+p)$

නිදසුන 2

$2a^3 - 12a^2b + 18ab^2$ හි සාධක සොයන්න.

$2a^3 - 12a^2b + 18ab^2$
$= 2a(a^2 - 6ab + 9b^2)$
$= 2a[\,a^2 - 3ab - 3ab + 9b^2\,]$
$= 2a[\,a\,(a - 3b) - 3b\,(a - 3b)\,]$
$= 2a\,[\,(a - 3b)\;(a - 3b)\,]$
$= 2a\;(a - 3b)^2$

$(a^2 - 6ab + 9b^2)$ හි සාධක

මැද පදය	මුල් හා අවසන් පදවල ගුණිතය	සාධක
$-6ab$	$a^2 \times (+9b^2)$	$(+9ab)$,$(+ab)$
	$9a^2b^2$	$(-9ab)$,$(-ab)$
		$(+3ab)$,$(+3ab)$
		$(-3ab)$,$(-3ab)$

11.2 අභ්‍යාසය

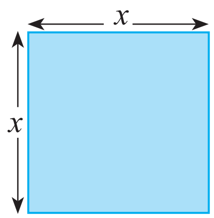
1. සාධකවලට වෙන් කරන්න.

(i) $9x^2 + 6x - 3$ (ii) $4x^2 - 32x - 80$ (iii) $2x^2 + 2x - 12$

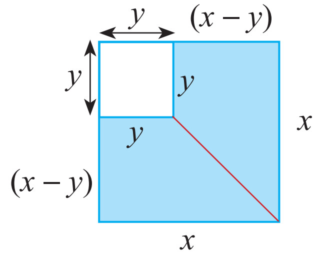
(iv) $10x^2 + 5xy - 5y^2$ (v) $2a^2 + 12a + 16$ (vi) $2a^2 - 12a^2b + 18ab^2$

11.3 වර්ග දෙකක අන්තරය වශයෙන් දැක්විය හැකි ප්‍රකාශනවල සාධක

වර්ග දෙකක අන්තරය, වීජීය ප්‍රකාශනයක් ලෙස $a^2 - b^2$ මගින් දැක්විය හැකි ය. මෙහි අදහස වන්නේ පළමු පදයේ වර්ගයෙන් දෙවන පදයේ වර්ගය අඩු වී ඇති බව යි.
පහත දැක්වෙන නිදසුන අධ්‍යයනය කරන්න. පැත්තක දිග x වූ සමචතුරස්‍රයකින් පැත්තක දිග y වූ සමචතුරස්‍රයක් කපා ඉවත් කළ පසු ඉතිරි කොටසේ වර්ගඵලය සඳහා ප්‍රකාශන ලබා ගනිමු. $(x > y)$ වේ.



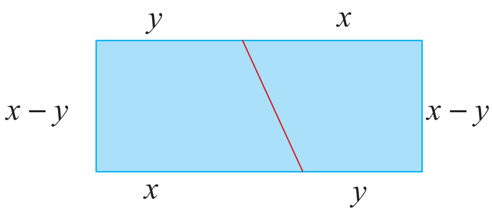
1 රූපය



2 රූපය

මුල් සමචතුරස්‍රයේ වර්ගඵලය $= x^2$
කපා වෙන් කරන ලද සමචතුරස්‍රයේ වර්ගඵලය $= y^2$
ඉතිරි කොටසේ වර්ගඵලය $= x^2 - y^2$

මෙම ඉතිරි කොටසේ වර්ගඵලය ලබාගැනීමට 2 රූපයේ රතු රේඛාව ඔස්සේ වෙන් කර එය පහත ආකාරයට නැවත සම්බන්ධ කිරීමෙන් ලබා ගත හැකි ය.



3 රූපය

මෙහිදී ලැබෙන නව සෘජුකෝණාස්‍රයේ දිග $(x+y)$ ද පළල $(x-y)$ ද වේ.

3 රූපයේ වර්ගඵලය $= \text{දිග} \times \text{පළල}$

$= (x+y)(x-y)$

මෙම සිදුවීම් දෙකේදී ම එකම වර්ගඵලය ලැබෙන බැවින්,
$x^2 - y^2 = (x+y)(x-y)$ ලෙස දැක්විය හැකි ය.

එනම්, $x^2 - y^2$ හි ප්‍රකාශනය සාධකවල ගුණිතයක් ලෙස $(x+y)(x-y)$ ලෙස දැක්විය හැකි ය.
$x^2 - y^2 = (x+y)(x-y)$

මෙලෙසින්, වර්ග දෙකක අන්තරය වශයෙන් ඇති ප්‍රකාශනයක් හැම විටම සාධක දෙකක ගුණිතයක් ලෙස ඉදිරිපත් කළ හැකි ය.

$x^2 \quad - \quad y^2 \quad = \quad (x \quad + \quad y) \quad (x \quad - \quad y)$

පළමු පදය − දෙවන පදය = (පළමු පදය + දෙවන පදය) (පළමු පදය − දෙවන පදය)

මෙම ගුණිතය මාරු වී ගුණ වුව ද පිළිතුර නොවෙනස් වේ.

$x^2 - y^2 = (x+y)(x-y)$
$= (x-y)(x+y)$

තව ද $(x-y)(x+y)$ ප්‍රසාරණය කිරීමෙන් $x^2 - y^2$ ලැබෙන බව ද තහවුරු කර ගත හැකි ය.

$(x-y)(x+y) = x(x+y) - y(x+y)$
$= x^2 + xy - yx - y^2$
$= x^2 - y^2$

නිදසුන් කිහිපයක් සළකා බලමු.

නිදසුන 1

$x^2 - 4 = x^2 - 2^2$
$= (x+2)(x-2)$

නිදසුන 2

$4x^2 - 9 = (2x)^2 - 3^2$
$= (2x+3)(2x-3)$

නිදසුන 3

$25a^2 - 16b^2 = (5a)^2 - (4b)^2$
$= (5a+4b)(5a-4b)$

වර්ග දෙකක අන්තරයේ සාධක තවදුරටත්

පහත දැක්වෙන එක් එක් වීජීය ප්‍රකාශනවල සාධක වෙන් කර ඇති ආකාරය අධ්‍යයනය කරන්න.

නිදසුන 4

$(x+2)^2 - y^2$
$= [\ (x+2)+y\ ]\ [\ (x+2)-y\ ]$
$= (x+2+y)\ (x+2-y)$

නිදසුන 5

$(m-3)^2 - (m+5)^2$
$= [(m-3)+(m+5)]\ [(m-3)-(m+5)]$
$= (m-3+m+5)\ (m-3-m-5)$
$= (2m+\ 2)\ (-8)$
$= -8\ (2m+\ 2)$
$= -8 \text{ x } 2\ (m+\ 1)$
$= -16\ (m+\ 1)$

11.3 අභ්‍යාසය

1. සාධකවලට වෙන් කරන්න.

(i) $m^2 - n^2$ (ii) $x^2 - 2^2$ (iii) $a^2 - 16$
(iv) $2^2 - y^2$ (v) $36 - p^2$ (vi) $a^2\, b^2 - 3^2$
(vii) $x^2\, y^2 - 4$ (viii) $2^2p^2 - 3^2q^2$ (ix) $16a^2 - 4b^2$ (x) $25x^2 - 36y^2$

11.4 වර්ග දෙකක අන්තරය භාවිතයෙන් අගය සෙවීම

පහත නිදසුන් මගින් වර්ග දෙකක අන්තරය භාවිත කර සංඛ්‍යාත්මක ප්‍රකාශනවල අගය සෙවූ අවස්ථාවන් කිහිපයක් දැක්වේ.

නිදසුන 1

$13^2 - 12^2 = (13+12)\ (13-12)$
$= 25 \times 1$
$= 25$

නිදසුන 2

$12.8^2 - 7.2^2 = (12.8+7.2)\ (12.8-7.2)$
$= (20 \times\ 5.6)$
$=\ 112$

11.4 අභ්‍යාසය

1. සාධක භාවිතයෙන් අගය සොයන්න.

(i) $97^2 - 3^2$ (ii) $15.5^2 - 4.5^2$ (iii) $99.9^2 - 0.1^2$
(iv) $6.73^2 - 3.27^2$ (v) $1.25^2 - 0.25^2$ (vi) $15.35^2 - 14.35^2$

12 දශම

මෙම පාඩම අධ්‍යයනය කිරීමෙන් ඔබට,
- වරහන් ඇතුළත් දශම සුළු කිරීමට,
- දශම ආශ්‍රිත ගැටලු විසඳීමට

හැකියාව ලැබේ.

12.1 දශම හැඳින්වීම

ඒකකයක් සමාන කොටස් 10කට බෙදූ විට ඉන් එක් කොටසක් එනම් $\frac{1}{10}$ ක් දශම එකක් එනම් 0.1 ලෙස මීට පෙර ඉගෙන ඇත. ඒ අනුව,

$\frac{1}{10} = 0.1,$ $\frac{2}{10} = 0.2,$ $1\frac{3}{10} = 1.3$

ලෙස ලියනු ලැබේ. එලෙසම,

$\frac{25}{100} = 0.25,$ $\frac{8}{100} = 0.08$ $1\frac{75}{100} = 1.75$

ලෙස ද ලිවිය හැකි බව ඉගෙන ඇත.

දශම හා සම්බන්ධ සුළු කිරීම් නැවත මතකයට නංවා ගැනීමට පහත පුනරීක්ෂණ අභ්‍යාසයේ යෙදෙන්න.

පුනරීක්ෂණ අභ්‍යාසය

1. සුළු කරන්න.

(i) 5.23 + 2.73 (ii) 7.93 + 2.953 (iii) 8.61 − 2.85
(iv) 7.27 + 6.8 − 3.98 (v) 11 − 3.94 + 2.86

2. සුළු කරන්න.

(i) 0.7×2 (ii) 1.52×8 (iii) 5.31×24
(iv) 6.52×1.2 (v) 0.36×0.92

3. සුළු කරන්න.

(i) $9.6 \div 4$ (ii) $2.45 \div 7$ (iii) $3.612 \div 1.2$
(iv) $52.644 \div 42.8$ (v) $4.32 \div 0.25$

4. $243 \times 52 = 12636$ නම් පහත සඳහන් එක එකෙහි අගය සොයන්න.

(i) 24.3×52 (ii) 24.3×5.2 (iii) 243×0.52

(iv) 2.43×0.52 (v) 0.243×0.52

5. $1768 \div 34 = 52$ නම් පහත සඳහන් එක එකෙහි අගය සොයන්න.

(i) $17.68 \div 34$ (ii) $1.768 \div 3.4$ (iii) $1.768 \div 0.34$

12.2 වරහන් ඇතුළත් දශම සුළු කිරීම හා ආශ්‍රිත ගැටලු

$(2.35 + 1.2) \times 2$ ප්‍රකාශනය සුළු කරමු.

මෙහි දී පළමුව වරහන් ඇතුළත ඇති කොටස් සුළු කරනු ලැබේ.

$(2.35 + 1.2) \times 2$

$= 3.55 \times 2$

$= 7.10$

නිදසුන 1

$(5.6 - 2.32) \div 4$ සුළු කරන්න.

$(5.6 - 2.32) \div 4$

$= 3.28 \div 4$ (වරහන් තුළ කොටස සුළු කිරීම)

$= 0.82$

නිදසුන 2

100 m ධාවන තරගයක දී ජයග්‍රහණය කරන තරගකරුගේ ධාවන කාලය තත්පර 12.5ක් නම් ඔහුගේ වේගය තත්පරයට මීටර කොපමණ ද?

වේගය $= \dfrac{100}{12.5}$

= තත්පරයට මීටර 8යි.

12.1 අභ්‍යාසය

1. සුළු කරන්න.

(i) $(10.3 - 4.9) \div 2.8$

(ii) $(1.5 \times 0.3) \div (5 - 4.5)$

(iii) $\dfrac{(5 \times 0.2)}{0.2} + \dfrac{(4 \times 0.3)}{0.6}$

(iv) 3.5න් $(0.53 - 0.46)$

(v) $19.5 - (3.2 \times 4.3)$

(vi) $\dfrac{7.5}{3}(5.4 + 3.5 - 2.4)$

(vii) $\dfrac{6.5}{3}(5.9 - 3.5 + 2.6)$

(viii) $\dfrac{7.8}{4}(10.53 - 2.43 - 1.05)$

2. මීටර 100 ධාවන තරගයක දී ජයග්‍රහණය කළ තරගකරුගේ තරග නිමි කාලය තත්පර 9.96ක් වේ. ඔහුගේ වේගය තත්පරයට මීටරවලින් සොයන්න. (ආසන්න පළමු දශම ස්ථානයට පිළිතුර ලබා ගන්න.)

13 පරිමිතිය

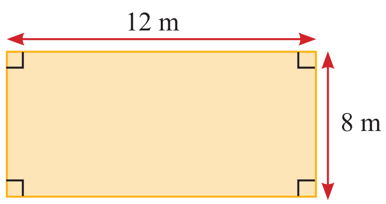
මෙම පාඩම අධ්‍යයනය කිරීමෙන් ඔබට,
- කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයක පරිමිතිය සෙවීමට,
- කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩ ඇතුළත් සංයුක්ත තල රූපවල පරිමිතිය සෙවීම සම්බන්ධ ගැටලු විසඳීමට

හැකියාව ලැබේ.

13.1 තල රූපවල පරිමිතිය

ඕනෑ ම තල රූපයක පරිමිතිය එම තල රූපයේ වටේ දිග වේ යන්න පෙර ශ්‍රේණිවල දී ඔබ උගත් අතර එය පුනරීක්ෂණය සඳහා පහත තල රූප අධ්‍යයනය කරන්න.

සෘජුකෝණාස්‍රය



ඉහත ඇත්තේ 12 m දිග 8 m පළල සෘජුකෝණාස්‍රාකාර වැලි මළුවකි.

එහි වටේ දිග $= 12\text{ m} + 8\text{ m} + 12\text{ m} + 8\text{ m}$

$= 2\,(12 + 8)\text{m}$

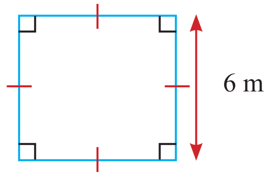
$= 2 \times 20\text{ m}$

$= 40\text{ m}$

සෘජුකෝණාස්‍රයක පරිමිතිය = 2 × (දිග + පළල)

වැලි මළුවේ වටේ දිග, වැලි මළුවේ පරිමිතිය වශයෙන් හැඳින්වේ.

සමචතුරස්‍රය



ඉහත ඇත්තේ සමචතුරස්‍රාකාර පොකුණක රූපයකි.

සමචතුරස්‍රාකාර පොකුණෙහි පරිමිතිය $= (6 + 6 + 6 + 6)\text{m}$

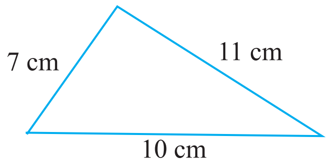
$= (6 \times 4)\text{ m}$

$= 24\text{ m}$

සමචතුරස්‍රයක පරිමිතිය = පැත්තක දිග × 4

පොකුණේ වටේ දිග එහි පරිමිතිය වේ.

ත්‍රිකෝණය



ඉහතින් දැක්වෙන්නේ මෝස්තරයක් නිර්මාණය සඳහා කපන ලද ත්‍රිකෝණ හැඩැති කාඩ්බෝඩ් කැබැල්ලක ආකෘතියකි.

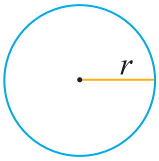
කාඩ්බෝඩ් කැබැල්ලෙහි පරිමිතිය $= 7\text{ cm} + 11\text{ cm} + 10\text{ cm}$

$= 28\text{ cm}$

ත්‍රිකෝණයක පරිමිතිය = පාද තුනෙහි දිගෙහි එකතුව

වෘත්තය

එසේම තල රූපයක් වන වෘත්තයක වටේ දිග පරිධිය යැයි පෙර ශ්‍රේණියේ දී ඔබ හදාරා ඇත. අරය r වූ, වෘත්තයක පරිධිය, $2\pi r$ මගින් දැක්විය හැකි බව අප ඉගෙන ගත්තෙමු.

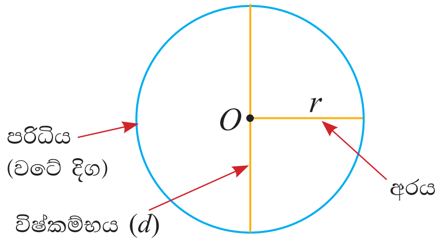


අරය r වූ වෘත්තයක පරිධිය = $2\pi r$

මෙහිදී විෂ්කම්භය (d) = අරය × 2 බව ද අප ඉගෙන ගත්තෙමු. එනම් අරයේ දෙගුණය විෂ්කම්භය වේ.

$$d = 2r$$

$d = 20$ cm විට $r = 10$ cm
$d = 14$ cm විට $r = 7$ cm
$d = 7$ cm විට $r = 3.5$ cm
$d = 21$ cm විට $r = 10.5$ cm



නිදසුන 1

අරය 14 cm වන වෘත්තයක පරිධිය සොයන්න.

$r = 14$ cm

වෘත්තයේ පරිධිය $= 2\,\pi r$

$= 2 \times \dfrac{22}{7} \times 14$

$= 88$ cm

නිදසුන 2

විෂ්කම්භය 42 cm වන වෘත්තයක පරිධිය සොයන්න.

$d = 42$ cm , එවිට $r = 21$ cm

වෘත්තයේ පරිධිය $= 2\,\pi r$

$= 2 \times \dfrac{22}{7} \times 21$

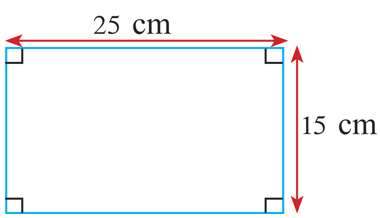
$= 132$ cm

මේ අනුව, ඕනෑ ම තල රූපයක පරිමිතිය එම තල රූපයේ වටේ දිග බව පෙනේ.

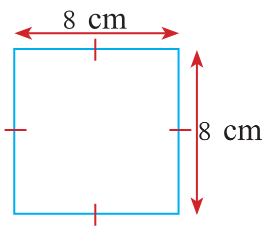
පුනරීක්ෂණ අභ්‍යාසය

1. පහත දැක්වෙන එක් එක් තල රූපවල පරිමිතිය සොයන්න.

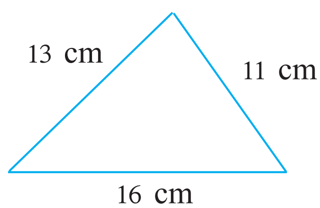
(i)



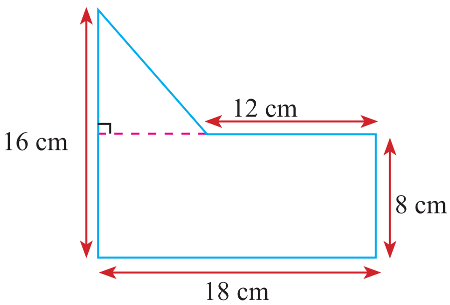
(ii)



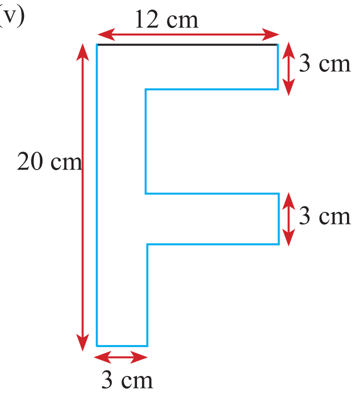
(iii)



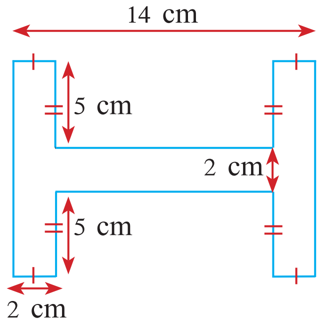
(iv)



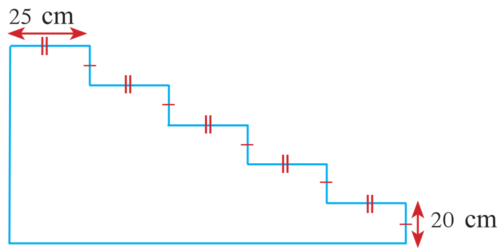
(v)



(vi)

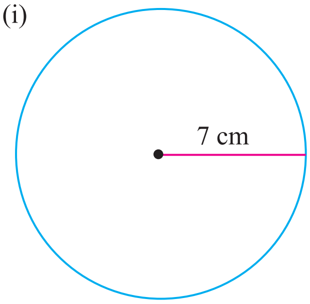


(vii)

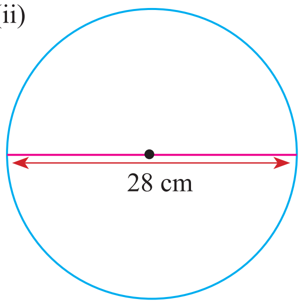


2. පහත දැක්වෙන වෘත්තවල පරිධිය සොයන්න. ඒවායේ අරය හෝ විෂ්කම්භය දක්වා ඇත.

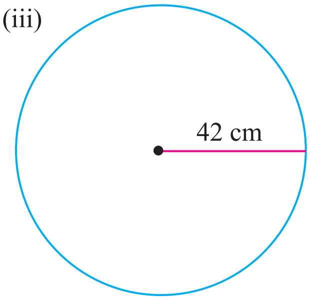
(i)



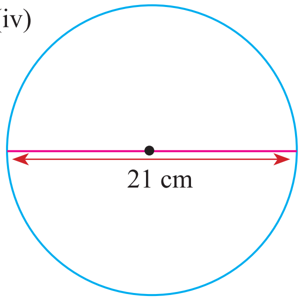
(ii)



(iii)



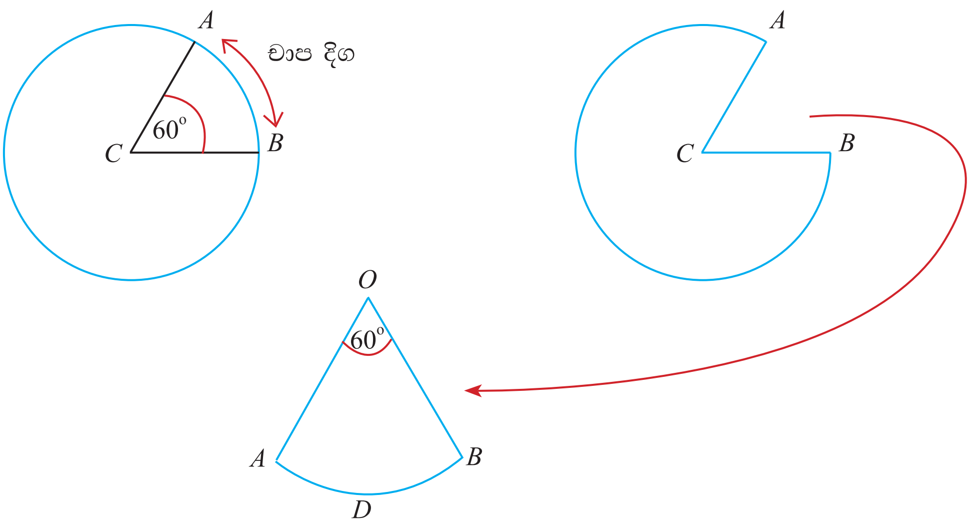
(iv)

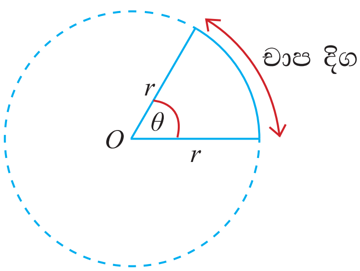


3. පරිධිය 88 cm වන වෘත්තයක විෂ්කම්භය සොයන්න.

13.2 කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩය

වෘත්තයක අර දෙකකින් හා චාප කොටසකින් සීමා වූ ප්‍රදේශයක් කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයක් ලෙස හැඳින්වේ. අර දෙක අතර කෝණය, කේන්ද්‍ර කෝණය වේ.





වෘත්තයක පරිධිය $= 2\pi r$

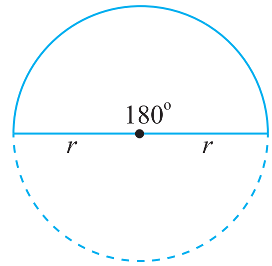
චාප දිග $=$ වෘත්තයේ පරිධිය $\times \dfrac{\theta^{o}}{360^{o}}$

චාප දිග $= 2\pi r \times \dfrac{\theta^{o}}{360^{o}}$

අර්ධ වෘත්තයක් සලකමු

වෘත්තයක වට ප්‍රමාණය (පරිධිය) 360^{o} පුරා විහිදේ.
අර්ධ වෘත්තයක කේන්ද්‍රයේ කෝණය 180^{o}කි. එය $\frac{180^{o}}{360^{o}} = \frac{1}{2}$ නිසා වෘත්තයේ පරිධියෙන් $\frac{1}{2}$ ක් වේ.

එවිට අර්ධ වෘත්තයක චාප දිග $= 2\pi r \times \frac{1}{2} = \pi r$ වේ.
එය මෙසේ ද දැක්විය හැකි ය.

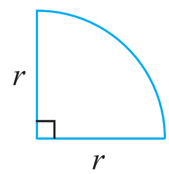


$$\text{චාප දිග} = 2\pi r \times \frac{180^{o}}{360^{o}}$$
$$= 2\pi r \times \frac{1}{2}$$
$$= \cancel{2}\pi r \times \frac{1}{\cancel{2}}$$
$$= \pi r$$

කේන්ද්‍ර කෝණය 90° වන කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයක් සලකමු

වෘත්තයකින් $\frac{1}{4}$ නිසා මෙහි අදාළ චාප දිග වෘත්තයේ පරිධියෙන් $\frac{1}{4}$ වේ.
කේන්ද්‍ර කෝණය 90^{o} වන කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයක චාප දිග

$$= 2\pi r \times \frac{90^{o}}{360^{o}}$$
$$= 2\pi r \times \frac{1}{4}$$
$$= \cancel{2}\pi r \times \frac{1}{\cancel{4}_{2}}$$
$$= \frac{\pi r}{2} \text{ වේ.}$$



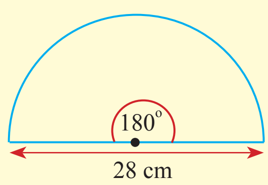
නිදසුන 1

රූපයේ දැක්වෙන කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ (අර්ධ වෘත්තයේ) චාප දිග සොයන්න.

කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ චාප දිග වෘත්තයේ පරිධියෙන් $\frac{180^{o}}{360^{o}}$ ක් වේ. එනම් $\frac{1}{2}$ කි.

$d = 28$ cm , එමනිසා $r = 14$ cm

$$\text{චාප දිග} = 2\pi r \times \frac{1}{2}$$
$$= \pi r$$
$$= \frac{22}{7} \times 14 \text{ cm}$$
$$= \frac{22}{\cancel{7}} \times \cancel{14}^{2} \text{ cm}$$
$$= 44 \text{ cm}$$



නිදසුන 2

රූපයේ දැක්වෙන කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ චාප දිග සොයන්න.

කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ චාප දිග වෘත්තයේ පරිධියෙන් $\frac{90^{o}}{360^{o}}$ ක් වේ. එනම් $\frac{1}{4}$ කි.

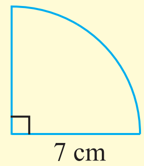
$r = 7$ cm

චාප දිග $= 2\pi r \times \frac{1}{4}$

$= 2 \times \frac{22}{7} \times 7 \times \frac{1}{4}$ cm

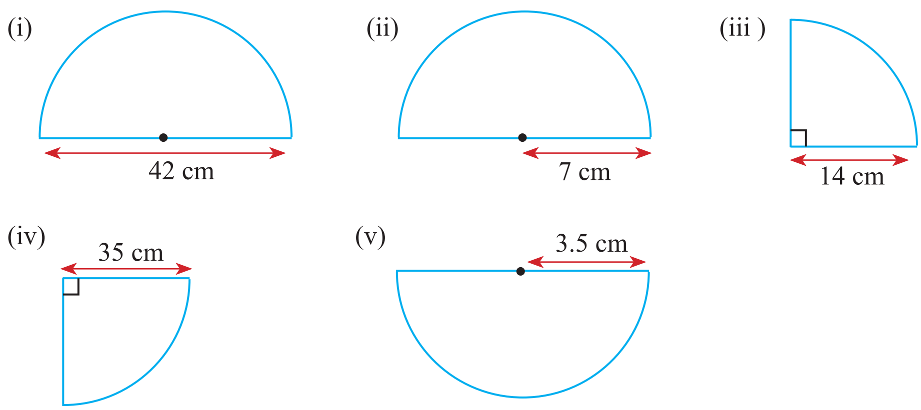
$= \cancel{2} \times \frac{22}{\cancel{7}} \times \cancel{7} \times \frac{1}{\cancel{4}_{2}}$ cm

$= 11$ cm



13.1 අභ්‍යාසය

1. පහත දැක්වෙන එක් එක් කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ චාප දිග සොයන්න.

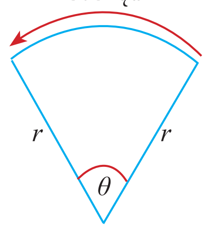


2. රූපයේ දැක්වෙන පියගැට පෙළක් ආරම්භයේ ඇති සඳකඩ පහනක විෂ්කම්භය 84 cm වේ නම් එහි වක්‍රාකාර කොටසේ දිග සොයන්න.

3. කේන්ද්‍ර කෝණය 180^{o} වන කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයක (අර්ධ වෘත්තයක) චාප දිග 88 cm වේ. මෙම කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ අරය සොයන්න.

13.3 කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයක පරිමිතිය සෙවීම

කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයක පරිමිතිය සෙවීමට කළ යුත්තේ චාප දිගට අරයන් දෙකේ දිග එකතු කිරීමයි.

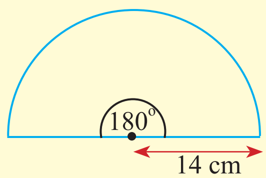


කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ පරිමිතිය = චාප දිග + (2 × අරය)

අරය r හා කේන්ද්‍ර කෝණය θ වූ, කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයක පරිමිතිය	$= \left(2\pi r \times \frac{\theta^0}{360^0}\right) + 2r$

නිදසුන 1

රූපයේ දැක්වෙන කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ (අර්ධ වෘත්තයේ) චාප දිග සොයා එහි පරිමිතිය සොයන්න.



$r = 14$ cm

චාප දිග $= 2\pi r \times \frac{1}{2}$

$= \pi r$

$= \frac{22}{7} \times 14$ cm

$= \frac{22}{\not{7}_1} \times \not{14}^2$ cm

$= 44$ cm

එනම් චාප දිග $= 44$ cm

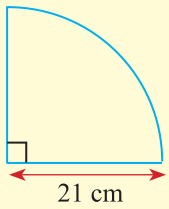
කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ පරිමිතිය $= (44 + 14 + 14)$ cm

$= (44 + 28)$ cm

$= 72$ cm

නිදසුන 2

රූපයේ දැක්වෙන කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ පරිමිතිය සොයන්න.



$r = 21$ cm

චාප දිග $= 2\pi r \times \frac{1}{4}$

$= 2 \times \frac{22}{7} \times 21 \times \frac{1}{4}$ cm

$= \cancel{2}^{1} \times \frac{\cancel{22}^{11}}{\cancel{7}} \times \cancel{21}^{3} \times \frac{1}{\cancel{4}_{\cancel{2}_{1}}}$ cm

$= 33$ cm

එනම්, චාප දිග $= 33$ cm

කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ පරිමිතිය $= (33 + 21 + 21)$ cm

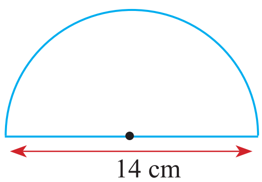
$= (33 + 42)$ cm

$= 75$ cm

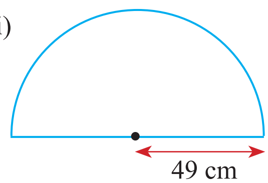
13.2 අභ්‍යාසය

1. පහත දැක්වෙන එක් එක් කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ පරිමිතිය සොයන්න.

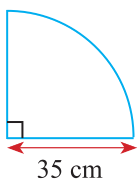
(i)



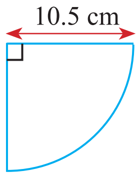
(ii)



(iii)



(iv)

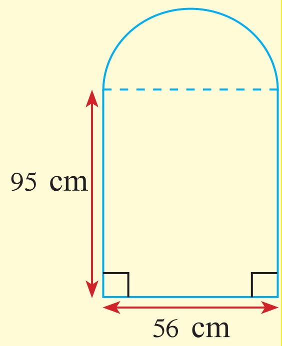


13.4 කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩ ඇතුළත් සංයුක්ත තල රූපවල පරිමිතිය සෙවීම

තල රූපයකට එම තල රූපයම හෝ වෙනත් තල රූපයක් එකතු කිරීමෙන් සංයුක්ත තල රූපයක් සෑදේ. මෙලෙස ම, කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයකට ඍජුකෝණාස්‍රයක් එකතු වීමෙන් සංයුක්ත තල රූපයක් සෑදී ඇති ආකාරය පහත දැක්වේ. එහි පරිමිතිය සොයමු.

නිදසුන 1

රූපයේ දැක්වෙන උස 95 cm හා පළල 56 cm වන කුඩා ආරුක්කු ජනේලයකි. එහි පරිමිතිය සොයන්න.



$d = 56$ cm , $r = 28$ cm

අර්ධ වෘත්තයේ චාප දිග $= \frac{1}{2} \times 2\pi r$

$= \frac{1}{2} \times 2 \times \frac{22}{7} \times 28$ cm

$= \frac{1}{\cancel{2}_2} \times \cancel{2}^1 \times \frac{22}{\cancel{7}_1} \times \cancel{28}^4$ cm

$= 88$ cm

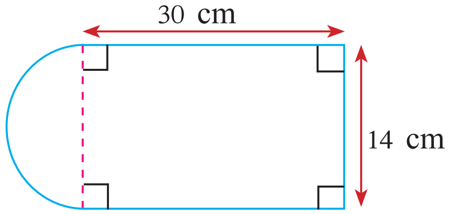
ආරුක්කුවේ පරිමිතිය $= (88 + 95 + 95 + 56)$ cm

$= 334$ cm

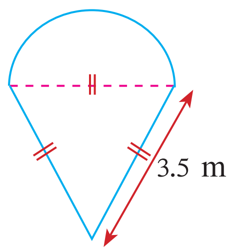
13.3 අභ්‍යාසය

1. පහත දැක්වෙන එක් එක් තල රූපවල පරිමිතිය සොයන්න.

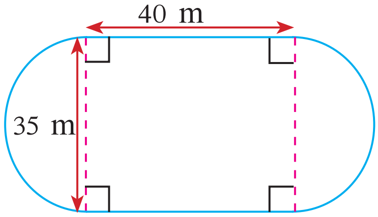
(i)



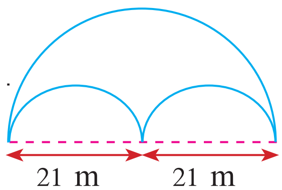
(ii)



(iii)



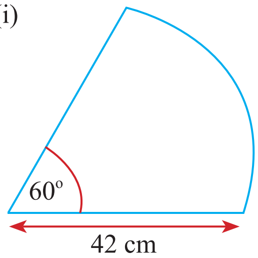
(iv)



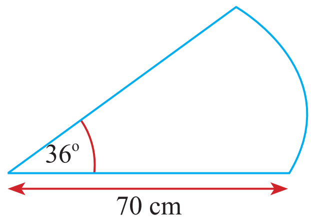
මිශ්‍ර අභ්‍යාසය

1. පහත රූපවල දක්වා ඇති කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩවල පරිමිතිය සොයන්න.

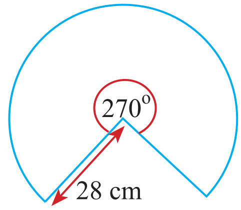
(i)



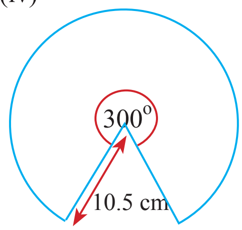
(ii)



(iii)

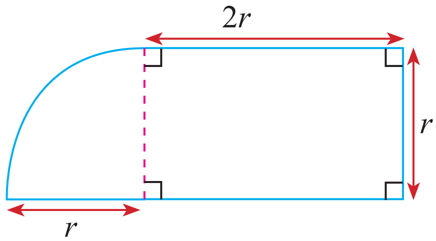


(iv)



2. කේන්ද්‍රයේ කෝණය 180° සහ පරිමිතිය 180 cm වන කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයක අරය සොයන්න.

3. දී ඇති මිනුම් අනුව සංයුක්ත රූපයේ පරිමිතිය සඳහා වීජීය ප්‍රකාශනයක් ගොඩනඟන්න.



සාරාංශය

- වෘත්තයක අරයන් දෙකකින් හා චාප කොටසකින් සීමා වූ ප්‍රදේශයක් කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයක් ලෙස හැඳින්වේ. අරයන් දෙක අතර කෝණය කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ කෝණය වේ.
- අරය r හා කේන්ද්‍රයේ කෝණය θ° වූ කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයක පරිමිතිය $\left(2\pi r \times \frac{\theta^{\circ}}{360^{\circ}}\right) + 2r$ මගින් ලබා දේ.

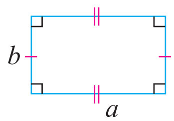
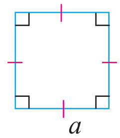
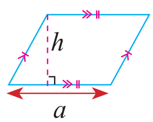
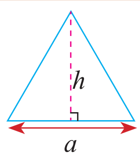
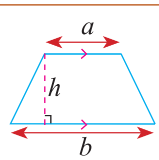
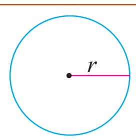
14 වර්ගඵලය

මෙම පාඩම අධ්‍යයනය කිරීමෙන් ඔබට,
- කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩවල වර්ගඵලය ගණනය කිරීමට,
- කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩ ඇතුළත් සංයුක්ත තල රූපවල වර්ගඵලය ආශ්‍රිත ගැටලු විසඳීමට

හැකියාව ලැබේ.

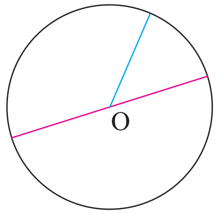
14.1 තල රූපවල වර්ගඵලය

බොහෝ තල රූපවල වර්ගඵලය සූත්‍ර භාවිතයෙන් ගණනය කළ හැකි ය. පහත වගුවේ දැක්වෙන්නේ තල රූප කිහිපයක වර්ගඵලය සෙවීම සඳහා භාවිතයට ගනු ලබන සූත්‍ර වේ.

	තල රූපය	වර්ගඵලය ගණනය කරන ආකාරය	වර්ගඵලය (A) සඳහා සූත්‍රය
සෘජුකෝණාස්‍රය		දිග × පළල	$A = a \times b$
සමචතුරස්‍රය		(පැත්තක දිග)^2	$A = a^2$
සමාන්තරාස්‍රය		ආධාරකය × ලම්බ උස	$A = a \times h$
ත්‍රිකෝණය		$\frac{1}{2}$ × ආධාරකය × ලම්බ උස	$A = \frac{1}{2} \times a \times h$
ත්‍රපීසියම		$\frac{1}{2}$ × සමාන්තර පාද දෙකෙහි දිගෙහි එකතුව × සමාන්තර පාද අතර ලම්බ දුර	$A = \frac{1}{2}\,(a + b) \times h$
වෘත්තය		π × (අරය)^2	$A = \pi r^2$

පුනරීක්ෂණ අභ්‍යාසය

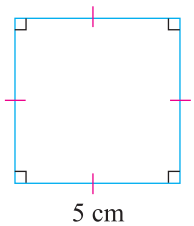
1. රූපයේ දී ඇති O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තාකාර ආස්තරය අනුව හිස් තැන් සම්පූර්ණ කරන්න.



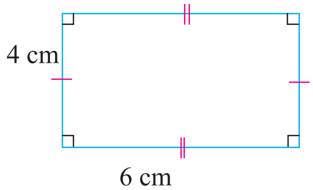
(i) නිල් පැහැයෙන් දක්වා ඇති රේඛා ඛණ්ඩය .... නම් වේ.
(ii) රෝස පැහැයෙන් දක්වා ඇති රේඛා ඛණ්ඩය .... නම් වේ.
(iii) රෝස පැහැ රේඛා ඛණ්ඩයේ දිග 14 cm නම් නිල් පැහැති රේඛා ඛණ්ඩයේ දිග .... ක් වේ.

2. පහත දී ඇති එක් එක් තල රූපයේ වර්ගඵලය සොයන්න.

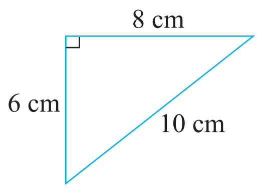
(i)



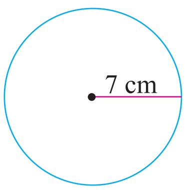
(ii)



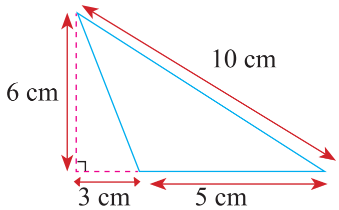
(iii)



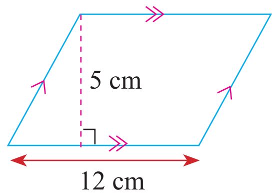
(iv)



(v)

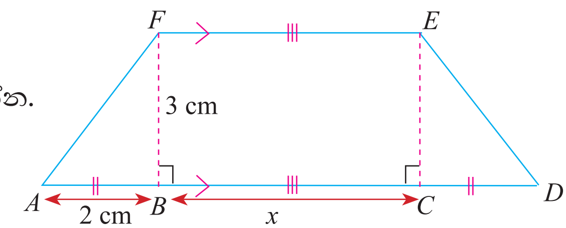


(vi)

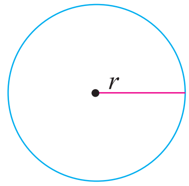


3. රූපයේ දැක්වෙන්නේ ඍජුකෝණාස්‍රයක් සහ එක සමාන ත්‍රිකෝණ දෙකක් එක් වීමෙන් සෑදුනු වර්ගඵලය 24 cm^2 ක් වූ ත්‍රපීසියමකි. එම ඍජුකෝණාස්‍රයේ,

(i) වර්ගඵලය සොයන්න.
(ii) x මගින් දැක්වෙන දිග සොයන්න.



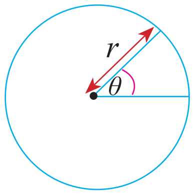
4. රූපයේ දක්වා ඇති වෘත්තයේ වර්ගඵලය 154 cm^2 නම්, වෘත්තයේ අරය සොයන්න.



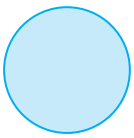
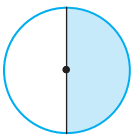
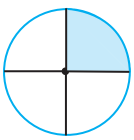
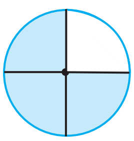
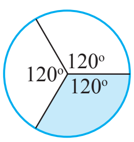
14.2 කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයක වර්ගඵලය

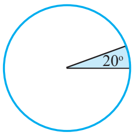
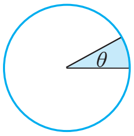
වෘත්තයක අර දෙකකින් හා චාප කොටසකින් වෙන් වූ කොටස කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයක් ලෙස හැඳින්වෙන බවත් එහි කේන්ද්‍රයේ දී වෙන් වන කෝණය කේන්ද්‍ර කෝණය බවත් වෘත්තයක පරිධිය සොයන සූත්‍රය භාවිතයෙන් කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයක චාප දිග සොයන ආකාරයත් මේ වන විට ඔබ විසින් උගෙන ඇත.

කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයක වර්ගඵලය සොයන ආකාරය අපි දැන් විමසා බලමු.

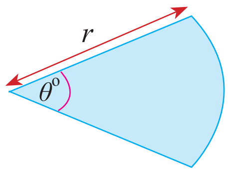


පහත වගුවේ දැක්වෙන්නේ කේන්ද්‍ර කෝණය විශේෂ අගයන් ගන්නා අවස්ථාවල දී එම කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ වර්ගඵලය සොයා ඇති ආකාරයයි.

කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩය	අඳුරු කළ කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩය වෘත්තයෙන් භාගයක් ලෙස	කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ වර්ගඵලය
	$\frac{360^{\circ}}{360^{\circ}} = 1$	πr^2
	$\frac{180^{\circ}}{360^{\circ}} = \frac{1}{2}$	$\pi r^2 \times \frac{1}{2}$
	$\frac{90^{\circ}}{360^{\circ}} = \frac{1}{4}$	$\pi r^2 \times \frac{1}{4}$
	$\frac{270^{\circ}}{360^{\circ}} = \frac{3}{4}$	$\pi r^2 \times \frac{3}{4}$
	$\frac{120^{\circ}}{360^{\circ}} = \frac{1}{3}$	$\pi r^2 \times \frac{1}{3}$

	$\frac{20^{\circ}}{360^{\circ}}$	$\pi r^2 \times \frac{20^{\circ}}{360^{\circ}}$
	$\frac{\theta^{\circ}}{360^{\circ}}$	$\pi r^2 \times \frac{\theta^{\circ}}{360^{\circ}}$

වගුවේ රටාව අනුගමනය කළ විට,
අරය r හා කේන්ද්‍ර කෝණය θ° වන කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයක



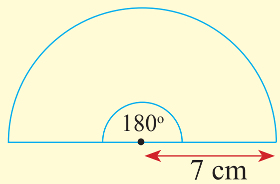
කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ වර්ගඵලය $= \pi r^2 \times \frac{\theta^{\circ}}{360^{\circ}}$ වේ.

මෙම ප්‍රතිඵලය භාවිතයෙන් කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයක වර්ගඵලය සොයන අයුරු නිදසුන් ඇසුරින් විමසා බලමු.

මෙම පාඩමේ දැක්වෙන නිදසුන් සහ අභ්‍යාසවලදී π හි අගය $\frac{22}{7}$ ලෙස සලකනු ලැබේ.

නිදසුන 1

පහත රූපයේ දැක්වෙන කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ වර්ගඵලය සොයන්න.



රූපයේ දැක්වෙන කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ කේන්ද්‍ර කෝණය 180^{0} ක් බැවින් එය වෘත්තයෙන් බාගයක් ලෙස සැලකිය හැකි ය.

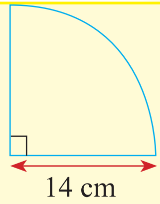
එවිට වර්ගඵලය $= \pi r^2 \times \frac{1}{2}$

$= \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \times \frac{1}{2}$

$= 77$

එනම් වර්ගඵලය 77 cm^2 වේ.

නිදසුන 2



පහත රූපයේ දැක්වෙන කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ වර්ගඵලය සොයන්න.

රූපයේ දැක්වෙන කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ කේන්ද්‍ර කෝණය 90^0 ක් බැවින් එය වෘත්තයෙන් කාලක් ($\frac{1}{4}$) ලෙස සැලකිය හැකි ය.

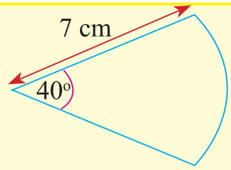
එවිට වර්ගඵලය $= \pi r^2 \times \frac{1}{4}$

$= \frac{22}{7} \times 14 \times 14 \times \frac{1}{4}$

$= 154$

එනම් වර්ගඵලය $154 cm^2$ වේ.

නිදසුන 3



පහත දැක්වෙන කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ වර්ගඵලය සොයන්න.

රූපයේ දැක්වෙන කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ කේන්ද්‍ර කෝණය 40^0 ක් බැවින්,

එවිට වර්ගඵලය $= \pi r^2 \times \frac{40^o}{360^o}$

$= \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \times \frac{40^o}{360^o}$

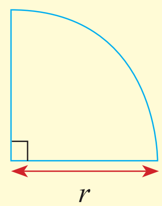
$= \frac{154}{9}$

$= 17\frac{1}{9}$

එනම් වර්ගඵලය $17\frac{1}{9}$ cm^2 වේ.

නිදසුන 4

රූපයේ දැක්වෙන කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ වර්ගඵලය 616 cm^2 නම්, එහි අරය සොයන්න.



අරය සෙන්ටිමීටර r ලෙස ගනිමු.

වර්ගඵලය $= \pi r^2 \times \frac{90^o}{360^o}$

$616 = \pi r^2 \times \frac{1}{4}$

$616 = \frac{22}{7} \times r^2 \times \frac{1}{4}$

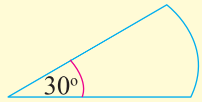
$\frac{616 \times 7 \times 4}{22} = r^2$

$\therefore 28 = r$

එනම් අරය 28 cm වේ.

නිදසුන 5

රූපයේ දැක්වෙන කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ වර්ගඵලය $28\frac{7}{8}$ cm^2 නම්, එහි අරය සොයන්න.



වර්ගඵලය $= \pi r^2 \times \frac{30^\circ}{360^\circ}$

$28\frac{7}{8} = \frac{22}{7} \times r^2 \times \frac{1}{12}$

$\frac{231}{8} = \frac{22}{7} \times r^2 \times \frac{1}{12}$

$\frac{231 \times 7 \times 12}{8 \times 22} = r^2$

$\frac{\overset{21}{\cancel{231}} \times 7 \times \overset{3}{\cancel{12}}}{\underset{2}{\cancel{8}} \times \underset{2}{\cancel{22}}} = r^2$

$\frac{21 \times 21}{4} = r^2$

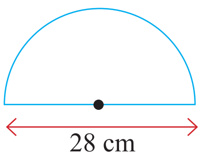
$\therefore 10.5 = r$

එනම් අරය 10.5 cm වේ.

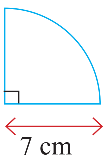
14.1 අභ්‍යාසය

1. පහත දැක්වෙන එක් එක් කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ වර්ගඵලය සොයන්න.

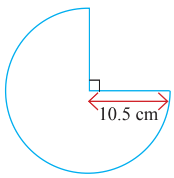
(i)



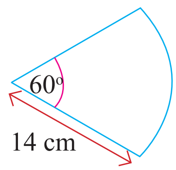
(ii)



(iii)

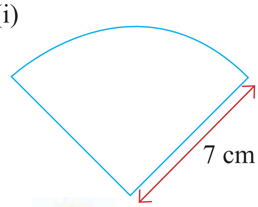


(iv)

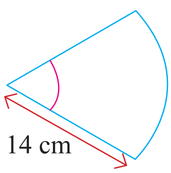


2. පහත දී ඇති කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩවල වර්ගඵල පිළිවෙළින් 77 cm^2, 154 cm^2 හා $57\frac{3}{4}$ cm^2 වේ. එක් එක් කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ කේන්ද්‍ර කෝණය සොයන්න.

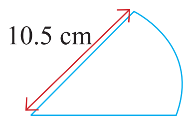
(i)



(ii)

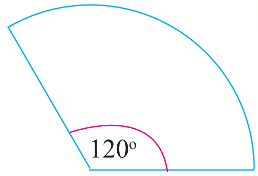


(iii)



3. විහාර මළුවට ඇතුලු වන දොරටුව පාමුල නිර්මාණය කර ඇති අර්ධ වෘත්තාකාර සඳකඩ පහනක වර්ගඵලය 7700 cm^2 ක් නම් සඳකඩ පහනේ විෂ්කම්භය සොයන්න.

4. රූපයේ දැක්වෙන කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ වර්ගඵලය $9\frac{3}{7}$ cm^2 වේ නම්, එහි අරය සොයන්න.

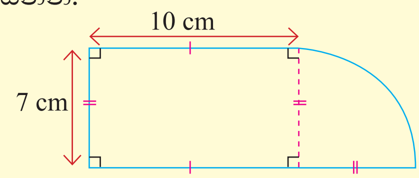


14.3 කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩ ඇතුළත් සංයුක්ත තල රූපවල වර්ගඵලය

කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩ සමග සෘජුකෝණාස්‍ර, ත්‍රිකෝණ වැනි සරල තල රූප සම්බන්ධ වීමෙන් සෑදෙන තල රූපවල වර්ගඵලය පිළිබඳ විමසා බලමු.

නිදසුන 1

පහත දැක්වෙන්නේ සෘජුකෝණාස්‍රයකින් හා කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයකින් සැදුම් ලත් තල රූපයකි. එහි වර්ගඵලය සොයන්න.



සෘජුකෝණාස්‍රයේ වර්ගඵලය $= 10 \times 7$
$= 70 \text{ cm}^2$

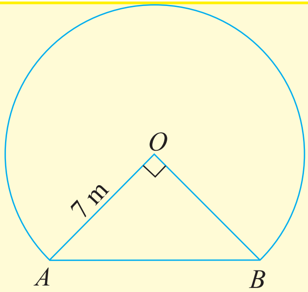
කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ අරය සෘජුකෝණාස්‍රයේ පැත්තක දිගට සමාන නිසා,
කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ අරය = 7 cm

වෘත්තයකින් $\frac{1}{4}$ ක වර්ගඵලය $= \pi r^2 \times \frac{1}{4}$
$= \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \times \frac{1}{4} = 38.50$

$\therefore$ සංයුක්ත රූපයේ වර්ගඵලය $= 70 \text{ cm}^2 + 38.5 \text{ cm}^2$
$= 108.5 \text{ cm}^2$

නිදසුන 2

රූපයේ දැක්වෙන්නේ පොකුණක මතුපිට සැලැස්මකි. එහි ජල පෘෂ්ඨය කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයකින් සකස් වී ඇති අතර ත්‍රිකෝණාකාර කොටසින් දැක්වෙන්නේ පීඨිකාවකි.



(i) පොකුණේ ජල පෘෂ්ඨයේ මතුපිට වර්ගඵලය සොයන්න.
(ii) පොකුණේ වර්ගඵලය සොයන්න.

(i) ජල පෘෂ්ඨයේ වර්ගඵලය $= \pi r^2 \times \frac{270^{\circ}}{360^{\circ}}$

$= \pi r^2 \times \frac{3}{4}$

$= \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \times \frac{3}{4}$

$= \frac{231}{2}$

$= 115.5 \text{ m}^2$

(ii) පොකුණේ වර්ගඵලය = ජල පෘෂ්ඨයේ වර්ගඵලය + පීඨිකාවේ වර්ගඵලය

$= 115.5 + (\frac{1}{2} \times 7 \times 7)$

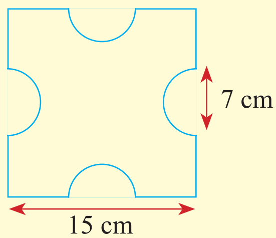
$= 115.5 + 24.5$

$= 140$

$= 140 \text{ m}^2$

නිදසුන 3

පැත්තක දිග 15 cm ක් වූ සමචතුරස්‍රාකාර තහඩුවක සෑම පැත්තකින් ම හරි මැදින් විෂ්කම්භය 7 cm වූ අර්ධ වෘත්තාකාර කොටස් ඉවත් කළ විට ඉතිරිවන කොටස රූපයේ දක්වා ඇත. එම කොටසේ වර්ගඵලය, දී ඇති දත්ත ඇසුරින් සොයන්න.



ඉවත් කළ අර්ධ වෘත්තයක අරය $\frac{7}{2}$ cm වේ. එබැවින් ඉවත් කළ අර්ධ වෘත්ත 4 හි වර්ගඵලය, අරය $\frac{7}{2}$ cm වූ වෘත්ත දෙකක වර්ගඵලයට සමාන වේ.

එමනිසා,

ඉවත් කර ඇති වෘත්ත තහඩු කොටස්වල වර්ගඵලය $= \pi r^2 \times 2$

$= \frac{22}{7} \times \frac{7}{2} \times \frac{7}{2} \times 2$

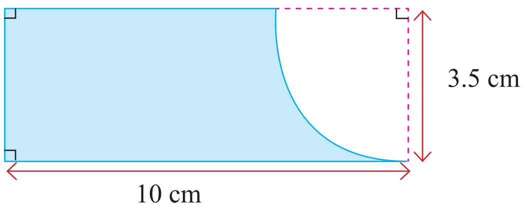
$= 77 \text{ cm}^2$

කොටස් ඉවත් කිරීමට පෙර සමචතුරස්‍ර තහඩුවේ වර්ගඵලය				$= 15 \times 15$ $= 225$ $= 225\text{ cm}^2$
$\therefore$ රූපයේ දක්වා ඇති කොටසේ වර්ගඵලය	=	(සමචතුරස්‍ර තහඩුවේ මුල් වර්ගඵලය)	−	(ඉවත් කළ වෘත්ත තහඩු කොටස්වල වර්ගඵලය)
		$= 225 - 77$ $= 148$ $= 148\text{ cm}^2$		

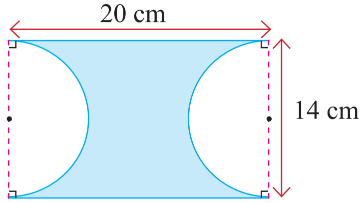
14.2 අභ්‍යාසය

1. මෙම රූපවල කඩ ඉරිවලින් දැක්වෙන කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩවල අරය හෝ විෂ්කම්භය අනුව එම රූපවල අඳුරු කර දක්වා ඇති කොටස්වල වර්ගඵලයන් ගණනය කරන්න.

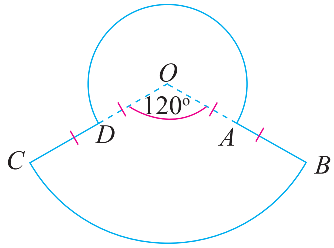
(i)



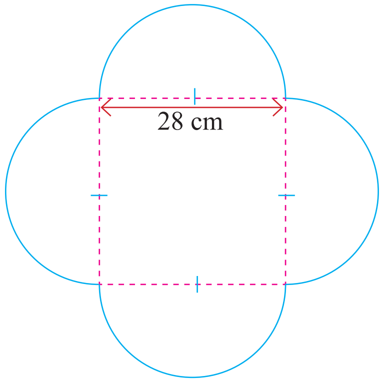
(ii)



2. පහතින් දක්වා ඇති රූපයේ $OA = 10.5$ cm ද $OB = 21$ cm ද වේ. රූපයේ වර්ගඵලය සොයන්න.

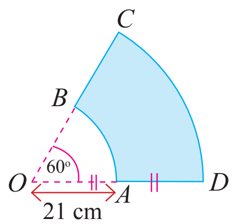


3. පහත රූපයේ දැක්වෙන්නේ සමචතුරස්‍රයකට අර්ධ වෘත්තාකාර කොටස් හතරක් සම්බන්ධ කර සාදා ගත් සංයුක්ත තල රූපයකි. දී ඇති දත්ත ඇසුරින් සංයුක්ත රූපයේ වර්ගඵලය සොයන්න.

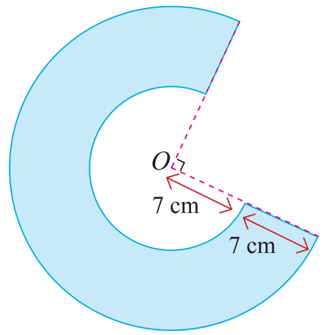


4. පහත රූපවල අඳුරු කර දක්වා ඇති කොටස්වල වර්ගඵලයන් දී ඇති දත්ත ඇසුරින් සොයන්න.

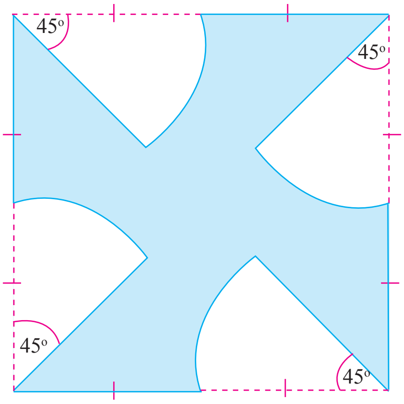
(i)



(ii)



5. රූපයේ දැක්වෙන්නේ පැත්තක දිග 14 cm ක් වූ සමචතුරස්‍රාකාර තහඩුවකින් සමාන කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩ 4 ක් මුලු හතරෙන් ම ඉවත් කිරීමෙන් ලබා ගත් කොටසකි. එම තහඩුවේ ඉතිරි වන කොටස අඳුරු කර දක්වා ඇත. එම කොටසේ වර්ගඵලය සොයන්න.



සාරාංශය

- අරය r හා කේන්ද්‍ර කෝණය θ වන කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයක වර්ගඵලය $\pi r^2 \times \frac{\theta}{360}$ වේ.

15 ප්‍රතිශත

මෙම පාඩම අධ්‍යයනය කිරීමෙන් ඔබට,

- බදු යනු කුමක්දැයි හඳුනා ගැනීමට,
- බදු ගෙවීමේ වැදගත්කම තේරුම් ගැනීමට,
- දැනට ක්‍රියාත්මක විවිධ බදු වර්ග පිළිබඳ අවබෝධයක් ලබා ගැනීමට,
- විවිධ බදු වර්ග ගණනය කරන ආකාරය තේරුම් ගැනීමට,
- වැල් පොලිය යනු කුමක්දැයි හඳුනා ගැනීමට,
- වැල් පොලිය ආශ්‍රිත ගැටලු විසඳීමට

හැකියාව ලැබේ.

15.1 හැඳින්වීම

ඕනෑ ම රටක ජීවත්වන ජනතාවට අවශ්‍ය කරන මූලික පහසුකම් සලසා දීම එම රටේ රජයට පැවරී ඇති වගකීමකි. මෙම පහසුකම් හා අවශ්‍ය සේවාවන් සැපයීමේ දී රජය සතු මුදල් වියදම් කිරීමට රජයට සිදු වේ. පවතින්නා වූ ඕනෑ ම රජයක් මෙම මුදල් උපයා ගැනීමට විවිධ උපක්‍රම අනුගමනය කරන අතර එම මුදලින් කොටසක් රටේ මහජනතාවගෙන් ම අය කර ගනී. එසේ රජයක් විසින් මහජනතාවගෙන් අය කර ගන්නා මුදල ''බදු'' ලෙස හඳුන්වයි.

අප රටේ රජය මගින් ද මහජනතාවගෙන් බදු අය කර ගන්නා අතර පුද්ගලයෙකුගෙන් ඍජුව අය කර ගන්නා බදු ''ඍජු බදු'' වේ. මිනිසුන් විසින් පරිභෝජනය කරන අත්‍යාවශ්‍ය භාණ්ඩවලට බදු අය කර ගැනීම නිසා ද මහජනතාව විසින් රජයට බදු ගෙවනු ලැබේ. එම බදු ''වක්‍ර බදු'' වේ.

දැනට අපේ රටේ බදු වර්ග කිහිපයක්ම අය කරයි. ඒවා අතර වරිපනම් බදු, ආදායම් බදු, තීරු බදු හා එකතු කළ අගය මත බදු මූලික තැනක් ගනී. දැන් අපි ඒ එක් එක් බදු වර්ගය පිළිබඳව විමසා බලමු.

15.2 වරිපනම් බදු

රටක ජනතාවට අවශ්‍ය යටිතල පහසුකම් සැපයීමේ දී එය ක්‍රමවත්ව හා විධිමත් පරිදි සිදු කිරීම සඳහා මහ නගර සභා, නගර සභා හා ප්‍රාදේශීය සභා වශයෙන් පරිපාලන බල ප්‍රදේශවලට වෙන් කර ඇත. මෙම පළාත් පාලන බල ප්‍රදේශවල ජනතාවට අවශ්‍ය පානීය ජලය, වීදි ලාම්පු හා කසල කළමනාකරණය ආදී යටිතල පහසුකම් සැපයීමේ දී වැයවන මුදල්වලින් කොටසක් එම ප්‍රදේශයේ ජනතාව සතු නිශ්චල හෝ චංචල දේපලවල වාර්ෂික වටිනාකම තක්සේරු කර එයින් කිසියම් ප්‍රතිශතයක් බදු වශයෙන් අය කර ගනී. එම මුදල හඳුන්වන්නේ වරිපනම් බදු මුදල වශයෙනි.

වරිපනම් බදු මුදල සෑම වර්ෂයකම ගණනය කරන අතර එම මුදල එකවර හෝ සමාන වාරික 4කින් ගෙවා නිම කළ හැකි ය. මෙම වාරිකයක් මාස 3කින් සමන්විත වන අතර එම කාල පරාසය කාර්තුවක් ලෙස හඳුන්වයි. ඒ ඒ වර්ෂය සඳහා අය කරන වරිපනම් බදු ප්‍රතිශතය රජයේ ගැසට් පත්‍රයේ පල කරනු ලැබේ. දැන් අපි වරිපනම් බදු ගණනය කරන ආකාරය නිදසුන්වලින් සලකා බලමු.

නිදසුන 1

නගර සභා බල ප්‍රදේශයක් තුළ පිහිටා ඇති කඩ කාමරයක වාර්ෂික වටිනාකම රු. 35 000ක් ලෙස තක්සේරු කර ඇත. නගර සභාව විසින් 8 %ක් වරිපනම් බදු වශයෙන් අය කරයි.

(i) වාර්ෂික වරිපනම් බදු මුදල සොයන්න.
(ii) කාර්තුවකට ගෙවිය යුතු මුදල සොයන්න.

(i) කඩ කාමරයේ තක්සේරු වටිනාකම = රු. 35 000
වාර්ෂික වරිපනම් බදු ප්‍රතිශතය = 8 %
∴ වාර්ෂික වරිපනම් බදු මුදල = 35 000 න් 8 %
$= 35\ 000 \times \frac{8}{100}$
= රු. 2800

(ii) වාර්ෂික වරිපනම් බදු මුදල = රු. 2800
වර්ෂයකට කාර්තු ගණන = 4
∴ කාර්තුවකට ගෙවිය යුතු මුදල = රු. 2800 ÷ 4
= රු. 700

නිදසුන 2

ප්‍රාදේශීය සභා බල ප්‍රදේශයක පිහිටා ඇති නිවසක් සඳහා වරිපනම් බදු වශයෙන් කාර්තුවකට රු. 1875ක් ගෙවිය යුතු ය. ප්‍රාදේශීය සභාව වරිපනම් බදු වශයෙන් වාර්ෂිකව 6 %ක් අය කරයි.

(i) වාර්ෂික වරිපනම් බදු මුදල සොයන්න.
(ii) නිවසේ තක්සේරු වටිනාකම ගණනය කරන්න.

(i) කාර්තුවකට ගෙවන වරිපනම් බදු මුදල = රු. 1875
වර්ෂයකට කාර්තු ගණන = 4
∴ වාර්ෂික වරිපනම් බදු මුදල = රු. 1875 × 4
= රු. 7500

(ii) රු. 6කට ගෙවීමට සිදුවන තක්සේරු වටිනාකම = රු. 100
රු. 1කට ගෙවීමට සිදුවන තක්සේරු වටිනාකම = රු. $\frac{100}{6}$
රු. 7500කට ගෙවීමට සිදුවන තක්සේරු වටිනාකම = රු. $7500 \times \frac{100}{6}$
∴ නිවසේ තක්සේරු වටිනාකම = රු. 125 000

නිදසුන 3

රු. 6000ක් ලෙස තක්සේරු කර ඇති ඉඩමක් සඳහා වරිපනම් බදු ලෙස කාර්තුවකට රු. 750ක් ගෙවිය යුතු ය. බදු අය කර ඇති ප්‍රතිශතය ගණනය කරන්න.

ඉඩමේ තක්සේරු වටිනාකම = රු. 60 000

කාර්තුවකට ගෙවිය යුතු බද්ද = රු.750

$\therefore$ වර්ෂයකට ගෙවිය යුතු බද්ද = රු. 750×4

= රු. 3000

වර්ෂයකට ගෙවන බද්ද තක්සේරු වටිනාකමෙන් භාගයක් ලෙස $= \frac{3000}{60\ 000}$

$\therefore$ බදු ප්‍රතිශතය = රු. $\frac{3000}{60\ 000} \times 100\ \%$

$= 5\ \%$

15.1 අභ්‍යාසය

1. පළාත් පාලන බල ප්‍රදේශයක පිහිටා ඇති කඩ කාමරයක වාර්ෂික වටිනාකම රු. 50 000ක් ලෙස තක්සේරු කර ඇත. පළාත් පාලන ආයතන වාර්ෂිකව 7 %ක් වරිපනම් බදු වශයෙන් අය කරයි.
   (i) වාර්ෂික වරිපනම් බදු මුදල සොයන්න.
   (ii) කාර්තුවකට ගෙවිය යුතු බදු මුදල ගණනය කරන්න.

2. නගර සභාවක් විසින් $7\frac{1}{2}$ %ක වාර්ෂික වරිපනම් බද්දක් අය කරනු ලැබේ. මෙම නගර සභා බල ප්‍රදේශයේ පිහිටි නිවසක් සඳහා කාර්තුවකට රු. 2508ක මුදලක් වරිපනම් ලෙස ගෙවීමට සිදු විය. නිවසේ තක්සේරු වටිනාකම සොයන්න.

3. වාර්ෂික වටිනාකම රු. 35 000ක් වූ නිවසක් සඳහා වරිපනම් බදු වශයෙන් කාර්තුවකට රු. 393.75ක මුදලක් ගෙවිය යුතු ය. වාර්ෂික වරිපනම් බදු ප්‍රතිශතය ගණනය කරන්න.

15.3 ආදායම් බද්ද

රටක පුරවැසියන්, ඔවුන්ගේ සේවා නියුක්තියෙන් හෝ ව්‍යාපාරවලින් හෝ වාර්ෂිකව උපයන ආදායම යම් නිශ්චිත ප්‍රමාණයකට වඩා වැඩි වූ විට එම වැඩිපුර උපයා ගත් මුදලින් කිසියම් ප්‍රතිශතයක් රජයට ගෙවිය යුතු ය. එසේ ගෙවන මුදල ආදායම් බදු ලෙස හඳුන්වනු ලැබේ.

රටේ ජනතාවගේ ආදායම් පිළිබඳව සොයා බැලීමත්, බදු අය කර ගත යුතු පුද්ගලයින්ගෙන් ආදායම් බදු අයකර ගැනීමත් දේශීය ආදායම් බදු දෙපාර්තමේන්තුව මගින් කරනු ලැබේ. ඕනෑ ම පුද්ගලයෙකුට බද්දෙන් නිදහස්ව උපයා ගත හැකි ආදායමක් තිබෙන අතර එම සීමාව ඉක්මවා ගිය විට ආදායම යම් යම් සීමාවන්ට යටත්ව ආදායම් බදු ප්‍රතිශතය ද ඉහළ යයි.

දේශීය ආදායම් දෙපාර්තමේන්තුව 2011 වර්ෂයේ සිට ක්‍රියාත්මක කරන ආදායම් බදු ගණනය කරන සීමාවන් හා බදු ප්‍රතිශතය පහත වගුවේ දැක්වේ.

වාර්ෂික ආදායම	බදු ප්‍රතිශතය
පළමු රු. 500 000	ආදායම් බද්දෙන් නිදහස් ය.
ඊළඟ රු. 500 000	4%
ඊළඟ රු. 500 000	8%
ඊළඟ රු. 500 000	12%
ඊළඟ රු. 500 000	16%
ඊළඟ රු. 500 000	20%
ඊට වැඩි ආදායම්	24%

(උපුටා ගැනීම : මහබැංකු වාර්තාව - 2013)

ඉදිරි වර්ෂ සඳහා මෙම අගයන් වෙනස් විය හැකි අතර ඉදිරි නිදසුන්වලදී මෙම වගුවේ තොරතුරු ඇසුරින් ගණනය කිරීම් කර ඇත. ඉදිරි අභ්‍යාසවලදී ද මෙම වගුවේ තොරතුරු ඇසුරෙන් ගණනය කිරීම් සිදු කරන්න.

නිදසුන 1

පුද්ගලයෙකුගේ වාර්ෂික ආදායම රු. 625 000කි. මෙම වර්ෂය සඳහා ඔහුට ගෙවීමට සිදු වන ආදායම් බද්ද ගණනය කරන්න.

පළමුව ඔහුගේ ආදායම බද්දෙන් නිදහස් වන මුදල හා බදු ගෙවිය යුතු මුදල ලෙස කොටස් 2ට වෙන් කරමු. ඒ අනුව,

රු.625 000 = රු.500 000 + රු.125 000

(රු.500 000 ↑ බද්දෙන් නිදහස් මුදල; රු.125 000 ↑ 4 %ක බද්දට යටත් මුදල)

ඒ අනුව ඔහුට අදාළ වාර්ෂික ආදායම් බද්ද පහත පරිදි ගණනය කරමු.

ආදායම් බදු මුදල = රු. 125 000න් 4%

$= \text{රු. } 125\ 000 \times \frac{4}{100}$

= රු. 5000

නිදසුන 2

එක්තරා පුද්ගලයෙකු තම ව්‍යාපාරවලින් වාර්ෂිකව රු. 1 350 000ක මුදලක් උපයා ගෙන ඇත. ඔහුට ගෙවීමට සිදුවන ආදායම් බද්ද ගණනය කරන්න.

රු.1 350 000 = රු.500 000 + රු.500 000 + රු.350 000

(රු.500 000 ↑ බද්දෙන් නිදහස් මුදල; රු.500 000 ↑ 4 %ක බද්දට යටත් මුදල; රු.350 000 ↑ 8 %ක බද්දට යටත් මුදල)

4% ක බදු ප්‍රතිශතය යටතේ ගෙවිය යුතු බදු මුදල = රු. 500 000න් 4%

$= රු. 500\ 000 \times \frac{4}{100}$

= රු. 20 000

8% ක බදු ප්‍රතිශතය යටතේ ගෙවිය යුතු බදු මුදල = රු. 350 000න් 8%

$= රු. 350\ 000 \times \frac{8}{100}$

= රු. 28 000

∴ වර්ෂයකට ගෙවිය යුතු මුළු ආදායම් බද්ද = රු. (20 000 + 28 000)

= රු. 48 000

15.2 අභ්‍යාසය

මෙම අභ්‍යාසයේ ගණනය කිරීම් සඳහා පෙර පිටුවේ දැක්වෙන මහබැංකු වාර්තාවේ තොරතුරු ඇතුළත් වගුවේ සඳහන් දත්ත භාවිත කරන්න.

1. අනිල් තම ව්‍යාපාරයෙන් මසකට රු. 75 000ක ආදායමක් ලබා ගනී.
   (i) අනිල්ගේ වාර්ෂික ආදායම ගණනය කරන්න.
   (ii) වර්ෂය සඳහා අනිල් ගෙවිය යුතු ආදායම් බදු මුදල සොයන්න.

2. එක්තරා ව්‍යාපාරික සමාගමක් වර්ෂයක් තුළ ලැබූ ආදායම රු. 1 285 000කි. මෙම සමාගම විසින් එම වර්ෂයට ගෙවන ලද ආදායම් බදු මුදල සොයන්න.

3. ඉදිකිරීම් සහ ඉංජිනේරු සමාගමක් වර්ෂයක් තුළ රු. 1 350 000ක ආදායමක් උපයා ගෙන ඇත. මෙම සමාගම ආදායම් බදු වශයෙන් ගෙවිය යුතු මුදල ගණනය කරන්න.

4. A හා B නම් ව්‍යාපාර දෙකක් හිමි පුද්ගලයෙකු A ව්‍යාපාරයෙන් මසකට රු. 52 300ක ආදායමක් ද B ව්‍යාපාරයෙන් මසකට රු. 42 600ක ආදායමක් ද උපයයි. මෙම පුද්ගලයාට,
   (i) A ව්‍යාපාරයෙන් වර්ෂයකට ලැබෙන ආදායම සොයන්න.
   (ii) B ව්‍යාපාරයෙන් වර්ෂයකට ලැබෙන ආදායම සොයන්න.
   (iii) මෙම පුද්ගලයාගේ ව්‍යාපාර 2න් ලැබෙන මුළු ආදායම කීය ද?
   (iv) ඔහු විසින් වර්ෂයකට ගෙවන ආදායම් බදු මුදල සොයන්න.

15.4 තීරු බදු

කිසියම් රටක නිෂ්පාදනය කරන විවිධ භාණ්ඩ ලෝකයේ අනෙක් රටවලට අපනයනය කරන අතර වෙනත් රටවල නිෂ්පාදිත භාණ්ඩ තම රටට ආනයනය කිරීම ද කරනු ලැබේ. මෙම ක්‍රියාවලියේ දී ආනයනය කරන හෝ අපනයනය කරන භාණ්ඩයේ හෝ භාණ්ඩවල මුළු වටිනාකමින් කිසියම් ප්‍රතිශතයක් රජයට ගෙවිය යුතු ය. මෙම මුදල හඳුන්වන්නේ තීරු බද්ද ලෙසිනි. තීරු බදු ප්‍රතිශතය අනෙකුත් බදු ප්‍රතිශතයන්ට වඩා බොහෝ විට වැඩි ය. අප රටේ ද තීරු බදු අය කරන අතර ඒ පිළිබඳ සොයා බලා කටයුතු කරන්නේ ශ්‍රී ලංකා රේගු දෙපාර්තමේන්තුවයි.

ඇතැම් විශේෂිත පුද්ගලයන් සඳහා තීරු බදු රහිතව හෝ අඩු තීරු බදු ප්‍රතිශතයක් යටතේ වාහන මෙරටට ගෙන්වා ගැනීමේ වරප්‍රසාදය ලබා දී ඇත. එසේ ම විදේශ සේවාවන්හි නිරතව සිට ආපසු එන ශ්‍රී ලාංකිකයන්ට අවශ්‍ය යම් යම් භාණ්ඩ තීරු බදු සහන යටතේ මිල දී ගත හැකි ය. ඒ සඳහා ගුවන් තොටුපල පරිශ්‍රය තුළ වෙළඳසැල් පිහිටා ඇත.

නිදසුන 1

රු. 2 000 000ක් වටිනා රත්රන් තොගයක් සිංගප්පූරුවේ සිට මෙරටට ගෙන්වන ලදී. රේගුව මගින් ඒ සඳහා 45%ක තීරු බද්දක් අය කරනු ලැබේ නම්,
(i) ගෙවිය යුතු තීරු බදු මුදල කීය ද?
(ii) තීරු බදු ගෙවීමෙන් පසු මෙරට දී රත්රන් තොගයේ වටිනාකම කීය ද?

(i) රත්රන් තොගයේ වටිනාකම = රු. 2 000 000
තීරු බදු ප්‍රතිශතය = 45%
ගෙවීමට සිදුවන තීරු බද්ද = රු. 2 000 000න් 45%
$= \text{රු. } 2\ 000\ 000 \times \frac{45}{100}$
= රු. 900 000

(ii) බදු ගෙවීමට පෙර රත්රන් තොගයේ වටිනාකම = රු. 2 000 000
ගෙවන ලද තීරු බදු මුදල = රු. 900 000
මෙරට තුළ රත්රන් තොගයේ වටිනාකම = රු. 2 000 000 + 900 000
= රු. 2 900 000

නිදසුන 2

ජපානයෙන් මිල දී ගත් රු. 1 875 000ක් වටිනා වාහනයක් මෙරටට ගෙන ඒමේ දී තීරු බදු වශයෙන් රු. 1 087 500ක් ගෙවීමට සිදු විය. තීරු බදු අය කර ඇති ප්‍රතිශතය ගණනය කරන්න.

වාහනය මිල දී ගැනීමට ජපානයේදී වැය කළ මුදල = රු.1 875 000
මෙරට දී අය කළ තීරු බද්ද = රු. 1 087 500
අය කළ තීරු බද්ද වාහනයේ වටිනාකමින් භාගයක් ලෙස $= \frac{1\ 087\ 500}{1\ 875\ 000}$
තීරු බදු ප්‍රතිශතය $= \frac{1\ 087\ 500}{1\ 875\ 000} \times 100\%$
= 58%

15.3 අභ්‍යාසය

1. එක්තරා අත් ඔරලෝසු වර්ගයක් මෙරටට ගෙන ඒමේ දී 25%ක තීරු බද්දක් අය කරයි. රුපියල් 1200ක් වූ අත් ඔරලෝසුවක තීරු බදු ගෙවීමෙන් පසු වටිනාකම සොයන්න.
2. මෝටර් රථ අමතර කොටස් ආනයනය කරන පුද්ගලයෙකුට පිටරටකදී මිල දී ගත් රු. 275 250ක් වටිනා අමතර කොටස් තොගයක් සඳහා තීරු බදු වශයෙන් එම වටිනාකමින් 38%ක් ගෙවීමට සිදු විය. මෙම පුද්ගලයා විසින් ගෙවන ලද තීරු බදු මුදල සොයන්න.

3. පිටරටක සිට ගෙන්වන ලද අධි ශීතකරණයක් සඳහා 28%ක තීරු බද්දක් ගෙවීමට සිදු විය. තීරු බදු ගෙවූ පසු ශීතකරණයේ මුළු වටිනාකම රු. 96 640 විය.
   (i) බදු ගෙවීමට පෙර ශීතකරණයේ මිල සොයන්න.
   (ii) ගෙවන ලද තීරු බදු මුදල සොයන්න.
4. එක්තරා සුවඳ විලවුන් වර්ගයක් ආනයනය කිරීමේදී රේගුව විසින් 24%ක තීරු බද්දක් අය කරනු ලැබේ. මෙම වර්ගයේ සුවඳ විලවුන් බෝතලයක් සඳහා තීරු බදු ගෙවීමෙන් පසු වටිනාකම රු. 620ක් නම් බදු ගෙවීමට පෙර එහි වටිනාකම සොයන්න.
5. පිට රටක සිට ආනයනය කරන ලද නිමි ඇඳුම් තොගයක් සඳහා තීරු බදු වශයෙන් රු. 28 500ක් ගෙවීමට සිදුවිය. තීරු බදු ගෙවීමෙන් පසු මෙම ඇඳුම් තොගයේ මිල රු. 142 500ක් විය.
   (i) බදු ගෙවීමට පෙර රෙදි තොගයේ වටිනාකම සොයන්න.
   (ii) තීරු බදු ප්‍රතිශතය ගණනය කරන්න.
6. තීරු බදු ගෙවීමට පෙර රු. 18 750ක් වටිනා රූපවාහිනි යන්ත්‍රයක් සඳහා තීරු බදු ගෙවීමෙන් පසු වැය කර ඇති මුදල රු. 22 875කි.
   (i) ගෙවා ඇති තීරු බදු මුදල සොයන්න.
   (ii) තීරු බදු අය කර ඇති ප්‍රතිශතය ගණනය කරන්න.

15.5 එකතු කළ අගය මත බද්ද (Value Added Tax -VAT)

කිසියම් භාණ්ඩයක් මිල දී ගැනීමේ දී හෝ සේවාවක් ලබා ගැනීමේදී එහි වටිනාකම මත රජයට ගෙවිය යුතු මුදල එකතු කළ අගය මත බද්ද (VAT) වේ. මේ සඳහා රජයේ ලියාපදිංචි බදු කරුවන් සිටින අතර ඔවුන් තම භාණ්ඩ මිල දී ගන්නා වූ හෝ සේවාව ලබා ගන්නා පාරිභෝගිකයන්ගෙන් අදාළ බද්ද අය කර ගත යුතු ය. ඉන් පසු එම බදු මුදල රජයට ගෙවනු ලැබේ. 2016 වර්ෂයේ සිට ශ්‍රී ලංකාවේ අය කරන වැට් බදු ප්‍රතිශතය 15 %කි. මෙය ඉදිරියේ දී වෙනස් විය හැකි ය. ඉදිරි ගණනය කිරීම් සඳහා VAT බදු ප්‍රතිශතය 15 % ලෙස භාවිත කර ඇත.

නිදසුන 1

ජංගම දුරකථනයක මිල රු.3500කි. එය මිල දී ගැනීමේ වැට් 15% බද්ද ගෙවිය යුතු ය.
(i) ගෙවීමට සිදුවන VAT බද්ද කීය ද?
(ii) බදු ගෙවීමෙන් පසු ජංගම දුරකථනයේ මිල කීය ද?

(i) ජංගම දුරකථනයේ මිල = රු. 3500
VAT බදු ප්‍රතිශතය = 15%
ගෙවීමට සිදුවන VAT බද්ද = රු. 3500න් 15%
$= \text{රු. } 3500 \times \frac{15}{100}$
= රු. 525

(ii) බදු ගෙවීමෙන් පසු දුරකථනයේ මිල = රු. 3500 + රු. 525
= රු. 4025

15.4 අභ්‍යාසය

1. දුරකථන බිල්පතක පහත සඳහන් පරිදි සටහන් වී ඇත.
ස්ථාවර ගාස්තුව – රු. 200.00
ලබා ගත් දේශීය ඇමතුම් සඳහා ගාස්තුව – රු. 350.00
ලබා ගත් විදේශීය ඇමතුම් සඳහා ගාස්තුව – රු. 875.00
දුරකථන බිල ගණනය කිරීමේදී ඉහත මුදලට අමතරව 15%ක VAT බද්ද එකතු කරයි.
(i) බදු රහිතව බිල්පතේ සඳහන් ගෙවීමට ඇති මුළු මුදල කීය ද?
(ii) ගෙවීමට සිදුවන VAT බදු මුදල කීය ද?
(iii) බදු සමඟ දුරකථන බිල්පතේ වටිනාකම කීය ද?

2. ත්‍රී රෝද රථයක මිල VAT රහිතව රු. 437 500කි. එය මිල දී ගැනීමේ දී 15%ක VAT බද්ද ගෙවීමට සිදුවේ.
(i) ගෙවීමට සිදුවන VAT බද්ද කීය ද?
(ii) VAT සමඟ ත්‍රි රෝද රථයේ මිල කීය ද?

3. රූපවාහිනී යන්ත්‍රයක මිල සති අන්ත පුවත්පතක පලකර තිබුණේ පහත ආකාරයට ය.

මිල රු. 27 500/ + VAT (VAT බදු ප්‍රතිශතය 15%කි.)

ඒ අනුව,
(i) VAT නොමැතිව රූපවාහිනියේ මිල කීය ද?
(ii) ගෙවීමට සිදුවන VAT බදු මුදල කීය ද?
(iii) VAT බද්ද සමඟ රූපවාහිනියේ මිල කීය ද?

15.6 වැල් පොලිය

බොහෝ මිනිස්සු උපයා ගත් මුදලින් කොටසක් හෝ බැංකුවක තැන්පත් කර ඉතිරි කිරීමට උත්සාහ කරති. තවත් සමහරු ඔවුන්ගේ වැඩ කටයුතු සඳහා අවශ්‍ය මුදල් මූල්‍ය ආයතනවලින් ණයට ගනී. මේ ආකාරයට මුදලක් තැන්පත් කළත්, මුදලක් ණයට ගත්තත් කිසියම් කාලයකට පසු එය ආපසු ගෙවීමේ දී ණයට ගත් මුදලට වඩා වැඩි මුදලක් ගෙවීමට සිදු වන අතර ආපසු ගැනීමේදී තැන්පත් කළ මුදලට වඩා වැඩි මුදලක් ආපසු ලැබේ. එසේ වැඩිපුර ගෙවන හෝ ලැබෙන මුදල පොලිය ලෙස හඳුන්වයි. මෙම පොලිය ගණනය කරන විට ණයට ගත් මුදල හෝ තැන්පත් මුදල ආපසු දීමට හෝ ආපසු ගැනීමට ගතවන කාලයත් යන දෙක ම සැලකිල්ලට ගනු ලබන අතර ණයට ගත් මුදලින් හෝ තැන්පත් මුදලින් කිසියම් ප්‍රතිශතයක් ලෙස වාර්ෂිකව පොලිය ගෙවීම හෝ ලැබීම සිදු වේ.

සෑම වර්ෂයක් අවසානයේ ම පොලිය ගණනය කරන විට මුලින් ම ණයට ගත් මුදල හෝ තැන්පත් කළ මුදල පමණක් සැලකිල්ලට ගනු ලබන්නේ නම් එම පොලිය සුළු පොලිය ලෙස හඳුන්වයි.

මීට පෙර පාඩම්වල උගත් සුළු පොලිය ආශ්‍රිත ගණනය කිරීම පිළිබඳ සිහිපත් කර ගැනීම සඳහා පහත වගුව පිටපත් කරගෙන හිස්තැන් පුරවන්න.

ණය මුදල	ආපසු ගෙවීමට ගන්නා කාලය (අවුරුදු)	වාර්ෂික පොලී අනුපාතය	පොලී මුදල
රු. 10 000	2	8 %	....
රු. 25 000	....	10%	රු. 6250
රු. 36 000	$2\frac{1}{2}$	....	රු. 13 500
....	3	12%	රු. 4800

දැන් අපි වැල් පොලිය යනුවෙන් හඳුන්වන්නේ කුමක්දැයි විමසා බලමු.

අපි අපේ බැංකු ගිණුම්වල තැන්පත් කරන මුදල් සඳහා ගෙවන පොලී මුදල අදාළ වර්ෂය අවසානයේ ගණනය කර එම බැංකු ගිණුම්වලට ම බැර කරනු ලබයි. එවිට පොලී මුදල තැන්පත්කරුවන් විසින් ලබා නොගතහොත්, අපි මුදල් ඉතිරි නොකළත් වාර්ෂිකව අපගේ තැන්පතු මුදල වැඩි වේ. එවිට අවුරුද්දෙන් අවුරුද්ද අපහට ලැබෙන පොලිය ද වැඩි වේ.

මෙසේ කිසියම් මුදලක් වෙනුවෙන් වර්ෂයකට ගෙවිය යුතු පොලිය ඊළඟ වර්ෂයේ තැන්පතුවක් සේ සලකා වර්ෂයෙන් වර්ෂයට පොලිය ගණනය කරනු ලබන්නේ වැල් පොලී ක්‍රමයේ දී ය.

මෙම ක්‍රමයේ දී පොලිය සඳහා ද පොලියක් ලැබේ. පහත නිදසුනින් මෙය තවදුරටත් අපට තහවුරු කර ගත හැකි ය.

නිදසුන 1

කමල් රු. 25 000ක් බැංකුවක තැන්පත් කරයි. බැංකුව වාර්ෂිකව 8%ක වැල් පොලී අනුපාතයක් යටතේ පොලිය ගණනය කරනු ලැබේ. කමල් අවුරුදු 2ක් අවසානයේ එම තැන්පත් මුදලත් පොලියත් යන දෙක ම ආපසු ගනී.

(i) පළමු අවුරුද්ද සඳහා පොලිය සොයන්න.
(ii) දෙවන අවුරුද්ද සඳහා පොලිය ගණනය කරන්න.
(iii) කමල්ට ලැබෙන මුළු මුදල සොයන්න.

(i) කමල් බැංකුවේ තැන්පත් කරන මුදල = රු. 25 000
වාර්ෂික වැල් පොලී අනුපාතය = 8%
පළමු අවුරුද්ද සඳහා ලැබෙන පොලිය = රු. 25 000න් 8%
$= \text{රු. } 25\,000 \times \frac{8}{100}$
= රු. 2000

(ii) දෙවන අවුරුද්ද ආරම්භයේ දී ගිණුමේ ඇති මුළු මුදල = රු.25 000 + රු. 2000
= රු.27 000

දෙවන අවුරුද්ද සඳහා ලැබෙන පොලිය = රු.27 000න් 8%

$= රු.27000 \times \frac{8}{100}$

= රු. 2160

(iii) කමල්ට ලැබෙන මුළු මුදල = රු. 27 000 + රු. 2160
= රු. 29 160

ඉහත ගැටලුවේ පළමු අවුරුද්ද සඳහා පොලියත්, දෙවන අවුරුද්ද සඳහා පොලියත් සසඳා බැලීමෙන් පැහැදිලි වන්නේ පළමු අවුරුද්දට වඩා දෙවන අවුරුද්ද සඳහා පොලිය වැඩි වී ඇති බවයි. එසේ වන්නේ පළමු අවුරුද්දට පොලිය වූ රු. 2000 සඳහා ද දෙවන අවුරුද්දට පොලිය ගණනය කිරීමයි. එනම් පොලියට ද පොලිය ලැබී ඇත.

නිදසුන 2

12%ක වාර්ෂික වැල් පොලී අනුපාතයක් යටතේ රු. 50 000ක් ණයට ගත් නිමල් අවුරුදු 2ක් අවසානයේදී එම ණය ගෙවා නිදහස් කර ගනී.

(i) පළමු අවුරුද්ද සඳහා පොලිය සොයන්න.
(ii) දෙවන අවුරුද්ද සඳහා පොලිය ගණනය කරන්න.
(iii) නිමල් ණයෙන් නිදහස් වීමට ගෙවූ මුළු මුදල සොයන්න.

(i) නිමල් ණයට ගත් මුදල = රු. 50 000
වාර්ෂික වැල් පොලී අනුපාතය = 12%
පළමු අවුරුද්ද සඳහා පොලිය = රු. 50 000න් 12%

$= රු. 50\ 000 \times \frac{12}{100}$

= රු. 6 000

(ii) පළමු අවුරුද්ද අවසානයේ මුළු මුදල = රු.50 000 + රු. 6 000
= රු.56 000

දෙවන අවුරුද්ද සඳහා පොලිය = රු.56 000න් 12%

$= රු.56\ 000 \times \frac{12}{100}$

= රු. 6720

(iii) දෙවන අවුරුද්ද අවසානයේ මුළු මුදල = රු. 56 000 + රු. 6 720
= රු. 62 720

15.5 අභ්‍යාසය

1. සුනිල් තමා ළඟ තිබූ රු. 75 000ක මුදලක් වාර්ෂිකව 8%ක වැල් පොලියක් ගෙවන බැංකුවක ස්ථිර තැන්පත් ගිණුමක තැන්පත් කරන්නේ වර්ෂ දෙකක් අවසන් වූ විට ආපසු ගැනීමේ බලාපොරොත්තුවෙනි. වර්ෂ 2 අවසානයේ සුනිල්ට ලබා ගත හැකි මුළු මුදල සොයන්න.

2. ජයසිංහ සහ රණසිංහ මිතුරෝ දෙදෙනෙකි. ජයසිංහ රු. 15 000ක් 12% ක වාර්ෂික සුළු පොලී අනුපාතයක් ගෙවන මූල්‍ය ආයතනයක වර්ෂ දෙකක් සඳහා ස්ථිර තැන්පතුවක් ලෙස තැන්පත් කරන අතර රණසිංහ ද එදිනම රු. 15 000ක මුදලක් 10% වාර්ෂික වැල් පොලියක් ගෙවන මූල්‍ය ආයතනයක වර්ෂ 2ක් සඳහා ස්ථිර තැන්පතුවක් ලෙස තැන්පත් කරයි. වර්ෂ 2ක් අවසානයේ ඔවුන් එම මුදල් ආපසු ලබා ගනී, එවිට,
   (i) ජයසිංහට ලැබෙන මුදල කීය ද?
   (ii) රණසිංහට ලැබෙන මුදල කීය ද?
   (iii) වසර දෙක අවසානයේ වඩා වැඩි මුදලක් ලබා ගන්නේ කවු ද?

3. A හා B මූල්‍ය ආයතන දෙකක් පළකර තිබූ දැන්වීම් දෙකක් පහත දැක්වේ.

ඔබගේ තැන්පතු සඳහා
10%ක
වාර්ෂික වැල් පොලියක්

A

8%
වාර්ෂික සුළු පොලී අනුපාතයක් යටතේ
ඔබට අපෙන්
රු. 50 000
දක්වා ණය ලබා ගත හැකි ය.

B

ඉහත දැන්වීම් දුටු කමල් B ආයතනයෙන් රු. 50 000ක් ණයට ගෙන A ආයතනයේ වර්ෂ 2ක කාලයක් සඳහා ස්ථිර තැන්පතුවක් ලෙස තැන්පත් කරයි. වර්ෂ දෙකකට පසු එම මුදල් ආපසු රැගෙන B ආයතනයෙන් ණයට ගත් මුදල පොලියත් සමග ගෙවා ණයෙන් නිදහස් වේ. මෙම ගනුදෙනුවේ දී කමල්ට ලාභයක් සිදු වේ ද? නොවේ ද? යන්න හේතු සහිතව පැහැදිලි කරන්න. ලැබෙන ලාභය හෝ සිදුවන අලාභය ගණනය කරන්න.

4. එක්තරා බැංකුවක ස්ථිර තැන්පතු සඳහා ගෙවන වාර්ෂික පොලී අනුපාතය පහත දැක්වේ.
   මාස 3 තෙක් - 6%
   මාස 6 තෙක් - 8%
   අනුර රු. 20 000ක් පළමුව මාස 3ක් සඳහා ස්ථිර තැන්පතුවක් ලෙස තැන්පත් කර එම මාස 3 අවසානයේ ලැබෙන මුළු මුදල තව මාස 6ක් තෙක් ස්ථිර තැන්පතුවක් ලෙස තැන්පත් කරයි.
   (i) පළමු මාස 3 සඳහා පොලිය ගණනය කරන්න.
   (ii) මාස 6ක් සඳහා අනුර තැන්පත් කරන මුදල කීය ද?
   (iii) මාස 9 අවසාන වන විට ඔහුට ලබා ගත හැකි මුළු මුදල සොයන්න.

වැල් පොලිය සම්බන්ධ ගැටලු විසඳීම පහත ක්‍රමයෙන් ද කළ හැකි ය. එය නිදසුනක් මගින් පැහැදිලි කර ගනිමු.

නිදසුන 3

සිසිර රු. 20 000ක් 8% ක වාර්ෂික වැල් පොලියක් ගෙවන බැංකුවක තැන්පත් කරන්නේ අවුරුදු 2ක කාලයක් සඳහා වන අතර අවුරුදු 2ක් අවසානයේ පොලිය හා මුදල ආපසු ලබා ගැනීමේ අරමුණ සහිතව ය. ඔහුට ලැබෙන මුළු මුදල සොයන්න.

මෙහි දී 8% ක වාර්ෂික වැල් පොලියක් ගෙවන බව දී තිබෙන බැවින්,

රු. 100ක් තැන්පත් කළ සිසිරට වර්ෂයක් අවසානයේ ලැබෙන මුළු මුදල = රු. 108

එබැවින් රු. 1ක් තැන්පත් කළ විට ලැබෙන මුළු මුදල = රු. $\frac{108}{100}$

රු. 20 000 තැන්පත් කළ විට ලැබෙන මුළු මුදල = රු. 20 000 $\times \frac{108}{100}$

= රු. 21 600

දෙවන වර්ෂය අවසානයේ ලැබෙන මුළු මුදල = රු. 21 600 $\times \frac{108}{100}$

= රු. 23 328

මෙය පහසුවෙන් පහත පරිදි ගණනය කළ හැකි ය.

වර්ෂ 2ක් අවසානයේ ලැබෙන මුළු මුදල = රු. 20 000 $\times \frac{108}{100} \times \frac{108}{100}$

= රු. 23 328

15.6 අභ්‍යාසය

1. මූල්‍ය ආයතනයකින් පුද්ගලයෙක් රු. 50 000ක මුදලක් ලබා ගන්නේ වාර්ෂික වැල් පොලී අනුපාතය 8% ක් වන අවස්ථාවේ දී ය. ඔහු වර්ෂ දෙකකට පසු ණය මුදල හා පොලිය එකවර ගෙවා ණයෙන් නිදහස් වූ වේ නම් ඔහුට ගෙවීමට සිදු වූ මුළු මුදල සොයන්න.

2. 8%ක වාර්ෂික වැල් පොලී අනුපාතයක් යටතේ කිසියම් මුදලක් බැංකුවක තැන්පත් කළ පුද්ගලයෙකුට වර්ෂය අවසානයේ රු. 38 286ක මුදලක් තම ගිණුමේ ඇති බව දක්නට ලැබුණි. දෙවන වර්ෂය අවසානයේ ඔහුගේ ගිණුමේ තැන්පත් මුළු මුදල ම ඔහු ආපසු ලබා ගනී.
   (i) ඔහු විසින් බැංකුවේ තැන්පත් කළ මුදල කීය ද?
   (ii) අවුරුදු 2 අවසානයේ ඔහුට ලබා ගත හැකි වූ මුළු මුදල කීය ද?

3. 12%ක වාර්ෂික වැල් පොලී අනුපාතයක් යටතේ යම් කිසි මුදලක් ණයට ගත් මිනිසෙකුට දෙවන වර්ෂය අවසානයේ පොලිය වශයෙන් රු.6048ක් ගෙවීමට සිදු විය.
   (i) ඔහු විසින් ණයට ගෙන ඇති මුදල සොයන්න.
   (ii) පළමු අවුරුද්ද අවසානයේ ඔහු ණයෙන් නිදහස් වීමට තීරණය කළේ නම් ඔහුට ගෙවීමට සිදුවන මුදල කීය ද?

සාරාංශය

- වරිපනම් බදු, ආදායම් බදු, තීරු බදු හා එකතු කළ අගය මත බදු යන බදු වර්ග දැනට බහුලව භාවිතයේ පවතී.

16 වීජීය භාග

මෙම පාඩම ඉගෙනීමෙන් ඔබට,
- දෙනු ලබන වීජීය පද කිහිපයක කුඩා ම පොදු ගුණාකාරය සෙවීමට,
- වීජීය ප්‍රකාශන කිහිපයක කුඩා ම පොදු ගුණාකාරය සාධක ඇසුරෙන් සෙවීමට,
- හරය සමාන නොවූ වීජීය භාග එකතු කර හෝ අඩු කර, සුළු කිරීමට

හැකියාව ලැබේ.

16.1 වීජීය පද කිහිපයක කුඩා ම පොදු ගුණාකාරය (කු.පො.ගු)

වීජීය සංකේත ඇතුළත් එකතුවකින් හෝ අඩු කිරීමකින් සම්බන්ධ නොවන පද, වීජීය පද ලෙස හැඳින්වේ. ඒ අනුව x, $2a$, $3m^2$, $12xy$, $24xy^2z$ වැනි පද වීජීය පද වන අතර ඒවා, ඒක පද වීජීය ප්‍රකාශන ලෙස ද හැඳින් වේ.

දැන් අපි වීජීය පද දෙකක හෝ කිහිපයක කුඩා ම පොදු ගුණාකාරය සෙවීමේ ක්‍රමයක් සලකා බලමු. වීජීය පද දෙකක හෝ කිහිපයක කුඩා ම පොදු ගුණාකාරය සෙවීමේදී ප්‍රථමයෙන් එක් එක් වීජීය පදය එහි සාධකවල ගුණිතයක් ලෙස ලියා ගත යුතු ය. මෙහිදී කිසියම් සංඛ්‍යාවක් වීජීය පදයේ සංගුණකය වන්නේ නම් එය ප්‍රථමක සංඛ්‍යාවල ගුණිතයක් ලෙස ලියා ඒ සමඟ වීජීය පද සාධක ලෙස ලියනු ලැබේ. අනතුරුව එක් එක් වීජීය පදය සාධකවල බලවල ගුණිතයක් ආකාරයට සකස් කර ගනු ලැබේ. අනතුරුව කුඩා ම පොදු ගුණාකාරය සෙවිය යුතුව ඇති වීජීය පද කිහිපයේ එකිනෙකට වෙනස් සාධකවල විශාලතම දර්ශක සහිත බල ගුණිතයක් ලෙස ලියූ විට එය එම වීජීය පද කිහිපයේ කුඩා ම පොදු ගුණාකාරය ලැබේ. (විශාලතම දර්ශක සහිත බල කිහිපයක් තිබුනොත් ඉන් ඕනෑ ම එකක් පමණක් තෝරා ගනු ලැබේ.)

නිදසුන 1

$18x^2$, $6xy$, $8y$ යන වීජීය පද තුනේ කුඩා ම පොදු ගුණාකාරය සොයන්න.

$18x^2 = 2 \times 3 \times 3 \times x \times x = 2^1 \times 3^2 \times x^2$

$6xy = 2 \times 3 \times x \times y = 2^1 \times 3^1 \times x^1 \times y^1$

$8y = 2 \times 2 \times 2 \times y = 2^3 \times y^1$

පද තුනේ ම එකිනෙකට වෙනස් සාධක වන්නේ 2, 3, x හා y වේ. මේවායේ විශාලතම බල කුඩා රවුම් තුළ පෙන්වා ඇත. ඒවා නම්, 2^3, 3^2, x^2 හා y^1 වේ. (yහි විශාලතම බලය වන y^1 බලය $6xy$ හා $8y$ පද දෙකේම ඇති බැවින් y^1 ඉන් එකකින් පමණක් තෝරා ගැනේ.)
එම නිසා $18x^2$, $6xy$ හා $8y$ හි කුඩා ම පොදු ගුණාකාරය $2^3 \times 3^2 \times x^2 \times y^1$ වේ.
එනම් $72x^2y$ යන්නයි. $(2^3 \times 3^2 \times x^2 \times y^1 = 72\,x^2y)$

16.1 අභ්‍යාසය

1. පහත සඳහන් එක් එක් වීජීය පද කාණ්ඩයේ කුඩා ම පොදු ගුණාකාරය සොයන්න.

(i) $a,\ 3a$ (ii) $4m,\ 2m$ (iii) $2x^2,\ 6x$ (iv) $y^2,\ 3y$

(v) $7ab,\ ab$ (vi) $a,\ 2a,\ 3a$ (vii) $3n,\ 6n^2,\ n$

(viii) $2p,\ 4pq,\ 6q$ (ix) $5m^2,\ 2m,\ 10m^2$ (x) $4x^2,\ 6xy,\ 8y^2$

16.2 වීජීය ප්‍රකාශන කිහිපයක කුඩා ම පොදු ගුණාකාරය

$a,\ 2x,\ ay^2$ වැනි වීජීය පදයක්, සංඛ්‍යා හෝ වෙනත් වීජීය පද සමඟ + හෝ − ලකුණුවලින් සම්බන්ධ වූ විට, පද කිහිපයකින් යුත් වීජීය ප්‍රකාශන ලැබෙන බව අපි දනිමු.

වීජීය ප්‍රකාශන දෙකක හෝ කිහිපයක කුඩා ම පොදු ගුණාකාරය සෙවීමේ දී ඒ ඒ වීජීය ප්‍රකාශනය සාධකවල ගුණිතයක් ලෙස ලබා ගෙන එම සාධකවල විශාලතම දර්ශකය සහිත බලවල ගුණිතයෙන් කුඩා ම පොදු ගුණාකාරය සොයනු ලබයි. මෙය පහත නිදසුන් මගින් තවදුරටත් පැහැදිලි කර ගනිමු.

නිදසුන 1

$20,\ \ 5(m+3)$ ප්‍රකාශනවල කුඩා ම පොදු ගුණාකාරය සොයන්න.

$20 = 2 \times 2 \times 5 = 2^2 \times 5^1$

$5\ (m+3) = 5^1\ (m+3)^1$

එකිනෙකට වෙනස් සාධක 2, 5 හා $(m+3)$ වේ.

2හි විශාලතම බලය $= 2^2 = 4$

5හි විශාලතම බලය $= 5^1 = 5$

$(m+3)$හි විශාලතම බලය $= (m+3)^1 = (m+3)$

මෙවිට කුඩා ම පොදු ගුණාකාරය ලෙස හැඳින්වෙන්නේ මෙම සාධකවල විශාලත ම දර්ශකය සහිත බලවල ගුණිතයයි.

විශාලතම දර්ශක සහිත බලවල ගුණිතය $= 4 \times 5 \times (m+3)$

$\therefore$ කුඩා ම පොදු ගුණාකාරය $= 20(m+3)$

නිදසුන 2

$3a,\ 15(a+1)$ ප්‍රකාශනවල කු.පො.ගු. සොයන්න.

$3a = 3^1 \times a^1$

$15\ (a+1) = 3^1 \times 5^1 \times (a+1)^1$

එකිනෙකට වෙනස් සාධක 3, 5, a හා $(a+1)$ වේ.

3හි විශාලතම බලය $= 3^1 = 3$
5හි විශාලතම බලය $= 5^1 = 5$
aහි විශාලතම බලය $= a^1 = a$

$(a+1)$ හි විශාලතම බලය $= (a+1)$

විශාලතම දර්ශක සහිත බලවල ගුණිතය $= 3 \times 5 \times a\,(a+1)$

$\therefore$ කුඩා ම පොදු ගුණාකාරය $= 15a\,(a+1)$

නිදසුන 3

$(a^2-4), 4(a-2), 2(a+2)$ ප්‍රකාශනවල කුඩා ම පොදු ගුණාකාරය සොයන්න.

$a^2-4 = (a-2)\,(a+2)$

$4\,(a-2) = 2 \times 2 \times (a-2) = 2^2 \times (a-2)^1$

$2\,(a+2) = 2 \times (a+2) = 2^1 \times (a+2)^1$

එකිනෙකට වෙනස් සාධක $2, (a-2)$ හා $(a+2)$ වේ.

2හි විශාලතම බලය $= 2^2$
$(a-2)$හි විශාලතම බලය $= (a-2)^1$
$(a+2)$හි විශාලතම බලය $= (a+2)^1$

විශාලතම දර්ශක සහිත බලවල ගුණිතය $= 2^2 \times (a-2) \times (a+2)$

$\therefore$ කුඩා ම පොදු ගුණාකාරය $= 4\,(a-2)\,(a+2)$

මේ අනුව වීජීය ප්‍රකාශනවල කුඩා ම පොදු ගුණාකාරය සෙවීම ඉහත නිදසුන් 1, 2, 3හි පරිදි විස්තරාත්මක පියවර ඔබේ ඉගෙනීමේ පහසුව සඳහා පැහැදිලි කරන ලදි. නමුත් ගැටලු විසඳීමේ දී ඉදිරි නිදසුන් ආකාරයට කුඩා ම පොදු ගුණාකාරය සෙවීමට යොමු වීමටද හැකියාව ඇත.

නිදසුන 4

$2m(1-m)^2, 4(m^2-1), 6(1+m)$ යන ප්‍රකාශනවල කුඩා ම පොදු ගුණාකාරය සොයන්න.

$(1-m)^2 = (m-1)^2$ බැවින්

$2m(1-m)^2 = 2 \times m \times (m-1)^2$

$4(m^2-1) = 2 \times 2 \times (m-1)\,(m+1) = 2^2 \times (m-1)\,(m+1)$

$6(1+m) = 2 \times 3 \times (1+m)$

එකිනෙකට වෙනස් සාධක $2, 3, m, (m-1)$ හා $(m+1)$ වේ.

විශාලතම දර්ශක සහිත බලවල ගුණිතය $= 2^2 \times 3 \times m \times (m-1)^2 \times (m+1)$

$\therefore$ කුඩා ම පොදු ගුණාකාරය (කු.පො.ගු.) $= 12m\,(m-1)^2\,(m+1)$

නිදසුන 5

$x^2 - 6x + 9$, $x^2 + 6x + 9$, $x^2 - 9$ ප්‍රකාශනවල කුඩා ම පොදු ගුණාකාරය සොයන්න.

$x^2 - 6x + 9 = (x - 3)^2$
$x^2 + 6x + 9 = (x + 3)^2$
$x^2 - 9 = (x - 3)(x + 3)$

එකිනෙකට වෙනස් සාධක $(x - 3)$ හා $(x + 3)$ වේ.
විශාලත ම දර්ශක සහිත බලවල ගුණිතය $= (x - 3)^2 \times (x + 3)^2$
$\therefore$ කුඩා ම පොදු ගුණාකාරය $= (x - 3)^2 (x + 3)^2$

සටහන

$(a - b)^2 = (b - a)^2$ ලෙස ලිවිය හැකි ය.
$(x - y) = -(y - x)$ ලෙස ලිවිය හැකි ය.
මෙවැනි අවස්ථා මතක තබා ගැනීම කුඩා ම පොදු ගුණාකාරය සෙවීමට පහසුවක් වේ.

16.2 අභ්‍යාසය

1. පහත වීජීය ප්‍රකාශනවල කුඩා ම පොදු ගුණාකාරය සොයන්න.

(i) $x, (x + 1)$
(ii) $4y, 2(y - 2)$
(iii) $6(a - 3), 3(a + 2)$
(iv) $p(q - 1), (q - 1)$
(v) $x(y + 4), (y - 1)$
(vi) $2a^2, 5(a + 2), 10(a + 2)$
(vii) $4b, 3(b - 1), 6(b - 1)^2$
(viii) $10, 2a(a + 2), 25(a + 2)^2$
(ix) $3x, 15(x - 1), 6(x - 1)^2$
(x) $5q^2, 4(q - r), 2(q - r)^2$
(xi) $(m + 2), (m + 2)(m - 2), (m - 2)(m - 5)$
(xii) $(m - n)^2, (m^2 - n^2), (m + n)^2$
(xiii) $(x^2 - 1), (x - 1), 3x(1 - x)^2$
(xiv) $(4 - y^2), (4 + 2y), (y - 2)^2$
(xv) $(2a - 4), a^2 - 2a - 8$
(xvi) $(a - 5), a^2 - 8a + 15$
(xvii) $x^2 - y^2, 2x^2 - xy - y^2$
(xviii) $x^2 - 4x + 3, x^2 - 3x + 2$
(xix) $a^2 + 2a - 35, 3a^2 - 16a + 5$
(xx) $a^2 + 2ab + b^2, a^2 - 2ab + b^2, a^2 - b^2$

16.3 වීජීය භාග එකතු කිරීම හා අඩු කිරීම

ලවයේ හෝ හරයේ හෝ ඒ දෙකෙහිම හෝ වීජීය පද හෝ වීජීය ප්‍රකාශන ඇතුළත් භාග වීජීය භාග වේ.

ලවයේ වීජීය පද හෝ ප්‍රකාශන හෝ අඩංගු භාග

උදා: (i) $\frac{x}{3}$ (ii) $\frac{2y}{7}$ (iii) $\frac{a + 2}{5}$ (iv) $\frac{3y - 2x}{10}$

හරයේ වීජීය පද හෝ ප්‍රකාශන හෝ අඩංගු භාග

උදා: (i) $\frac{3}{x}$ (ii) $\frac{7}{2y}$ (iii) $\frac{5}{a+2}$ (iv) $\frac{1}{x-2y}$

ලවයේත් හරයේත් වීජීය පද හෝ ප්‍රකාශන ඇති භාග

උදා: (i) $\frac{p}{2q}$ (ii) $\frac{x}{3+y}$ (iii) $\frac{2a}{5-2a}$ (iv) $\frac{3m-n}{b+2c}$

මෙම වීජීය භාග, පොදු හරයක් සහිත භාග බවට පත් කිරීමෙන් වීජීය භාග එකතු කිරීම, අඩු කිරීම කළ හැකි ය. පොදු හරයක් සහිත භාග බවට පත් කිරීමේදී එක් එක් වීජීය භාගවල හරයන්හි කුඩා ම පොදු ගුණාකාරය සොයා ගත යුතු ය. එය පහත දැක්වෙන නිදසුන් මගින් පැහැදිලි වනු ඇත.

නිදසුන 1

$\frac{3}{2x} + \frac{1}{4x}$ සුළු කරන්න.

$\frac{3}{2x} + \frac{1}{4x}$

$= \frac{(2 \times 3) + (1 \times 1)}{4x}$ [$2x$ හා $4x$ හි කුඩා ම පොදු ගුණාකාරය $4x$ වේ.]

$= \frac{6+1}{4x}$

$= \frac{7}{4x}$

මෙම ගැටලුව විසඳීමේදී වීජීය භාගවල හරයන් වන $2x$ සහ $4x$ හි කුඩා ම පොදු ගුණාකාරය $4x$ යන්න භාවිත කරන ලදි.

නිදසුන 2

$\frac{2}{x} + \frac{3}{(x-1)}$ සුළු කරන්න.

$\frac{2}{x} + \frac{3}{(x-1)} = \frac{2(x-1) + 3(x)}{x(x-1)}$ [x, $(x-1)$හි කුඩා ම පොදු ගුණාකාරය $x(x-1)$ වේ.]

$= \frac{2x - 2 + 3x}{x(x-1)}$

$= \frac{5x-2}{x(x-1)}$

නිදසුන 3

$$\frac{3}{a^2-4a+3}+\frac{2}{a^2-3a+2}-\frac{1}{(a-3)}$$ සුළු කරන්න.

$$\frac{3}{a^2-4a+3}+\frac{2}{a^2-3a+2}-\frac{1}{(a-3)}$$

$$=\frac{3}{(a-3)(a-1)}+\frac{2}{(a-2)(a-1)}-\frac{1}{(a-3)}$$

$$=\frac{3(a-2)+2\ (a-3)-1\ (a-2)\ (a-1)}{(a-3)\ (a-2)\ (a-1)}$$

[$(a-3)\ (a-1)$, $(a-2)(a-1)$, $(a-3)$ ප්‍රකාශනවල කුඩා ම පොදු ගුණාකාරය $(a-3)\ (a-2)\ (a-1)$ වේ.]

$$=\frac{3a-6+2a-6-1\ (a^2-a-2a+2)}{(a-3)\ (a-2)\ (a-1)}$$

$$=\frac{3a-6+2a-6-1\ (a^2-3a+2)}{(a-3)\ (a-2)\ (a-1)}$$

$$=\frac{3a-6+2a-6-a^2+3a-2}{(a-3)\ (a-2)\ (a-1)}$$

$$=\frac{8a-a^2-14}{(a-3)\ (a-2)\ (a-1)}$$

16.3 අභ්‍යාසය

1. පහත දැක්වෙන වීජීය භාග සුළු කරන්න.

(i) $\frac{4}{6x}+\frac{5}{8x}$ (ii) $\frac{3}{4y}+\frac{4}{6y}$ (iii) $\frac{5}{2y}+\frac{3}{6y}+\frac{7}{4y}$

(iv) $\frac{6}{x}+\frac{5}{x-3}$ (v) $\frac{3}{b-1}+\frac{1}{b}$ (vi) $\frac{4}{5k}+\frac{3}{(k-2)}$

(vii) $\frac{1}{(m-3)}+\frac{2}{5(m-3)}+\frac{1}{5}$ (viii) $\frac{3}{x-2}+\frac{5}{x+3}+1$

(ix) $\frac{4}{a-3}+\frac{5}{(a-3)(a+2)}+\frac{2}{(3-a)}$ (x) $\frac{7}{p^2-9}+\frac{3}{p-3}+\frac{2}{p+3}$

(xi) $\frac{3}{a+b}+\frac{2}{a-b}+\frac{1}{a^2-b^2}$ (xii) $\frac{7}{3a^2}-\frac{5}{2ab}$

(xiii) $\frac{3}{2ab}-\frac{1}{4a}+\frac{1}{6b}$ (xiv) $3+\frac{4}{p+2}-\frac{1}{p-3}$

(xv) $\dfrac{2a}{a^2 - b^2} - \dfrac{1}{a - b}$

(xvi) $\dfrac{3x}{x - y} - \dfrac{5x}{x^2 - y^2} + \dfrac{2x}{x + y}$

(xvii) $\dfrac{a - 3}{a + 2} - \dfrac{a - 2}{a^2 + 5a + 6}$

(xviii) $\dfrac{3}{y^2 + 4y + 3} + \dfrac{1}{y + 3} - \dfrac{2}{y + 1}$

(xix) $\dfrac{p}{(p - q)} - \dfrac{q}{p + q} - \dfrac{1}{p^2 - q^2}$

(xx) $\dfrac{2}{m^2 - 3m - 4} - \dfrac{1}{m - 4} + \dfrac{3}{m^2 - 2m - 8}$

මිශ්‍ර අභ්‍යාසය

1. පහත දැක්වෙන වීජීය පද ඇතුළත් කාණ්ඩවල කුඩා ම පොදු ගුණාකාරය සොයන්න.

   (i) $ab,\ a^2b^2,\ 9ab^2$ (ii) $8x,\ 4xy^2,\ 24x^2y$ (iii) $100a,\ b,\ a^2b$

2. පහත දැක්වෙන වීජීය ප්‍රකාශනවල කුඩා ම පොදු ගුණාකාරය සොයන්න.

   (i) $x^2 + 2x,\ \ x^2 + x - 2$ (ii) $n^2 - n - 6,\ \ n^2 + 3n + 2$

   (iii) $2b^2 + 3b - 2,\ \ 6b^2 - b - 1,\ \ 3b^2 + 7b + 4$

3. පහත දැක්වෙන වීජීය භාග සහිත ප්‍රකාශන සුළු කරන්න.

   (i) $\dfrac{a}{2 + a} - \dfrac{a}{a - 2} + \dfrac{2a}{4 - a^2}$ (ii) $\dfrac{1}{(x - 2)^2} + \dfrac{3}{(x + 2)^2} - \dfrac{3}{x^2 - 4}$

   (iii) $\dfrac{a + 4}{a^2 + 3a - 10} - \dfrac{a - 4}{a^2 - 5a + 6}$ (iv) $\dfrac{1}{(x - 1)} - \dfrac{1}{3(1 - x)}$

සාරාංශය

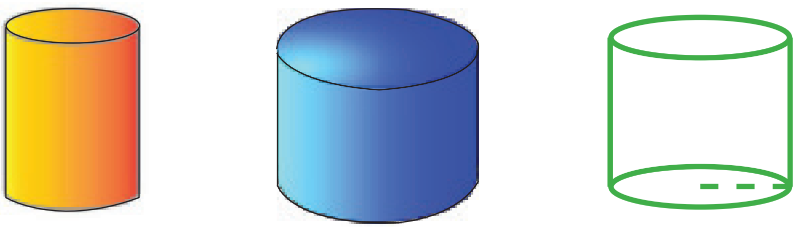
- අඥාත ඇතුළත් පද වීජීය පද වේ.
- වීජීය පදවල කුඩා ම පොදු ගුණාකාරය සෙවීමේ දී ද, සංඛ්‍යාවල සාධක ඇසුරෙන් කුඩා ම පොදු ගුණාකාරය සොයන ආකාරය ම භාවිත කරයි.
- වීජීය ප්‍රකාශනවල කුඩා ම පොදු ගුණාකාරය සෙවීමේ දී පළමුව ඒවා සාධකවල ගුණිත ලෙස සකසා ගත යුතු වේ.
- වීජීය භාග එකතු කිරීමේ දී හා අඩු කිරීමේ දී සාමාන්‍ය භාග එකතු කිරීමේ හා අඩු කිරීමේ ක්‍රමවේදය ම භාවිත කරයි.
- දෙන ලද වීජීය ප්‍රකාශනවලින් ඉතිරි නැතිව බෙදෙන කුඩා ම වීජීය ප්‍රකාශනය එම වීජීය ප්‍රකාශනවල කුඩා ම පොදු ගුණාකාරය ලෙස හැඳින්වේ.

17 පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය හා පරිමාව

මෙම පාඩම අධ්‍යයනය කිරීමෙන් ඔබට,
- සෘජු වෘත්තාකාර සිලින්ඩරයක පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය ගණනය කිරීමට,
- සෘජු වෘත්තාකාර සිලින්ඩරයක පරිමාව ගණනය කිරීමට

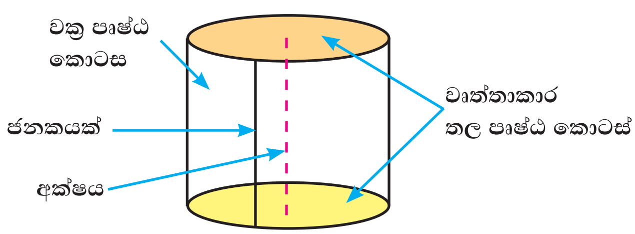
හැකියාව ලැබේ.

17.1 සිලින්ඩරය



එදිනෙදා ජීවිතයේදී අපට ඉහත රූපයේ දැක්වෙන ආකාරයේ සිලින්ඩරාකාර වස්තු නිතර ම හමු වේ. වියළි කිරි පිටි ඇසුරූ ටින්, සැමන් මාළු ඇසුරූ ටින් ආදිය මින් සමහරකි.

සිලින්ඩරාකාර ටින් එකක උඩ පියන සහ යට අඩිය සමාන්තර තලවල පිහිටයි. මේ දෙක ම එකම අරය ඇති වෘත්තාකාර තල පෘෂ්ඨ දෙකකි. සාධාරණ වශයෙන් සිලින්ඩරයක හැඩය පහත රූපයේ නිරූපණය කර ඇත.



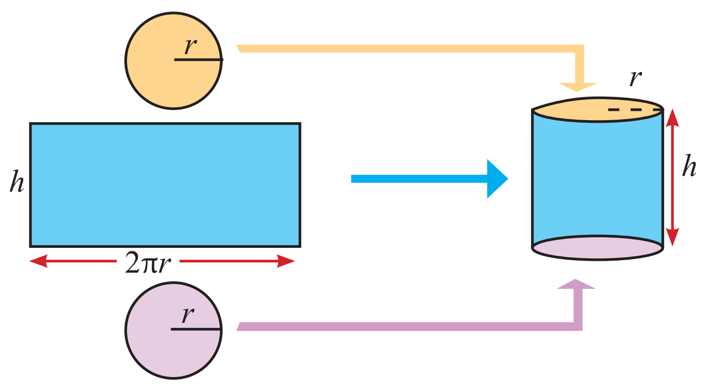
එහි ඉහළින් සහ පහළින් ඇති වෘත්තාකාර තල පෘෂ්ඨ දෙක නිරීක්ෂණය කරන්න. එම වෘත්තවල කේන්ද්‍ර යා කරන රේඛාව සිලින්ඩරයේ අක්ෂය යනුවෙන් හඳුන්වනු ලැබේ. පහළින් ඇති (අඩියේ ඇති) වෘත්තයේ පරිධිය මත ඇති ඕනෑ ම ලක්ෂ්‍යයක් හරහා සිලින්ඩරයේ අක්ෂයට සමාන්තරව රේඛාවක් ඇඳි විට එය ඉහළ වෘත්තයේ පරිධිය මත ලක්ෂ්‍යයකට යා වේ. මෙවැනි රේඛා ඛණ්ඩයකට සිලින්ඩරයේ ජනකයක් යැයි කියනු ලැබේ. පහළ වෘත්තයේ පරිධිය මත පිහිටි සෑම ලක්ෂ්‍යයක් හරහාම පවතින මෙවැනි

ජනක මගින් සිලින්ඩරයේ වක්‍ර පෘෂ්ඨය නිර්මාණය වේ. මෙම ආකාරයේ සිලින්ඩරයක අක්ෂය රූපයේ ඉහළ සහ පහළ ඇති වෘත්තාකාර තල පෘෂ්ඨ දෙකට ලම්බ වන බැවින් මේවා වැඩි දුරටත් ඍජු වෘත්ත සිලින්ඩර යනුවෙන් හැඳින්වේ. තල මුහුණතක වෘත්තයේ අරය r මගින් ද සිලින්ඩරයේ උස h මගින් ද සාමාන්‍යයෙන් දැක්වේ. මෙම rට සිලින්ඩරයේ අරය යැයි ද h ට සිලින්ඩරයේ උස යැයි ද කියනු ලැබේ.

17.2 ඍජු වෘත්තාකාර සිලින්ඩරයක පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය

සිලින්ඩරයක අරය සහ උස දී ඇති විට එහි පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය සෙවීම සඳහා එහි පෘෂ්ඨ කොටස්වල වර්ගඵලයන් සොයා ඒවායේ ඓක්‍යය ගත යුතු ය. දෙකෙළවර වෘත්තාකාර තල මුහුණත් දෙකෙහි වර්ගඵලය, වෘත්තාකාර ආස්තරයක වර්ගඵලය සෙවීමේ සූත්‍රය භාවිතයෙන් ගණනය කළ හැකි ය. වක්‍ර පෘෂ්ඨ කොටසේ වර්ගඵලය සෙවීම පහත පරිදි විමසා බලමු.

ඔබ මීට පෙර ශ්‍රේණිවල දී සිලින්ඩරයක් සාදා ගත් ආකාරය මතක් කර ගනිමු. සමාන වෘත්තාකාර කාඩ්බෝඩ් කැබලි දෙකක් ගෙන ඒ දෙක දෙකෙළවරින් සිටින සේ එම වෘත්තවල පරිධිය වටේට ඍජුකෝණාස්‍රාකාර කාඩ්බෝඩ් කැබැල්ලක් අලවා ගැනීමෙන් සිලින්ඩරයක් සාදා ගත් අයුරු සිහියට නගා ගන්න. එවිට ඍජුකෝණාස්‍රාකාර කාඩ්බෝඩ් කැබැල්ල සිලින්ඩරයේ වක්‍ර පෘෂ්ඨ කොටස ලෙස පිහිටයි. එවිට ඍජුකෝණාස්‍රයේ එක් පැත්තක් සිලින්ඩරයේ උසට (h) සමාන වන අතර අනෙක් පැත්ත වෘත්තාකාර තල පෘෂ්ඨ කොටසේ පරිධියට සමාන දිගකින් යුක්ත වේ.



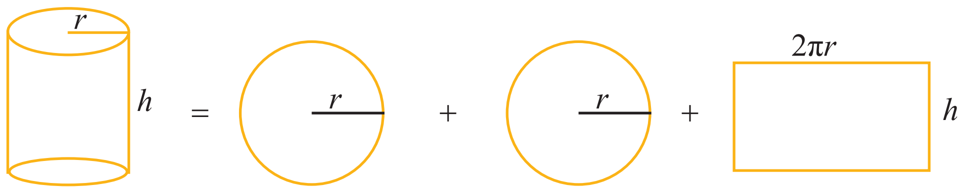
මේ අනුව පහත ආකාරයට සිලින්ඩරයේ වක්‍ර පෘෂ්ඨ කොටසේ වර්ගඵලය සෙවීමට ප්‍රකාශනයක් ගොඩනැඟිය හැකි වේ.

සිලින්ඩරයේ වක්‍ර පෘෂ්ඨ කොටසේ වර්ගඵලය = සෘජුකෝණාස්‍රාකාර කොටසේ පැත්තක දිග ($2\pi r$) × සෘජුකෝණාස්‍රාකාර කොටසේ අනෙක් පැත්තේ දිග (h)

සිලින්ඩරයේ වක්‍ර පෘෂ්ඨ කොටසේ වර්ගඵලය = $2\pi rh$

දැන් සිලින්ඩරයේ පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය සඳහා ප්‍රකාශනයක් පහත අයුරින් ලබා ගත හැකි ය.

සිලින්ඩරයේ පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය = (පියන ලෙස ඇති වෘත්තාකාර කොටසේ වර්ගඵලය) + (පතුල ලෙස ඇති වෘත්තාකාර කොටසේ වර්ගඵලය) + (වක්‍ර පෘෂ්ඨ කොටසේ වර්ගඵලය)



$$A = \pi r^2 + \pi r^2 + 2\pi rh$$

$$A = 2\pi r^2 + 2\pi rh$$

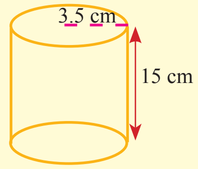
තව ද

- පියන රහිත සිලින්ඩරාකාර වස්තුවක බාහිර පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය $= \pi r^2 + 2\pi rh$
- පියන සහ පතුල රහිත සිලින්ඩරාකාර වස්තුවක (කුහර සිලින්ඩරයක) බාහිර පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය $= 2\pi rh$

සිලින්ඩරයක පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය සම්බන්ධ විසඳූ ගැටලු කිහිපයක් ගැන දැන් අවධානය යොමු කරමු. මෙම පාඩමෙහි π හි අගය ආසන්න වශයෙන් $\frac{22}{7}$ ලෙස සළකනු ලැබේ.

නිදසුන 1

පහත රූපයේ දක්වා ඇති සිලින්ඩරාකාර වීදුරු කුට්ටියේ හරස්කඩ අරය 3.5 cm ද උස 15 cm ද වේ. වීදුරු කුට්ටියේ පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය ගණනය කරන්න.



එක් තල මුහුණතක වර්ගඵලය $= \pi r^2$

$= \frac{22}{7} \times 3.5 \times 3.5$

$= 38.5 \text{ cm}^2$

තල මුහුණත් දෙකෙහි වර්ගඵලය $= 38.5 \times 2$

$= 77 \text{ cm}^2$

වක්‍ර පෘෂ්ඨ කොටසේ වර්ගඵලය $= 2\pi rh$

$= 2 \times \frac{22}{7} \times 3.5 \times 15$

$= 330 \text{ cm}^2$

මුළු පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය $= 330 + 77$

$= 407 \text{ cm}^2$

නිදසුන 2

පියන රහිත සිලින්ඩරාකාර භාජනයක පතුලේ පරිධිය 198 cm ද උස 75 cm ද වේ.
(i) සිලින්ඩරයේ පතුලේ අරය ගණනය කරන්න.
(ii) මුළු බාහිර පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය සොයන්න.

(i) පතුලේ පරිධිය $= 2\pi r$

$$2\pi r = 198$$

$$2 \times \frac{22}{7} \times r = 198$$

$$r = \frac{198 \times 7}{2 \times 22}$$

$$r = \frac{63}{2}$$

$$= 31.5 \text{ cm}$$

(ii) මුළු පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය $= \pi r^2 + 2\pi rh$

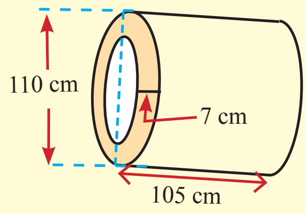
$$= \left(\frac{22}{7} \times \frac{63}{2} \times \frac{63}{2}\right) + \left(2 \times \frac{22}{7} \times \frac{63}{2} \times 75\right)$$

$$= 3118.5 + 14850$$

$$= 17968.5 \text{ cm}^2$$

නිදසුන 3

බෝක්කු සෑදීමට ගන්නා සිලින්ඩරාකාර කොන්ක්‍රීට් කාණු කැටයක පිටත විෂ්කම්භය 110 cm ද කොන්ක්‍රීට්වල ඝනකම 7 cm ද කාණු කැටයේ දිග 105 cm ද වේ. එහි සම්පූර්ණ පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය (ඇතුළත හා පිටත) සොයන්න.



බාහිර පෘෂ්ඨ කොටසේ අරය $= 110 \div 2$

$= 55$ cm

අභ්‍යන්තර පෘෂ්ඨ කොටසේ අරය $= 55 - 7$

$= 48$ cm

බාහිර තල පෘෂ්ඨ කොටසේ අරය r_1 ලෙස ද අභ්‍යන්තර තල පෘෂ්ඨ කොටසේ අරය r_2 ලෙස ද සැළකූ විට

හරස්කඩ වර්ගඵලය $= \pi r_1^2 - \pi r_2^2$

$= \pi (r_1^2 - r_2^2)$, සාධක භාවිතයෙන් සුළු කළ විට

$= \frac{22}{7} (55^2 - 48^2)$

$= \frac{22}{7} (55 + 48)(55 - 48)$

$= \frac{22}{7} \times 103 \times 7$

$= 2266 \text{ cm}^2$

වක්‍ර පෘෂ්ඨ කොටස් දෙකෙහි වර්ගඵලය $= 2\pi r_1 h + 2\pi r_2 h$

$= 2\pi h (r_1 + r_2)$, සාධක භාවිතයෙන් සුළු කළ විට

$= 2 \times \frac{22}{7} \times 105 (55 + 48)$

$= 67\,980 \text{ cm}^2$

සම්පූර්ණ පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය $= (2266 \times 2) + 67\,980$

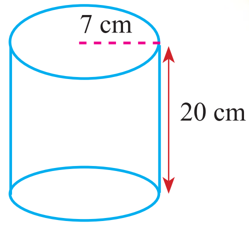
$= 4532 + 67\,980$

$= 72\,512$

කාණු කැටයේ සම්පූර්ණ පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය 72 512 cm^2 වේ.

17.1 අභ්‍යාසය

1. පතුලේ අරය 7 cm ද උස 20 cm ද වූ ඝන සිලින්ඩරයක,
   (i) වෘත්තාකාර මුහුණත් දෙකේ වර්ගඵලය
   (ii) වක්‍ර පෘෂ්ඨයේ කොටසේ වර්ගඵලය
   (iii) මුළු පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය
   සොයන්න.



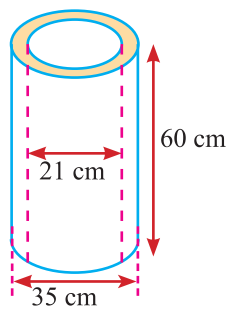
2. සිලින්ඩරාකාර ලී කුට්ටියක හරස්කඩ විෂ්කම්භය 35 cm ද උස 50 cm ද වේ. එහි
   (i) වෘත්තාකාර මුහුණත් දෙකේ වර්ගඵලය
   (ii) වක්‍ර පෘෂ්ඨයේ කොටසේ වර්ගඵලය
   (iii) මුළු පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය
   සොයන්න.

3. පියන රහිත සිලින්ඩරාකාර භාජනයක බාහිර අරය 31.5 cm ද උස 1 m ද වේ. එහි බාහිර පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය ගණනය කරන්න.

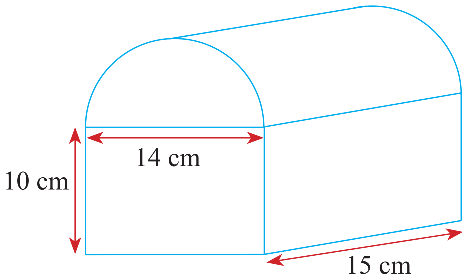
4. බණ මඩුවක ස්ථාවර ලෙස සකස් කිරීමට නියමිත සවිධි ෂඩාස්‍රාකාර පිරිත් මණ්ඩපයක් සෑදීම සඳහා පතුලේ අරය 14 cm බැගින් වූ ද උස 3 m ද බැගින් වූ ද සිලින්ඩරාකාර කොන්ක්‍රීට් කණු 6ක් භාවිත කිරීමට යෝජිත ය.
   (i) මෙම කණු සියල්ලේ ම වක්‍ර පෘෂ්ඨ කොටස්හි වර්ගඵලය සොයන්න.
   (ii) කණු සියල්ලේ ම වක්‍ර පෘෂ්ඨ කොටස්වල එකම වර්ගයක තීන්ත ආලේප කළ යුතු ව ඇත. තීන්ත ලීටරයේ ටින් එකක් 15 m^2ක ඉඩ ප්‍රමාණයක ආලේප කිරීම සඳහා ප්‍රමාණවත් වේ නම්, කණු 6 හිම ආලේප කිරීමට තීන්ත ටින් එකක් ප්‍රමාණවත් වේ ද? පිළිතුරට හේතු දක්වන්න.

5. පියන සහිත සිලින්ඩරාකාර භාජනයක පතුලේ පරිධිය 66 cm වේ.
   (i) එහි පතුලේ අරය සොයන්න.
   (ii) එම භාජනයේ වක්‍ර පෘෂ්ඨ කොටසේ වර්ගඵලය 1980 cm^2 ක් නම් භාජනයේ උස සොයන්න.
   (iii) භාජනයේ මුළු පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය සොයන්න.

6. පහතින් දක්වා ඇති සිලින්ඩරාකාර ලී කොටයේ මුදුනේ සිට පතුල තෙක් විහිදෙන සිලින්ඩරාකාර සිදුරක් ඇත. ලී කොටසේ හරස්කඩෙහි බාහිර විෂ්කම්භය 35 cm ද අභ්‍යන්තර විෂ්කම්භය 21 cm ද වේ. එහි උස 60 cmකි. මෙම ලී කොටසේ මුළු පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය සොයන්න.



7. පහත රූපයේ දැක්වෙන්නේ ඝනකාභාකාර කොටසකින් සහ ඝන අර්ධ සිලින්ඩරාකාර කොටසක් සංයුක්ත කර නිමවා ඇති ආභරණ බහාලන ඇසුරුමකි.



රූපයේ දක්වා ඇති තොරතුරු අනුව ආභරණ බහාලනයේ බාහිර පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය සොයන්න.

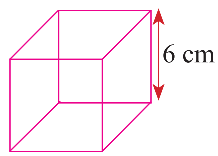
17.3 සෘජු වෘත්තාකාර සිලින්ඩරයක පරිමාව

මීට ඉහත ශ්‍රේණිවල දී ඔබ උගත් ඒකාකාර හරස්කඩක් සහිත ඝන වස්තුවල පරිමාව ගණනය කිරීම මතකයට නඟා ගැනීම සඳහා පහත අභ්‍යාසයෙහි යෙදෙන්න.

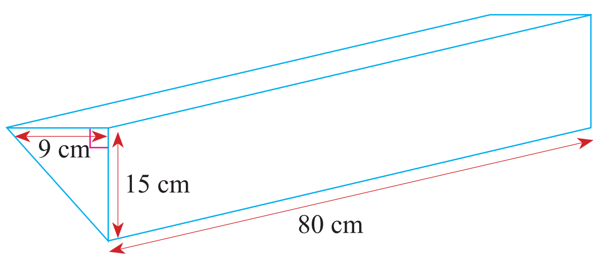
පුනරීක්ෂණ අභ්‍යාසය

1. පැත්තක දිග 15 cm වූ ඝනකයක පරිමාව සොයන්න.
2. රූපයේ දක්වා ඇති ඝනක හැඩැති ඊයම් කුට්ටියේ පැත්තක දිග 6 cm වේ.

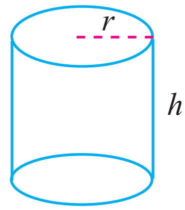
   (i) එහි පරිමාව ගණනය කරන්න.
   (ii) ඊයම් ඝන සෙන්ටි මීටරයක ස්කන්ධය ග්‍රෑම් 11 ක් නම් මෙම ඊයම් කුට්ටියේ ස්කන්ධය සොයන්න.



3. ඝනකාභ හැඩැති පෙට්ටියක දිග, පළල, උස පිළිවෙළින් 24 cm, 20 cm, 15 cm වේ. එහි පරිමාව සොයන්න.
4. සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණාකාර හරස්කඩක් සහිත ප්‍රිස්මයක් පහත රූපයේ දැක්වේ. එහි පරිමාව ගණනය කරන්න.



ඉහත අභ්‍යාසය සිදු කරන විට දී ඔබ එක් එක් ඝන වස්තුවේ හරස්කඩ වර්ගඵලය උසින් ගුණ කර පරිමාව ගණනය කරන්නට ඇත. එම ආකාරයට ම අපට හරස්කඩ වෘත්තාකාර වූ ඍජු වෘත්ත සිලින්ඩරයක ද පරිමාව ගණනය කළ හැකි ය.



වෘත්තාකාර පතුලේ අරය r ද, ඍජු උස h ද වූ සිලින්ඩරයක් සළකමු. එහි පරිමාව V වූ මගින් දක්වමු.

සිලින්ඩරයේ පරිමාව = හරස්කඩ වර්ගඵලය × උස

$V = \pi r^2 \times h$

$V = \pi r^2 h$

සිලින්ඩරයේ පරිමාව $(V) = \pi r^2 h$

පහත දක්වා ඇත්තේ ඍජු වෘත්තාකාර හරස්කඩක් සහිත වූ සිලින්ඩරයක පරිමාව සම්බන්ධව විසඳූ ගැටලු කිහිපයකි.

නිදසුන 1

සිලින්ඩරාකාර ටින් එකක පතුලේ අරය 7 cm ද උස 16 cm ද වේ. එහි පරිමාව සොයන්න.

මෙහි අරය $(r) = 7$ cm ද උස (h) 16 cm ද වේ.

සිලින්ඩරයේ පරිමාව $= \pi r^2 h$

$= \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \times 16$

$= 2464 \text{ cm}^3$

නිදසුන 2

පතුලේ වර්ගඵලය 616 cm^2 වූ සිලින්ඩරාකාර භාජනයක පරිමාව 7392 cm^3 වේ.

(i) සිලින්ඩරයේ අරය සොයන්න.

(ii) සිලින්ඩරයේ උස සොයන්න.

(i) අරය r වූ සිලින්ඩරයක පතුලේ වර්ගඵලය $= \pi r^2$

$\pi r^2 = 616$

$\frac{22}{7} \times r^2 = 616$

$r^2 = \frac{616 \times 7}{22}$

$r^2 = 196$

$r = \pm 14$

අරය 14 cm වේ. (අරය ඍණ විය නොහැකි ය.)

(ii) සිලින්ඩරයේ පරිමාව 7392 cm^2 නිසා, සිලින්ඩරයේ උස h ලෙස සැලකූ විට,

පරිමාව = $\pi r^2 h$

$$\pi r^2 h = 7392$$

$$\frac{22}{7} \times 14 \times 14 \times h = 7392$$

$$h = \frac{7392 \times 7}{22 \times 14 \times 14}$$

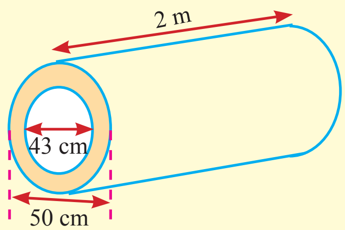
සිලින්ඩරයේ උස = 12 cm

නිදසුන 3

කුහර සහිත ලෝහ සිලින්ඩරයක් පහත රූපයේ දැක්වේ. එහි අභ්‍යන්තර විෂ්කම්භය 43 cm ද බාහිර විෂ්කම්භය 50 cm ද සිලින්ඩරයේ දිග 2 m ද වේ.

(i) සිලින්ඩරයේ හරස්කඩ වර්ගඵලය ගණනය කරන්න.

(ii) සිලින්ඩරයේ අඩංගු ලෝහවල පරිමාව සොයන්න.



(i) අභ්‍යන්තර පෘෂ්ඨ කොටසේ අරය $= \frac{43}{2}$ cm

$= 21.5$ cm

බාහිර පෘෂ්ඨ කොටසේ අරය $= \frac{50}{2}$ cm

$= 25$ cm

බාහිර පෘෂ්ඨ කොටසේ අරය r_1 ලෙස ද අභ්‍යන්තර පෘෂ්ඨ කොටසේ අරය r_2 ලෙස ද සැලකූ විට,

හරස්කඩ වර්ගඵලය $= \pi r_1^2 - \pi r_2^2$, සාධක භාවිතයෙන් සුළු කළ විට

$= \pi(r_1^2 - r_2^2)$

$= \frac{22}{7}(25^2 - 21.5^2)$

$= \frac{22}{7}(25 + 21.5)(25 - 21.5)$

$= \frac{22}{7} \times 46.5 \times 3.5$

$= 511.5$

සිලින්ඩරයේ හරස්කඩ වර්ගඵලය = 511.5 cm^2

(ii) ලෝහ පරිමාව = හරස්කඩ වර්ගඵලය × දිග

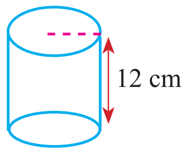
$= 511.5 \times 200$

$= 102300$ cm^3

17.2 අභ්‍යාසය

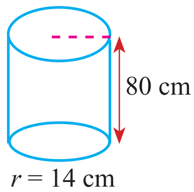
1. දී ඇති දත්ත අනුව පහත එක් එක් රූපයේ දැක්වෙන සිලින්ඩරයන්හි පරිමාව ගණනය කරන්න.

(i)

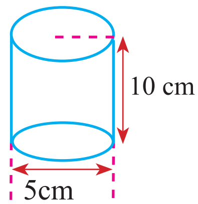


මෙහි හරස්කඩ වර්ගඵලය 200 cm^2

(ii)



(iii)



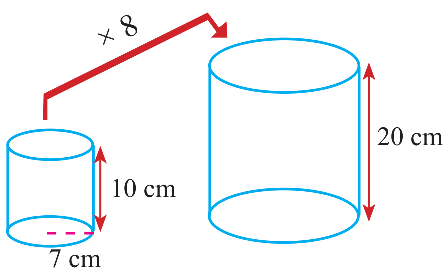
2. සිලින්ඩරාකාර ජල පෙරණයක අභ්‍යන්තර අරය 10.5 cm ද, ගැඹුර 20 cm ද වේ. එහි වරකට අඩංගු කළ හැකි උපරිම ජල පරිමාව සොයන්න.

3. සිලින්ඩරාකාර කම්බි කූරක අරය 1.4 cm වේ.
   (i) එහි හරස්කඩ වර්ගඵලය සොයන්න.
   (ii) කම්බි කූර 3 mක් දිග නම් කම්බි කූරේ ඇති ලෝහ පරිමාව සොයන්න.
   (iii) එම කූර තනා ඇති ලෝහයේ ඝන සෙන්ටිමීටරයක ස්කන්ධය ග්‍රෑම් 9ක් නම් කම්බි කූරේ ස්කන්ධය කිලෝ ග්‍රෑම්වලින් සොයන්න.

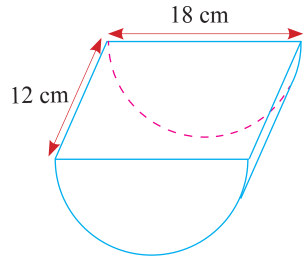
4. අරය 1.4 mක් වූ ද පතුල සමතල වූ ද සිලින්ඩරාකාර ළිඳක් පිරිවෙන් වත්තක කණින ලදි. එම ළිඳෙන් ඉවතට ගැණුන පස්වල පරිමාව 61.6 m^3 විය. ළිඳේ ගැඹුර මීටරවලින් සොයන්න.

5. පතුලේ විෂ්කම්භය 7 cm වූ සිලින්ඩරාකාර භාජනයක ජලය 308 cm^3ක් අඩංගු වේ. එම ජල කඳේ උස සොයන්න.

6. අභ්‍යන්තර අරය 7 cm වූ ද උස 10 cm වූ ද සිලින්ඩරාකාර භාජනයක් 8 වාරයක් උපයෝගී කොට ගෙන උස 20 cm වූ සිලින්ඩරාකාර ටැංකියක් සම්පූර්ණයෙන් පුරවන ලදි. ටැංකියේ පතුලේ අරය ගණනය කරන්න.



7. රූපයේ දැක්වෙන පරිදි මිනුම් සහිත අර්ධ සිලින්ඩරාකාර ලෝහ කොටසක් උණු කර ලෝහ අපතේ නොයන පරිදි උස 3 cm ද හරස්කඩ අරය 3 cm ද වන පරිදි වූ ඝන ලෝහ සිලින්ඩර කීයක් තැනිය හැකිවේ ද ?



8. (i) හරස්කඩ අරය 3 cm ද උස 14 cm ද වූ සිලින්ඩරයක පරිමාව සොයන්න.
 (ii) එම උසම සහිත හරස්කඩ අරය එමෙන් දෙගුණයක් වූ සිලින්ඩරයක පරිමාව සොයන්න.
 (iii) මුල් උසම සහිත හරස්කඩ අරය එමෙන් තුන්ගුණයක් වූ සිලින්ඩරයක පරිමාව සොයන්න.
 (iv) ඉහත (ii) හි සහ (iii) හි දී ලැබුණු පිළිතුරු (i) හි ලැබුණු පිළිතුර මෙන් කී ගුණයක් වේදැයි වෙන වෙන ම දක්වන්න.
 (v) හරස්කඩ අරය ඒකක n වූ ද එම සිලින්ඩරයේ උසට සමාන උසක් සහිත හරස්කඩ අරය $a\ n$ ද වූ සිලින්ඩරයක පරිමාවත් පළමු සිලින්ඩරයේ පරිමාවත් අතර අනුපාතය සොයන්න.

සාරාංශය

➪ පතුලේ අරය r ද උස h ද වූ ඍජු වෘත්ත සිලින්ඩරයක

- මුළු පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය $= 2\pi rh + 2\pi r^2$
- පරිමාව $= \pi r^2 h$ වේ.

18 සමාන්තර ශ්‍රේඪී

මෙම පාඩම අධ්‍යයනය කිරීමෙන් ඔබට,

- සමාන්තර ශ්‍රේඪී වෙන් කර හඳුනා ගැනීමට,
- සමාන්තර ශ්‍රේඪීයක පද ගණන හා පදවල ඓක්‍යය සෙවීමට,
- එදිනෙදා ජීවිතයේ ගැටලු විසඳීම සඳහා සමාන්තර ශ්‍රේඪී යොදා ගැනීමට,

හැකියාව ලැබේ.

18.1 සමාන්තර ශ්‍රේඪී

සංඛ්‍යා සමූහයක් කිසියම් වූ අනුපිළිවෙළකට සකස් කර ඇත්නම් එය සංඛ්‍යා අනුක්‍රමයක් ලෙස හඳුන්වයි. පහත දැක්වෙන්නේ එවැනි අනුක්‍රම කිහිපයකි.

1, 3, 6, 10, ...

1, 4, 9, 16, ...

4, 7, 10, 13, ...

2, 4, 8, 16, ...

14, 12, 10, 8, ...

ඉහත සංඛ්‍යා අනුක්‍රම සැලකූ කළ පළමු උදාහරණයෙන් දැක්වෙන්නේ ත්‍රිකෝණ සංඛ්‍යා රටාවයි. දෙවන උදාහරණය මගින් දැක්වෙන්නේ වර්ග සංඛ්‍යා රටාව වන අතර හතරවන උදාහරණය මගින් දැක්වෙන්නේ පෙර පදය 2න් ගුණ කළ විට පසු පදය ලැබෙන ආකාරයේ රටාවකි. එම උදාහරණවල තුන්වන හා පස්වන උදාහරණ සැලකීමේ දී සෑම අනුයාත සංඛ්‍යා දෙකක් එනම්, පද දෙකක් සළකා පසු පදයෙන් පෙර පදය අඩු කළ විට නියත අගයක් ලැබේ. එවැනි සංඛ්‍යා අනුක්‍රමයක් සමාන්තර ශ්‍රේඪී ලෙස හඳුන්වමු.

- කිසියම් සංඛ්‍යා අනුක්‍රමයක දෙවන පදයේ සිට අනුයාත පද දෙකින් දෙකට තෝරා, පසු පදයෙන් පෙර පදය අඩු කළ විට නියත අගයක් ම ලැබේ නම්, එය සමාන්තර ශ්‍රේඪීයකි.

නිදසුන 1

5, 7, 9, 11, ... මෙම අනුක්‍රමය සැලකීමේ දී,

පළමු පදය 5 ද
දෙවන පදය 7 ද
තෙවන පදය 9 ද වේ.

මෙහි අනුයාත පද (එක ළඟ පිහිටි) 5, 7
7, 9
9, 11 ආදි ලෙස වේ.

පොදු අන්තරය (d)

සංඛ්‍යා අනුක්‍රමයක, අනුයාත පද දෙකක් සළකා පසු පදයෙන් පෙර පදය අඩු කළ විට ලැබෙන නියත අගය පොදු අන්තරය ලෙස හැඳින්වේ. එය d මගින් අංකනය කෙරේ.

පොදු අන්තරය (d) = පසු පදය − පෙර පදය

මෙම සූත්‍රයට අනුව පළමු පදය (ආරම්භක පදය) පසු පදයක් ලෙස නොසැලකිය හැකි බව මනාව වටහා ගත හැකි ය. මන්ද පළමු පදයට පෙර පදයක් නොමැති වන හෙයිනි. පළමු පදය a මගින් අංකනය කෙරේ.

18.1 අභ්‍යාසය

1. පහත වගුව අභ්‍යාස පොතේ පිටපත් කර ගෙන සම්පූර්ණ කරන්න.

සංඛ්‍යා අනුක්‍රමය	අනුයාත පද යුගල	පසු පදය	පෙර පදය	පොදු අන්තරය	සමාන්තර ශ්‍රේඪියක් ද?
(i) 5, 7, 9, 11, ...	5, 7 7, 9 9, 11	7 9 11	5 7 9	2 2 2	ඔව්
(ii) 8, 10, 12, 14, ...	....	....	....	....	....
(iii) 20, 17, 14, 11, ...	....	....	....	....	....
(iv) 9, 11, 14, 15, ...	....	....	....	....	....

2. පහත දැක්වෙන එක් එක් සමාන්තර ශ්‍රේඪියේ මුල් පදය (a) හා පොදු අන්තරය (d) ලියා දක්වන්න.

(i) 5, 8, 11, 14, ... (ii) 3, 10, 17, 24, ... (iii) − 6, − 3, 0, 3, ...

(iv) 10, 8, 6, 4, ... (v) 1.1, 1.5, 1.9, 2.3, ... (vi) 17.5, 16.4, 15.3, 14.2, ...

(vii) $3\frac{1}{4}, 5\frac{1}{2}, 7\frac{3}{4}, 10, \ldots$ (viii) $b + c,\ 2b + 3c,\ 3b + 5c,\ 4b + 7c, \ldots$

7, 10, 13, 16... ශ්‍රේඪීය සලකමු.

මුල් පදය ⟶ $a = 7$
පොදු අන්තරය ⟶ $d = 3$
පළමු පදය ⟶ $T_1 = 7$
දෙවන පදය ⟶ $T_2 = 7 + 3 = 10$
තෙවන පදය ⟶ $T_3 = 10 + 3 = 13$

ඉහත සමාන්තර ශ්‍රේඪීයේ 7 වන පදය කුමක් ද? එනම් T_7 හි අගය කුමක් ද? එය ඉහත ආකාරයෙන් ම 3 බැගින් එකතු කර යෑමේ දී හත්වන පදය ලැබෙන බව පැහැදිලි ය. එසේ කළහොත් හත්වන පදය 25 ලෙස ලැබේ. එය $T_7 = 25$ ලෙස අංකනය කළ හැකි ය.

දැන් එම ශ්‍රේඪීයේ ම 250 වන පදය සෙවීමට අවශ්‍ය ව ඇත. ඉහත ආකාරයෙන් එකතු කිරීමෙන් ම අගය ලබා ගැනීම ඉතා වෙහෙස වනු ඇත.

ඉහත නිදර්ශනය සලකමු. පළමු පදය 7 ද පොදු අන්තරය 3 ද වේ. අප මුල් පදය හා පොදු අන්තරය ඇසුරෙන් පද ගොඩ නගමු.

$T_1 = 7$	7	$7 + (0 \times 3)$	$7 + [(1 - 1) \times 3]$
$T_2 = 10$	$7 + 3$	$7 + (1 \times 3)$	$7 + [(2 - 1) \times 3]$
$T_3 = 13$	$7 + 3 + 3$	$7 + (2 \times 3)$	$7 + [(3 - 1) \times 3]$
$T_4 = 16$	$7 + 3 + 3 + 3$	$7 + (3 \times 3)$	$7 + [(4 - 1) \times 3]$
$T_n = ?$	....	....	$7 + [(n - 1) \times 3]$

$\therefore \quad T_n = 7 + [(n - 1) \times 3]$ වේ.

ඉහත රටාව අනුව, 250 වන පදය සොයමු.

$$\begin{aligned} T_{250} &= 7 + [(250 - 1) \times 3] \\ &= 7 + 249 \times 3 \\ &= 7 + 747 \\ &= 754 \end{aligned}$$

250 වන පදය වන්නේ 754 යි.

ඉහත රටාව තේරුම් ගත් බැවින් ඉතා පහසුවෙන් සමාන්තර ශ්‍රේඪීයක ඕනෑ ම පදයක අගය සෙවිය හැකි බව තේරුම් ගත යුතු ය.

ඉහත රටාව සාධාරණ ලෙස සැලකුවහොත් මුල් පදය a ද පොදු අන්තරය d ද පද ගණන n හා n වන පදය T_n ලෙස සැලකූ විට

$T_n = a + (n - 1) d$ සූත්‍රය මගින් ලබා දෙනු ලැබේ.

මෙම සූත්‍රයෙහි n යනු පද ගණනයි. සමාන්තර ශ්‍රේඪියේ හත්වන පදය, $n = 7$ විට ලැබේ. එම ශ්‍රේඪියේ ම 12 වන පදය, $n = 12$ විට ලැබේ. එම ශ්‍රේඪියේ ම 30 වන පදය, $n = 30$ විට ලැබේ. මෙලෙස nට විවිධ අගයන් ගත හැකි ය.

ඉහත සූත්‍රයේ a, d, n හා T_n අඥාත පද හතර අතර සම්බන්ධතාවයක් පවතී. සමාන්තර ශ්‍රේඪියක මෙම අඥාත හතරෙන් තුනක් දන්නා විට ඉතිරි අඥාතයෙහි අගය සෙවීමට ඉහත සූත්‍රය භාවිතයෙන් කළ හැකි ය. අප දැන් නිදසුන් මගින් එම සූත්‍රය භාවිත කර, සමාන්තර ශ්‍රේඪි පිළිබඳ ගැටලු විසඳන ආකාරය සලකා බලමු.

පළමුව a, d හා n අගය දන්නා විට, T_n හි අගය සොයමු.

නිදසුන 2

6, 9, 12, 15,... සමාන්තර ශ්‍රේඪියේ 10 වන පදය සොයන්න.

$a = 6,\ d = 9 - 6 = 3,\ n = 10,$

$T_n = a + (n - 1) \times d$ සූත්‍රයට ආදේශයෙන්,

$T_{10} = 6 + (10 - 1) \times 3$

$= 6 + (9 \times 3)$

$= 6 + 27$

$= 33$

$\therefore$ සමාන්තර ශ්‍රේඪියේ 10 වන පදය 33 වේ.

d, n හා T_n දන්නා විට a සඳහා අගයක් සොයා ගත හැකි ය. පහත නිදසුන මගින් එය පැහැදිලි වේ.

නිදසුන 3

සමාන්තර ශ්‍රේඪියක පොදු අන්තරය 5 ද 31 වන පදය 164 ද වේ නම් මුල් පදය සොයන්න.

මෙහි $d = 5,\ n = 31,\ T_{31} = 164$

$T_n = a + (n - 1) \times d$ සූත්‍රයට අගය ආදේශයෙන්,

$T_{31} = a + (31 - 1) \times 5$

$164 = a + (30 \times 5)$

$164 = a + 150$

$164 - 150 = a + 150 - 150$ (දෙපසින් ම 150ක් අඩු කිරීමෙන්)

$14 = a$

$\therefore$ මුල් පදය 14 වේ.

a, n හා T_n දන්නා විට d සඳහා අගයක් සොයා ගත හැකි ය. පහත නිදසුන මගින් එය පැහැදිලි වේ.

නිදසුන 4

සමාන්තර ශ්‍රේඪියක මුල් පදය (–15) ද 16 වන පදය 45 ද වේ නම් එහි පොදු අන්තරය සොයන්න.

මෙහි $a = (-15)$, $n = 16$, $T_{16} = 45$

$T_n = a + (n-1) \times d$ සූත්‍රයට අගය ආදේශයෙන්,

$$T_{16} = (-15) + (16 - 1) \times d$$

$$45 = (-15) + 15d$$

$$45 + 15 = -15 + 15d + 15$$ (දෙපසටම 15 බැගින් එකතු කිරීමෙන්)

$$\frac{60}{15} = \frac{15d}{15}$$ (දෙපසම 15න් බෙදීමෙන්)

$$d = 4$$

a, d හා T_n හි අගය දන්නා විට n සඳහා අගයක් සොයා ගත හැකි ය. පහත නිදසුන මගින් එය පැහැදිලි වේ.

නිදසුන 5

22, 16, 10, 4, ... සමාන්තර ශ්‍රේඪියේ (–122) වන්නේ කී වන පදය ද?

මෙහි $a = 22$, $d = (-6)$, $T_n = (-122)$

$T_n = a + (n-1) \times d$ සූත්‍රයට ආදේශයෙන්,

$$(-122) = 22 + (n - 1) \times (-6)$$

$$-122 = 22 - 6n + 6$$

$$-122 = 28 - 6n$$

$$-122 - 28 = 28 - 6n - 28$$ (දෙපසින් ම 28ක් අඩු කිරීමෙන්)

$$\frac{-150}{-6} = \frac{-6n}{-6}$$ (දෙපසම –6න් බෙදීමෙන්)

$$n = 25$$

$\therefore$ (–122) වන්නේ 25 වැනි පදයයි.

සටහන

සමාන්තර ශ්‍රේඪියක a, d, n හා T_n අතුරින්, අඥාත දෙකක් නොදන්නා විට දී, ප්‍රමාණවත් ලෙස දත්ත දී ඇත්නම් එවිට සමගාමී සමීකරණ යුගලයක් විසඳා, අඥාත සෙවිය හැකි ය.

නිදසුන 6

සමාන්තර ශ්‍රේඪියක හතරවන පදය 25 ද දහවන පදය 49 ද වේ නම් මෙම ශ්‍රේඪියේ,
(i) පළමු පදය හා පොදු අන්තරය සොයන්න.
(ii) 26 වන පදය සොයන්න.

(i) ඉහත දත්ත අනුව 4 වන පදය එනම්, $T_4 = 25$ වේ.

$T_4 = a + (4 - 1) \times d$

$25 = a + 3d$ ——— (1)

දත්ත අනුව 10 වන පදය එනම්, $T_{10} = 49$ වේ.

$T_{10} = a + (10 - 1) \times d$

$49 = a + 9d$ ——— (2)

ඉහත (1) හා (2) සමගාමී සමීකරණ යුගල විසඳමු.

(2) − (1),

$49 - 25 = a + 9d - (a + 3d)$

$24 = a + 9d - a - 3d$

$\frac{24}{6} = \frac{6d}{6}$

$4 = d$

$d = 4$, (1) ට ආදේශයෙන්

$25 = a + (3 \times 4)$

$25 - 12 = a + 12 - 12$

$13 = a$

∴ මුල් පදය 13 ද පොදු අන්තරය 4 ද වේ.

(ii) $a = 13,\ d = 4,\ n = 26,$

$T_n = a + (n - 1) \times d$ සූත්‍රයට අගය ආදේශයෙන්,

$T_{26} = 13 + (26 - 1) \times 4$

$= 13 + (25 \times 4)$

$= 13 + 100$

$= 113$

∴ 26 වන පදය 113 වේ.

නිදසුන 7

එක්තරා අනුක්‍රමයක n වන පදය T_n යන්න $T_n = 13 - 2n$ මගින් ලබා දෙයි.

(i) මෙම අනුක්‍රමයේ මුල් පද හතර ලියා දක්වන්න.

(ii) ශ්‍රේඩියේ $n - 1$ වන පදය T_{n-1} සඳහා ප්‍රකාශයක් ලියා දක්වා එමගින් අනුක්‍රමය සමාන්තර ශ්‍රේඩියක් බව පෙන්වන්න.

(iii) අගය (-48) වන පදයක් තිබිය නොහැකි බව පෙන්වන්න.

(i) $T_n = 13 - 2n$

$n = 1$ විට $T_1 = 13 - (2 \times 1) = 11$

$n = 2$ විට $T_2 = 13 - (2 \times 2) = 9$

$n = 3$ විට $T_3 = 13 - (2 \times 3) = 7$

$n = 4$ විට $T_4 = 13 - (2 \times 4) = 5$

මුල් පද 4 පිළිවෙළින් 11, 9, 7, 5 වේ.

(ii) n වන පදය $T_n = 13 - 2n$

$n - 1$ වන පදය $T_{n-1} = 13 - 2(n-1)$

$= 13 - 2n + 2$

$= 15 - 2n$

$\therefore\ T_n - T_{n-1} = (13 - 2n) - (15 - 2n)$

$= 13 - 2n - 15 + 2n$

$= -2$

n හා $n - 1$ පද අනුයාත පද යුගලකි. ''පසු පදයෙන් පෙර පදය'' අඩු කළ විට නියත අගයක් ලැබුණි. (n යනු ඕනෑම සාධාරණ පදයකි.) මෙහි පොදු අන්තරය $d = -2$ වේ.

$\therefore\ T_n = 13 - 2n$ මගින් දෙන අනුක්‍රමය සමාන්තර ශ්‍රේඩියකි.

(iii) $T_n = -48$ යැයි සලකමු.

$T_n = 13 - 2n$ ට ආදේශයෙන්

$-48 = 13 - 2n$

$-48 - 13 = 13 - 2n - 13$ (දෙපසින්ම 13ක් අඩු කිරීමෙන්)

$\frac{-61}{-2} = \frac{-2n}{-2}$

$30\frac{1}{2} = n$

n යනු අනුක්‍රමණයෙහි පද ගණනයි. පද ගණන ධන නිඛිලමය අගයක් විය යුතු ය. ඉහත ගැටලුවේ n සඳහා ධන නිඛිලයක් නොලැබේ.

$\therefore$ අගය (-48) වන පදයක් නොමැත.

18.2 අභ්‍යාසය

1. පහත දැක්වෙන එක් එක් අවස්ථාවට අදාළ සමාන්තර ශ්‍රේඪියේ මුල් පද හතර ලියා දක්වන්න.

(i) $a = 2,\ d = 3$ (ii) $a = 5,\ d = 2$ (iii) $a = (-10),\ d = 4$

(iv) $a = (-6),\ d = (-5)$ (v) $a = 3.5,\ d = 2.5$

(vi) මුල් පදය a, පොදු අන්තරය d

2. පහත දැක්වෙන එක් එක් සමාන්තර ශ්‍රේඪිය සඳහා ඉදිරියෙන් දක්වා ඇති පදය සොයන්න.

(i) 5, 8, 11, 14, ... (11 වැනි පදය)

(ii) 17, 26, 35, 44, ... (16 වැනි පදය)

(iii) 30, 25, 20, 15, ... (26 වැනි පදය)

(iv) 7, 9.5, 12, 14.5, ... (12 වැනි පදය)

(v) $3\frac{1}{2},\ 4\frac{1}{4},\ 5,\ 5\frac{3}{4},\ ...$ (21 වැනි පදය)

(vi) $x + a,\ 2x + 3a,\ 3x + 5a,\ ...$ (11 වැනි පදය)

3. (*a*) පහත දැක්වෙන දත්ත ඇසුරෙන් එක් එක් සමාන්තර ශ්‍රේඪියේ මුල් පදය (a) සොයන්න.

(i) $d = 10,\ T_{16} = 157$ (ii) $d = 6,\ T_{12} = 87$ (iii) $d = 7,\ T_{21} = 105$

(iv) $d = (-5),\ T_{31} = (-165)$

(*b*) පහත දැක්වෙන දත්ත භාවිතයෙන් එක් එක් සමාන්තර ශ්‍රේඪියේ පොදු අන්තරය (d) සොයන්න.

(i) $a = 18,\ T_{21} = 78$ (ii) $a = (-50),\ T_{31} = 280$

(iii) $a = 15.5,\ T_{13} = 45.5$ (iv) $a = 7\frac{1}{2},\ T_{17} = 27\frac{1}{2}$

(*c*) පහත දැක්වෙන එක් එක් ගැටලුවට අදාළ දත්ත ඇසුරෙන් සමාන්තර ශ්‍රේඪියේ පද ගණන (n) සොයන්න.

(i) $a = 21,\ d = 5,\ T_n = 96$ (ii) $a = (-15),\ d = 2,\ T_n = 7$

(iii) $a = (-5),\ d = (-3),\ T_n = (-50)$ (iv) $a = 5\frac{1}{2},\ d = 1\frac{1}{4},\ T_n = 15\frac{1}{2}$

4. පහත එක් එක් සමාන්තර ශ්‍රේඪියේ n වන පදය (පොදු පදය - T_n) සරල ම ආකාරයෙන් ලියා දක්වන්න.

(i) 5, 9, 13, 17, ... (ii) −4, −1, 2, 5,...

(iii) 5, 3, 1, −1, ... (iv) $7\frac{1}{4},\ 10,\ 12\frac{3}{4},\ 15\frac{1}{2},\ ...$

5. n වන පදය

(a) $3n + 2$ (b) $2n - 1$ (c) $7 - 3n$ වන එක් එක් අනුක්‍රමයේ,

(i) මුල් පද 3 ලියා දක්වන්න.

(ii) පොදු අන්තරය (d) සොයන්න.

(iii) 12 වන පදය සොයන්න.

6. 10ත් 100ත් අතර,

(i) 2 හි ගුණාකාර කොපමණ තිබේ ද?

(ii) 3 හි ගුණාකාර කොපමණ තිබේ ද?

(iii) 6 හි ගුණාකාර කොපමණ තිබේ ද?

7. සමාන්තර ශ්‍රේඪියක හයවන පදය 47 ද එකළොස් වන පදය 87 වේ නම් ශ්‍රේඪියේ මුල් පදය හා පොදු අන්තරය සොයන්න.

8. 3, 7, 11, 15, ... සමාන්තර ශ්‍රේඪියේ

(i) 20 වන පදය සොයන්න.

(ii) ශ්‍රේඪියේ 159 වන්නේ කී වැනි පදය ද?

(iii) අගය 65 වන පදයක් තිබිය නොහැකි බව පෙන්වන්න.

18.2 සමාන්තර ශ්‍රේඪියක මුල් පද nහි ඓක්‍යය

මීට ඉහතින් අප ඉගෙන ගනු ලැබුවේ සමාන්තර ශ්‍රේඪියක ඕනෑ ම පදයක අගය සොයා ගන්නා ආකාරයයි. එලෙස ම අපට පදවල අගයන් හි එකතුව ලබා ගැනීම අවශ්‍ය කරුණකි. උදාහරණයක් ලෙස තොරණක බල්බ සවිකර ඇත්තේ 3, 7, 11, 15, 19, 23 ආදි සමාන්තර ශ්‍රේඪියක ආකාරයට නම් එම කොටසේ සවි කිරීමට අවශ්‍ය මුළු බල්බ ප්‍රමාණය කොපමණ දැයි දැන ගත යුතු ය. ඒ සඳහා සමාන්තර ශ්‍රේඪියක ඓක්‍යය සෙවීම අපට අවශ්‍ය වේ.

තොරණට අවශ්‍ය මුළු බල්බ ගණන වන්නේ,

$$3 + 7 + 11 + 15 + 19 + 23 = 78$$

සමාන්තර ශ්‍රේඪියක මුල්පද nහි ඓක්‍යය (එකතුව) ඉදිරිපත් කිරීමට S යන සංකේතය උපයෝගි කර ගනිමු. ඒ අනුව ඉහත ශ්‍රේඪියේ පද ගණන 6කි.

$$S_6 = 3 + 7 + 11 + 15 + 19 + 23$$
$$S_6 = 78$$

නමුත් පද ගණන විශාලවත් ම ඉහත ලෙස එකතු කිරීම අසීරු වනු ඇත. එම අසීරුතාවය මගහරවා ගැනීමට දැන් අප සූත්‍රයක් ගොඩ නගමු.

$$S_6 = 3 + 7 + 11 + 15 + 19 + 23 \quad \text{——— (1)}$$

ඉහත ප්‍රකාශනය අග සිට මුලට ලියමු.

$$S_6 = 23 + 19 + 15 + 11 + 7 + 3 \quad \text{——— (2)}$$

(1) හා (2) එකතු කිරීමෙන්,

$$S_6 + S_6 = (3 + 23) + (7 + 19) + (11 + 15) + (15 + 11) + (19 + 7) + (23 + 3)$$

$$2S_6 = 26 + 26 + 26 + 26 + 26 + 26$$

$\therefore \quad 2S_6 = 6 \times 26$ (අගය 26 වන පද 6ක් ඇත.)

$$S_6 = \frac{6}{2}(3 + 23)$$

මෙම ශ්‍රේඪියේ පද ගණන 6කි. එනම් $n = 6$ වේ. මුල් පදය $a = 3$ ද ශ්‍රේඪියේ 6 වන පදය හෙවත් අවසන් පදය (l) 23 වේ. එවිට ඒ සඳහා සාධාරණ සමීකරණයක් ගොඩනගමු.

$S_n = \frac{n}{2}(a + l)$ ලෙස ගත හැකි ය. දැන් අප සංකේතාත්මක තොරතුරු භාවිතයෙන් ම සූත්‍රය ගොඩනැගීම සලකා බලමු.

මුල් පදය a ද පොදු අන්තරය d ද අවසාන පදය (n වන පදය) l ද ශ්‍රේඪියේ පද ගණන n ද ලෙස සැලකූ විට,

$$S_n = a + (a + d) + (a + 2d) + (a + 3d) + \ldots. (l - 3d) + (l - 2d) + (l - d) + l \quad \text{——— (1)}$$

ඉහත ප්‍රකාශනයේ පද දකුණු පස අග සිට මුලට ලියමු.

$$S_n = l + (l - d) + (l - 2d) + (l - 3d) + \ldots. (a + 3d) + (a + 2d) + (a + d) + a \quad \text{——— (2)}$$

(1) + (2) සලකමු.

$$S_n + S_n = (a + l) + (a + l) + (a + l) + \ldots. (a + l) + (a + l) + (a + l)$$

$2S_n = n(a + l)$ [මෙහි $(a + l)$ පද n ගණනක් ඇති නිසා]

$S_n = \frac{n}{2}(a + l)$ වේ.

මුල් පදය a ද අවසාන පදය l ද පද ගණන n ද වන විට මුල් පද n හි එකතුව පහත සූත්‍රය භාවිතයෙන් ගණනය කළ හැකි ය.

$$S_n = \frac{n}{2}(a + l)$$

නිදසුන 1

නිදසුනක් ලෙස 10 සිට 100 තෙක් ඇති ඉරට්ටේ සංඛ්‍යා සියල්ලේ ඓක්‍යය සූත්‍රය භාවිතයෙන් සොයන්න.

10, 12, 14, 16, ...98, 100 වේ.

මෙහි $a = 10$ ද $l = 100$ ද $n = 46$ ද වේ.

පද 46 හි එකතුව $S_{46} = \frac{46}{2}(10 + 100)$

$= 23 \times 110$

$= 2530$

ඉහත සූත්‍රය භාවිතයෙන් සමාන්තර ශ්‍රේඪියක් මුල් පදය (a) අවසාන පදය (l) හා පද ගණන (n) දී ඇති විට එම පද ගණන්හි ඓක්‍යය සෙවිය හැකි ය.

දැන් අප විමසා බලන්නේ මුල් පදය (a) පද ගණන (n) හා පොදු අන්තරය (d) දී ඇති විට පද ගණනේ ඓක්‍යය (S_n) සොයන අයුරුයි.

ඉහත සමීකරණය සලකමු. $S_n = \frac{n}{2}(a + l)$

මෙහි l යනු n වන පදයයි. එනම් T_n නිසා l වෙනුවට $T_n = a + (n - l)$ සූත්‍රය ආදේශයෙන්

එවිට, $S_n = \frac{n}{2}\{a + a + (n - l)\, d\}$

$$S_n = \frac{n}{2}\{2a + (n - l)\, d\}$$ සූත්‍රය භාවිත කළ හැකි ය.

නිදසුන 2

1, 2, 3, 4 ශ්‍රේඪියේ පද 100ක ඓක්‍යය සොයමු.

$a = 1$ ද $d = 1$ හා $n = 100$ වේ.

$S_n = \frac{n}{2}\{2a + (n - 1)\, d\}$ ආදේශයෙන්

$$S_{100} = \frac{100}{2}\{2 \times 1 + (100 - 1) \times 1\}$$

$$S_{100} = 50\ (2 + 99)$$

$$S_{100} = 50 \times 101$$

$$\therefore \quad S_{100} = 5050$$

$\therefore$ සමාන්තර ශ්‍රේඪියේ මුල් පද 100 හි ඓක්‍යය 5050කි.

මේ අනුව පද n හි ඓක්‍යය සෙවීම සඳහා මුල් පදය (a) අවසාන පදය (l) හා පද ගණන (n) දන්නා විට මුල් පද n හි ඓක්‍යය සෙවීම $S_n = \frac{n}{2}(a + l)$ සූත්‍රය මගින් ද මුල් පදය (a) පොදු අන්තරය (d) දන්නා විට මුල් පද n හි ඓක්‍යය සෙවීමට $S_n = \frac{n}{2}\{2a + (n - 1)\, d\}$ සූත්‍රය භාවිත කළ හැකි ය.

දැන් සූත්‍රය භාවිතයෙන් ගැටලු විසඳන ආකාරය බලමු.

නිදසුන 3

පද 26කින් යුතු සමාන්තර ශ්‍රේඪියක මුල් පදය 30 ද පොදු අන්තරය 3 ද අවසාන පදය 105 ද වේ. පද සියල්ලේ ඓක්‍යය සොයන්න.

$a = 30$, ද $n = 26$, හා $d = 3$, $l = 105$ වේ.

$S_n = \frac{n}{2}(a + l)$ ට ආදේශයෙන්

$$S_{26} = \frac{26}{2}(30 + 105)$$

$$S_{26} = 13 \times 135$$

$$= 1755$$

පද 26 හි ඓක්‍යය 1755 වේ.

නිදසුන 4

40, 34, 28, 22, ... , (−14) සමාන්තර ශ්‍රේඪියේ පද සියල්ලේ ඓක්‍යය සොයන්න.

සටහන

$a = 40$, ද $d = (-6)$, $l = (-14)$, $n = ?$, $S_n = ?$, $T_n = (-14)$

මෙම ගැටලුවේ n හි අගයත් S_n හි අගයත් දෙකම නොදන්නා හෙයින් ඓක්‍යය ඉහත සූත්‍රවලට එකවර ආදේශ නොකර පද ගණන වෙනම සොයා එය ඓක්‍යය සූත්‍රයට ආදේශ කර ගැටලුව විසඳමු.

$$T_n = a + (n-1)\,d$$
$$-14 = 40 + (n-1) \times (-6)$$
$$-14 = 40 - 6n + 6$$
$$-14 - 46 = -\,6n$$
$$\frac{-60}{-6} = \frac{-6n}{-6}$$
$$10 = n$$

ශ්‍රේඪියේ පද 10ක් ඇත.

$$S_n = \frac{n}{2}(a + l)$$
$$= \frac{10}{2}\,[40 + (-14)]$$
$$= 5 \times 26$$
$$= 130$$

ශ්‍රේඪියේ පද සියල්ලේ ඓක්‍යය 130 කි.

නිදසුන 5

12, 16, 20, 24, ... සමාන්තර ශ්‍රේඪියේ මුල් පද 15හි ඓක්‍යය සොයන්න.

$a = 12$, $d = 4$, $n = 15$

$$S_n = \frac{n}{2}\,[2a + (n-1)\,d]$$
$$S_{15} = \frac{15}{2}\,[(2 \times 12) + (15 - 1)\,4]$$
$$S_{15} = \frac{15}{2}\,(24 + 56)$$
$$= \frac{15}{2} \times 80$$
$$= 600$$

$\therefore$ මුල් පද 15හි ඓක්‍යය 600කි.

නිදසුන 6

සමාන්තර ශ්‍රේඪියක මුල් පදය (–15) ද අවසාන පදය 375 ද එම පදවල ඓක්‍යය 7200 ද වේ. එම ශ්‍රේඪියේ පද ගණන හා පොදු අන්තරය සොයා මුල් පද 20 හි ඓක්‍යය සොයන්න.

$a = (-15),\ l = 375,\ S_n = 7200$

පද ගණන සොයමු.

$$S_n = \frac{n}{2}(a + l)$$

$$7200 = \frac{n}{2}(-15 + 375)$$

$$7200 \times 2 = n \times 360$$

$$\frac{14400}{360} = \frac{360n}{360}$$

$$40 = n$$

$\therefore$ ශ්‍රේඪියේ පද ගණන 40කි.

දැන් එම ශ්‍රේඪියේ පොදු අන්තරය සොයමු.

$$T_n = a + (n - 1)\,d$$

$$375 = (-15) + (40 - 1)\,d$$

$$375 + 15 = 39d$$

$$\frac{390}{39} = \frac{39d}{39}$$

$$10 = d$$

$\therefore$ ශ්‍රේඪියේ පොදු අන්තරය 10 වේ.

දැන් මුල් පද 20 හි ඓක්‍යය සොයමු.

$a = (-15),\ d = 10,\ n = 20$

$$S_n = \frac{n}{2}[2a + (n - 1)\,d]$$

$$S_{20} = \frac{20}{2}[2 \times (-15) + (20 - 1) \times 10]$$

$$S_{20} = 10\ (-30 + 190)$$

$$= 10 \times 160$$

$$= 1600$$

මුල් පද 20 හි ඓක්‍යය 1600 කි.

18.3 අභ්‍යාසය

1. පහත දැක්වෙන සමාන්තර ශ්‍රේඪී තොරතුරු අනුව ඓක්‍යය සොයන්න.

(i) $a = 7$, $l = 37$, $n = 11$

(ii) $a = 23$, $l = 71$, $n = 13$

(iii) $a = 100$, $l = (-20)$, $n = 25$

(iv) $a = (-30)$, $l = 160$, $n = 20$

(v) $a = 12\frac{1}{2}$, $d = 1\frac{1}{2}$, $n = 10$

(vi) $a = 5.75$, $d = 0.25$, $n = 10$

2. පහත දැක්වෙන සමාන්තර ශ්‍රේඪීවල දක්වා ඇති පද ගණනේ ඓක්‍යය සොයන්න.

(i) 7, 10, 13, 16,... පද 12 ක

(ii) –5, 0, 5, 10,... පද 16 ක

(iii) 1, 7, 13, 19,... පද 10 ක

(iv) 9, 4, –1, –6,... පද 14 ක

(v) 3.5, 5.25, 7, 8.75,... පද 10 ක

3. සමාන්තර ශ්‍රේඪී ඇසුරෙන් අගය සොයන්න.

(i) 20 සිට 100 දක්වා ඇති ඉරට්ටේ සංඛ්‍යා ගණන සොයා එම සංඛ්‍යාවල ඓක්‍යය සොයන්න.

(ii) 41ත් 99ත් අතර ඇති ඉරට්ටේ සංඛ්‍යා ගණන සොයා එම සංඛ්‍යාවල ඓක්‍යය සොයන්න.

(iii) 50ත් 100ත් අතර ඇති 2හි ගුණාකාර ගණන සොයා එම සංඛ්‍යාවල ඓක්‍යය සොයන්න.

4. සමාන්තර ශ්‍රේඪියක මුල් පද 5හි එකතුව 100කි. දසවන පදය 55 වේ. මෙම ශ්‍රේඪියේ මුල් පදය හා පොදු අන්තරය සොයා මුල් පද 20හි ඓක්‍යය සොයන්න.

5. සමාන්තර ශ්‍රේඪියක n වන පදය $T_n = 16 - 3n$ වේ.

(i) මුල් පද 4 ලියා දක්වන්න.

(ii) මුල් පද 16 හි ඓක්‍යය සොයන්න.

(iii) 20වන පදය සොයන්න.

(iv) මුල් පදයේ සිට පද කීයක ඓක්‍යය (– 42) වේ ද?

මිශ්‍ර අභ්‍යාසය

1. සූජිව හිමි පළමු සතියේ රු. 5ක් ද දෙවන සතියේ රු. 10ක් ද තුන්වන සතියේ රු. 15ක් ද ආදී වශයෙන් කැටයක මුදල් එකතු කරයි. (ස්වාමීන් වහන්සේ මුදල් එකතු කරන්නේ සති කිහිපයක දී එකතු වන මුදලින් පිරිත් පොතක් මිල දී ගැනීමේ අදහසිනි.) ශ්‍රේඪී පිළිබඳ දැනුම භාවිත කර,

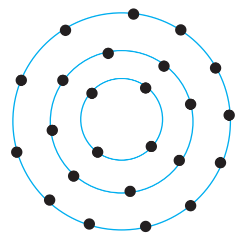
(i) හයවන සතියේ දී උන් වහන්සේ කැටයට දමන මුදල සොයන්න.

(ii) මිල රු. 225ක් වන පොතක් මිල දී ගැනීම සඳහා උන් වහන්සේ සති කීයක් මුදල් ඉතිරි කළ යුතු ද?

2. සමාන්තර ශ්‍රේඪියක දෙවන පදය හා තෙවන පදය පිළිවෙළින් 2 හා 5 වෙයි. එම ශ්‍රේඪියේ,
   (i) පොදු අන්තරය සොයන්න.
   (ii) සිව්වන පදය ලියා දක්වන්න.
   (iii) පළමු පදය සොයන්න.
   (iv) මුල් පද 20හි ඓක්‍යය සොයන්න.

3. එක්තරා සැරසිල්ලක් සඳහා කම්බි කැබලි 30ක් කපා ගනු ලබන්නේ පළමු කැබැල්ලේ දිග 5 cm ද, අනෙක් කැබැල්ල ඊට පෙර කැපූ කැබැල්ලට වඩා 4 cm බැගින් දිග වැඩි වන පරිදි ද වේ.
   (i) 15 වන කැබැල්ලේ දිග සොයන්න.
   (ii) කම්බි කැබලි 30 කැපීමට අවශ්‍ය කම්බියේ මුළු දිග සොයන්න.

4. රූපයේ දැක්වෙන්නේ තොරණක වර්ණ විදුලි බල්බ සම්බන්ධ කර ඇති ආකාරයයි. මෙම තොරණේ අවසාන කවය සඳහා බල්බ 60ක් භාවිත කර තිබේ.



   (i) මෙම තොරණ සකස් කිරීම සඳහා අවශ්‍ය කව ගණන කොපමණ ද?
   (ii) මෙම තොරණ නිම කිරීමට කොපමණ වර්ණ විදුලි බල්බ අවශ්‍ය වේ ද?
   (iii) එක් බල්බයක් සඳහා රු.90ක් වැය වේ නම් වර්ණ විදුලි බල්බ මිල දී ගැනීමට කොපමණ මුදලක් වැය වේ ද?

සාරාංශය

- සංඛ්‍යා අනුක්‍රමයක, අනුයාත පද දෙකින් දෙකට සැලකූ විට, ඉන් පසු පදයෙන් පෙර පදය අඩු කළ විට ලැබෙන නියත අගය පොදු අන්තරය ලෙස හැඳින්වේ.
- සමාන්තර ශ්‍රේඪියක මුල් පදය a ද, පොදු අන්තරය d ද, පද ගණන n ද විට n වන පදය T_n ලෙස සැලකූ විට $T_n = a + (n-1)\,d$ යන සූත්‍රය මගින් ලබා දෙනු ලැබේ.
- සමාන්තර ශ්‍රේඪියක මුල් පදය a ද අවසාන පදය l ද පද ගණන n ද වන විට මුල් පද n හි එකතුව පහත සූත්‍රය භාවිතයෙන් ගණනය කළ හැකි ය.
  $$S_n = \frac{n}{2}(a + l)$$
- සමාන්තර ශ්‍රේඪියක මුල් පදය a ද පොදු අන්තරය d ද පද ගණන n ද වන විට මුල් පද n හි එකතුව පහත සූත්‍රය භාවිතයෙන් ගණනය කළ හැකි ය.
  $S_n = \frac{n}{2}\{2a + (n-1)\,d\}$ සූත්‍රය භාවිත කළ හැකි ය.

19 දර්ශක හා ලඝුගණක

මෙම පාඩම අධ්‍යයනය කිරීමෙන් ඔබට,

- ලඝුගණක වගු භාවිතයෙන් තොර ව ලඝුගණක ආශ්‍රිත සංඛ්‍යාත්මක ප්‍රකාශන සුළු කිරීම හා සමීකරණ විසඳීමට,
- ලඝුගණක වගු භාවිතයෙන් ගැටලු විසඳීමට

හැකියාව ලැබේ.

පුනරීක්ෂණ අභ්‍යාසය

1. පහත සඳහන් ඒවායේ අගය සොයන්න.

(i) 2^3 (ii) 4^3 (iii) 12^2 (iv) 13^2 (v) 15^3

2. පහත සඳහන් ඒවායේ අගය සොයන්න.

(i) $(2^3)^2$ (ii) $(4^2)^2$ (iii) $(6^3)^3$ (iv) $(10^2)^4$ (v) $(1^3)^5$

3. පහත සඳහන් ඒවා සුළු කරන්න.

(i) $a^5 \times a^3$ (ii) $(a^5)^2 \times (a^{10})^3$ (iii) $(b^4)^3 \times (b^5)^3$ (iv) $(m^{-1})^{-2}$

(v) $(p^{-4})^3$ (vi) $(m^{-4})^5$ (vii) $(a^{-1})^{-4}$ (viii) $\dfrac{a^5}{a^2}$

(ix) $\dfrac{m^{12}}{(m^{-1})^{-3}}$ (x) $\dfrac{(y^{-1})^2 \times (y^{-10})^5}{(y^4)^5}$

4. පහත සඳහන් ඒවා සුළු කර පිළිතුර ධන දර්ශක ආකාරයෙන් තබන්න.

(i) $(K^{-1})^{-3} \times K^{-10}$ (ii) $5\,(a^{-4})^5 \times \dfrac{a^{-20}}{10}$ (iii) $\dfrac{(x^4)^{-1} \times y^0 \times (x^{-9})^{-1}}{(x^2)^5}$

(iv) $2x^{-1} \times \dfrac{1}{8}$ (v) $\dfrac{(3x^{-2})^2 \times (4y^{-4})^{-1}}{2^{-2}x^{-1}}$

5. දර්ශක පිළිබඳ දැනුම භාවිතයෙන් පහත සඳහන් ප්‍රකාශන සුළු කරන්න.

(i) $2^{-1} \times 3^{-2}$ (ii) $2^{-1} + 3^{-1}$ (iii) $2^{-1} - 3^{-2}$

(iv) $2^{-1} \div 3^{-2}$ (v) $10^{-1} + 10^{-2}$

19.1 ලඝුගණකයක් ප්‍රකාශ කරන ආකාරය

නිදසුන 1

$log_4 256$ යන්න ප්‍රකාශ කරන ආකාරය ලියා දක්වන්න.

$log_4 256$ යන්න, 4 පාදයට 256හි ලඝුගණකය ලෙස ප්‍රකාශ කෙරේ.

නිදසුන 2

$log_3 81$ යන්න, 3 පාදයට 81හි ලඝුගණකය ලෙස ප්‍රකාශ කෙරේ.

19.1 අභ්‍යාසය

1. පහත සඳහන් ලඝුගණක ප්‍රකාශ කරන අයුරු ලියා දක්වන්න.

(i) $log_2 4$ (ii) $log_{10} 1000$ (iii) $log_{20} 400$ (iv) $log_5 625$ (v) $log_7 49$

(vi) $log_4 64$ (vii) $log_9 81$ (viii) $log_5 125$ (ix) $log_3 27$ (x) $log_9 729$

19.2 දර්ශක ආකාරයෙන් ලියා ඇති සමීකරණ ලඝුගණක ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කිරීම

නිදසුන 1

$2^3 = 8$ ලඝුගණක ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කරන්න.

$2^3 = 8$ (දර්ශක ආකාරයෙන්)

$log_2 8 = 3$ (ලඝුගණක ආකාරයෙන්)

සටහන

2^3 හි, පාදය 2 ද දර්ශකය 3 ද වේ.

$2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$

නිදසුන 2

$4^2 = 16$ ලඝුගණක ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කරන්න.

$log_4 16 = 2$

සටහන

ලඝු$_4$16 හි අර්ථය නම්, 16 ලැබීම සඳහා 4 කී වතාවක් ගුණ කළ යුතු ද යන්නයි. එනම්, 16 යන්න 4 හි බලයක් ලෙස ලියූ විට දර්ශකයට ලැබෙන අගය යි. 4 දෙවරක් ගුණ කළ විට 16 ලැබේ. එනම්, දර්ශකය 2 බැවින් ලඝු$_4$16 = 2 වේ.

19.2 අභ්‍යාසය

1. පහත සඳහන් දර්ශක ආකාරයෙන් ඇති සම්බන්ධතා ලඝුගණක ආකාරයෙන් ලියා දක්වන්න.

(i) $10^2 = 100$ (ii) $3^2 = 9$ (iii) $4^3 = 64$ (iv) $5^3 = 125$ (v) $12^2 = 144$
(vi) $3^4 = 81$ (vii) $8^2 = 64$ (viii) $10^3 = 1000$ (ix) $7^3 = 343$ (x) $a^b = c$

19.3 ලඝුගණක ආකාරයෙන් ලියා ඇති සමීකරණ දර්ශක ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කිරීම

නිදසුන 1

$log_5 25 = 2$ දර්ශක ආකාරයෙන් ලියා දක්වන්න.

$5^2 = 25$

19.3 අභ්‍යාසය

1. පහත සඳහන් ලඝුගණක ආකාරයෙන් ලියා ඇති සම්බන්ධතා දර්ශක ආකාරයෙන් ලියා දක්වන්න.

(i) $log_7 49 = 2$ (ii) $log_3 27 = 3$ (iii) $log_9 81 = 2$
(iv) $log_{10} 100 = 2$ (v) $log_2 8 = 3$ (vi) $log_{12} 144 = 2$
(vii) $log_{11} 121 = 2$ (viii) $log_2 1024 = 10$ (ix) $log_8 8 = 1$ (x) $log_7 1 = 0$

19.4 ලඝුගණක වගු භාවිතයෙන් තොර ව ලඝුගණක ආශ්‍රිත ගැටලු විසඳීම

සටහන

0 හැර ඕනෑ ම සංඛ්‍යාවක 0 වෙනි බලය 1 වේ. එනම්, $5^0 = 1$, $6^0 = 1$, $7^0 = 1$ ආදී වේ. ඒ අනුව, $a^0 = 1$, මෙහි $a \neq 0$ වේ.

සංඛ්‍යා දෙකක් ගුණ කර ලඝුගණකය සෙවීමේ දී හෝ සංඛ්‍යා දෙකක ලඝුගණක එකතු කිරීමේ දී පහත නීතිය භාවිත කරයි.

$$log_a mn = log_a m + log_a n$$

මෙම ලඝුගණක නීතිය භාවිතයෙන් පහත ගැටලු විසඳමු.

නිදසුන 1

$log_{10}2 + log_{10}5$

$= log_{10}(2 \times 5)$

$= log_{10}10$

$= 1$

නිදසුන 2

$log_{10}4 + log_{10}25$

$= log_{10}(4 \times 25)$

$= log_{10}100$

$= 2$

19.4 අභ්‍යාසය

1. අගය සොයන්න.

(i) $log_{10}4 + log_{10}250$ (ii) $log_{10}40 + log_{10}250$ (iii) $log_{6}9 + log_{6}4$

(iv) $log_{8}4 + log_{8}16$ (v) $log_{10}20 + log_{10}25 + log_{10}2$

ඔබ දන්නවා ද?

$log_{10}1 = 0$

$log_{10}10 = 1$

$log_{10}100 = 2$

$log_{10}1000 = 3$

සංඛ්‍යා දෙකක් බෙදීමෙන් පසු එහි ලඝුගණකය සෙවීමේ දී හෝ සංඛ්‍යා දෙකක ලඝුගණකවල අන්තරය සෙවීමේ දී පහත නීතිය භාවිත කරයි.

$$log_a\left(\frac{m}{n}\right) = log_a m - log_a n$$

සටහන

10 පාදයේ ලඝුගණක ලිවීමේ දී පහසුව සඳහා log_{10} වෙනුවට කෙටියෙන් lg ලෙස ද ලියනු ලැබේ. මේ අනුව, $lg20$ යනු $log_{10}20$ වේ.

ඉහත ලඝුගණක නීතිය භාවිතයෙන් පහත ගැටලු විසඳමු.

නිදසුන 3

$lg\ 50 - lg\ 5$

$= lg\frac{50}{5}$

$= lg\ 10$

$= 1$

නිදසුන 4

$lg\ 1400 - lg\ 14$

$= lg\frac{1400}{14}$

$= lg100$

$= 2$

19.5 අභ්‍යාසය

1. අගය සොයන්න.

(i) $lg\ 50 - lg\ 5$

(ii) $log_3 81 - log_3 9$

(iii) $log_2 10 - log_2 30 + log_2 12$

(iv) $log_5 100 - log_5 2 - log_5 10$

(v) $lg\ 80 + lg\ 50 - lg\ 4$

19.5 ලඝුගණක ආශ්‍රිත සමීකරණ විසඳීම

නිදසුන 1

$$lg\ 5 + lg\ y = lg\ 20$$
$$lg\ (5 \times y) = lg\ 20$$
$$\frac{5y}{5} = \frac{20}{5}$$
$$y = 4$$

නිදසුන 2

$$lg\ 6 + lg\ m = lg\ 24$$
$$lg\ (6 \times m) = lg\ 24$$
$$\frac{6m}{6} = \frac{24}{6}$$
$$m = 4$$

නිදසුන 3

$$log_5 6 + log_5 x = log_5 21 + log_5 4 - log_5 2$$
$$log_5 (6 \times x) = log_5 (21 \times 4) - log_5 2$$
$$log_5 (6 \times x) = log_5 \left(\frac{21 \times 4}{2}\right)$$
$$\therefore\ 6x = \frac{21 \times \overset{2}{\cancel{4}}}{\underset{1}{\cancel{2}}}$$
$$6x = 42$$
$$x = 7$$

19.6 අභ්‍යාසය

1. පහත සඳහන් සමීකරණ විසඳන්න.

(i) $lg\ 5 + lg\ x = lg\ 20$

(ii) $lg\ 24 + lg\ m = lg\ 48$

(iii) $lg\ y + lg\ 10 = lg\ 25$

(iv) $lg\ x + 1 = lg\ 24$

(v) $log_5 12 - log_5 x = log_5 3$

(vi) $log_a 24 - log_a 2 = log_a x - log_a 3$

19.6 සංඛ්‍යාවක ලඝුගණකයක පූර්ණාංශය

ලඝුගණක වගුව භාවිත කිරීමෙන් ගැටලු විසඳීම ඉදිරි කොටසක දී සාකච්ඡා කෙරේ. ලඝුගණක වගුවේ ඉදිරිපත් කර ඇති ලඝුගණක දහයේ පාදයෙන් නිරූපණය කර ඇති බව සිහි තබා ගත යුතු ය. ලඝුගණක වගු භාවිතයෙන් ගැටලු විසඳීමට ප්‍රථම සංඛ්‍යාවක ලඝුගණකයක පූර්ණාංශය යනු කුමක් දැයි සළකා බලමු.

ලඝුගණක වගුවෙන් 0 - 10 අතර සංඛ්‍යාවල පමණක් ලඝුගණක සෙවිය හැකි ය. 10ට වැඩි හා 1ට අඩු සංඛ්‍යාවක ලඝුගණකය සෙවීමේදී පළමුව එය 0ත් 10ත් අතර සංඛ්‍යාවක් බවට පත් කර ගත යුතු ය. ඒ සඳහා ප්‍රථමයෙන් එම සංඛ්‍යාව විද්‍යාත්මක අංකනයෙන් ලියා ගත යුතු ය. විද්‍යාත්මක අංකනයෙන් ලියූ විට එහි දහයේ දර්ශකය ලෙස ලැබෙන සංඛ්‍යාව, දෙන ලද සංඛ්‍යාවේ ලඝුගණකයේ පූර්ණාංශය ලෙස හැඳින්වේ.

නිදසුන 1

$lg\ 2.1$ හි පූර්ණාංශය සොයන්න.

2.1×10^0 (විද්‍යාත්මක අංකනයෙන් ලියූ විට)

මෙහි පූර්ණාංශය 0වේ. (10^0 හි දර්ශකය වන 0 පූර්ණාංශය ලෙස ගැනේ.)

එනම් සංඛ්‍යාවක පූර්ණාංශය ලබා ගැනීම සඳහා අදාළ සංඛ්‍යාව විද්‍යාත්මක අංකනයෙන් ලිවිය යුතු ය.

නිදසුන 2

$lg\ 5.9$ හි පූර්ණාංශය සොයන්න.

5.9×10^0 (විද්‍යාත්මක අංකනයෙන් ලියූ විට)

මෙහි පූර්ණාංශය 0 වේ.

නිදසුන 3

$lg\ 625.9$ හි පූර්ණාංශය සොයන්න.

6.259×10^2

මෙහි පූර්ණාංශය 2 වේ.

නිදසුන 4

$lg\ 57.2$ හි පූර්ණාංශය සොයන්න.

5.72×10^1

මෙහි පූර්ණාංශය 1 වේ.

19.7 අභ්‍යාසය

1. විද්‍යාත්මක අංකනයෙන් ලිවීමෙන් පහත සඳහන් සංඛ්‍යාවල පූර්ණාංශය ලබා ගන්න.

(i) $lg\ 2.7$ (ii) $lg\ 52.9$ (iii) $lg\ 127.3$ (iv) $lg\ 26.3$ (v) $lg\ 197.3$

(vi) $lg\ 3.2$ (vii) $lg\ 957.3$ (viii) $lg\ 300.3$ (ix) $lg\ 2017.3$ (x) $lg\ 6.294$

පූර්ණාංශය ලබා ගැනීමට කෙටි ක්‍රමයක්

- දෙන ලද ලඝුගණකය සෙවිය යුතු සංඛ්‍යාව, විද්‍යාත්මක අංකනයෙන් දැක්වීමෙන් තොරව පූර්ණාංශය ලබා ගත හැකි ආකාරයක් තිබේ.
- ඒ සඳහා පූර්ණාංශය සෙවීමට අදාළ සංඛ්‍යාවේ දශම තිතට වම්පස ඇති ඉලක්කම් ගණින, ගණන් කරන්න. දැන් එම ඉලක්කම් ගණනින් 1 ක් අඩු කරන්න. එවිට ලැබෙන අගය, අදාළ සංඛ්‍යාවේ පූර්ණාංශය යි.

නිදසුන 5

$lg\,(5.27)$ හි පූර්ණාංශය සොයන්න.

දශම තිතට වම්පස ඉලක්කම් 1 ක් ඇත. එවිට $1 - 1 = 0$ බැවින්, මෙහි පූර්ණාංශය 0 වේ.

නිදසුන 6

$lg\,(32.67)$ හි පූර්ණාංශය සොයන්න.

දශම තිතට වම් පසින් ඉලක්කම් දෙකකි.

$lg\,(32.67)$

එවිට $2 - 1 = 1$ බැවින්, මෙහි පූර්ණාංශය 1 වේ.

නිදසුන 7

$lg\,(277.5)$ හි පූර්ණාංශය සොයන්න.

පූර්ණාංශය 2 වේ.

19.8 අභ්‍යාසය

1. පහත සඳහන් සංඛ්‍යාවල පූර්ණාංශය ඉහත දැක් වූ කෙටි ක්‍රමය මගින් ලබා ගන්න.

(i) $lg\ 29.4$ (ii) $lg\ 3.2$ (iii) $lg\ 56$ (iv) $lg\ 57.3$
(v) $lg\ 1197.4$ (vi) $lg\ 129.5$ (vii) $lg\ 32$ (viii) $lg\ 6514.3$
(ix) $lg\ 329.3$ (x) $lg\ 51.34$

19.7 සංඛ්‍යාවල ලඝුගණකය සෙවීම (ලඝුගණක වගු ඇසුරෙන්)

10 බල ලෙස ලියා ඇති පහත දැක්වෙන සංඛ්‍යාවල ලඝුගණක අගය සොයමු.

$1 = 10^0$ නිසා $lg\ 1 = 0$

$10 = 10^1$ නිසා $lg\ 10 = 1$

$100 = 10^2$ නිසා $lg\ 100 = 2$

$1000 = 10^3$ නිසා $lg\ 1000 = 3$

ඉහත සටහන දෙස බලන විට $lg\ 1 = 0$ සහ $lg\ 10 = 1$ බැවින් 1 සහ 10 අතර ඇති සංඛ්‍යාවක දහයේ පාදයට ලඝුගණකය 0 හා 1 අතර අගයක් ගත යුතු බව පැහැදිලි වේ.

එමෙන්ම 10 සහ 100 අතර සංඛ්‍යාවක දහයේ පාදයට ලඝුගණකය 1 සහ 2 අතර ද 100 සහ 1000 අතර සංඛ්‍යාවක දහයේ පාදයට ලඝුගණකය 2 සහ 3 අතර ද විය යුතු බව පැහැදිලි වේ. නමුත් දහයේ පූර්ණ සංඛ්‍යාත්මක බල හැරුණු විට අනෙක් සංඛ්‍යාවල දහයේ පාදයට ලඝුගණකය සෙවීම පහසු නොවේ.

උදාහරණයක් ලෙස 150 සංඛ්‍යාව 100 සහ 1000 අතර එනම්, 10^2 සහ 10^3 අතර පවතින බැවින් එහි ලඝුගණකය 2 සහ 3 අතර පවතින දශම සංඛ්‍යාවක් විය යුතු බව තීරණය කළ හැකි වුව ද එහි ලඝුගණකයේ අගය හරියට ම සොයා ගත නොහැකි ය. එබැවින් මෙවැනි සංඛ්‍යාවල ලඝුගණකය සෙවීමට ලඝුගණක වගුව භාවිත කිරීමට සිදු වේ.

සංඛ්‍යාවක ලඝුගණකයක දශමාංශය සෙවීම

සංඛ්‍යාවක ලඝුගණකයක පූර්ණාංශය සොයන්නේ කෙසේදැයි ඔබ දැන් දනී. ඒ සඳහා සංඛ්‍යාව විද්‍යාත්මක අංකනයෙන් ලියා ගත යුතු ය. එවිට එහි දහයේ බලයේ දර්ශකය ලෙස ලැබෙන ඉලක්කම සංඛ්‍යාවේ ලඝුගණකයේ පූර්ණාංශය වේ. විද්‍යාත්මක අංකනයෙන් ලියූ පසු ලැබෙන 1ත් 10ත් අතර සංඛ්‍යාවේ ලඝුගණකයට මුල් සංඛ්‍යාවේ ලඝුගණකයේ දශමාංශය යැයි කියනු ලැබේ. 1ත් 10ත් අතර සංඛ්‍යාවක ලඝුගණකය සෙවීමට ලඝුගණක වගු භාවිත කළ යුතු ය.

නිදසුන 1

lg 150 හි පූර්ණාංශය සහ දශමාංශය සොයන්න.

ප්‍රථමයෙන් 150 විද්‍යාත්මක අංකනයෙන් ප්‍රකාශ කරමු.

$150 = 10^2 \times 1.5$

මේ අනුව, lg 150 හි පූර්ණාංශය 2 වේ. දශමාංශය සෙවීමට lg 1.5 හි අගය සොයා ගත යුතු ය. ලඝුගණක වගුව අනුව මෙය 0.1761 වේ. (ලඝුගණක වගුවෙන් සංඛ්‍යාවක ලඝුගණකය සොයන ආකාරය පසුව පැහැදිලි කෙරේ.)

ඒ අනුව, lg 150 හි දශමාංශය 0.1761 වේ.

දැන් අපි ලඝුගණක වගුවක් ආධාරයෙන් සංඛ්‍යාවක ලඝුගණකය සොයන්නේ කෙසේදැයි විමසා බලමු.

ලඝුගණක වගුවකින් උපුටා ගත් කොටසක් පහත දක්වා ඇත.

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	මධ්‍යන්‍ය අන්තරය 1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	0000	0043	0086	0128	0170	0212	0253	0294	0334	0374	4	8	12	17	21	25	29	33	37
11	0414	0453	0492	0531	0569	0607	0645	0682	0719	0755	4	8	11	15	19	23	26	30	34
12	0792	0828	0864	0899	0934	0969	1004	1038	1072	1106	3	7	10	14	17	21	24	28	31
13	1139	1173	1206	1239	1271	1303	1335	1367	1399	1430	3	6	10	13	16	19	23	26	29
14	1461	1492	1523	1553	1584	1614	1644	1673	1703	1732	3	6	9	12	15	18	21	24	27
15	1761	1790	1818	1847	1875	1903	1931	1959	1987	2014	3	6	8	11	14	17	20	22	25

ලඝුගණක වගුවක් මගින් සංඛ්‍යාවක ලඝුගණකය සෙවීමේදී ප්‍රථමයෙන් එම සංඛ්‍යාව ලඝුගණක වගුවේ නිරූපණය වන ආකාරය හඳුනා ගත යුතු ය. එයට අදාළ පියවර පහත දක්වා ඇත.

පියවර 1 - ලඝුගණකය සෙවීමට ඇති සංඛ්‍යාවේ දශමස්ථාන නොසළකා මුල් ඉලක්කම් 2 පළමු තීරුවෙන් සොයා ගන්න.

පියවර 2 - එම සංඛ්‍යාවේ තුන් වන ඉලක්කම වගුවේ ඉහළ පළමු පේළියේ ඇති 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 ඉලක්කම්වලින් තෝරා ගන්න.

පියවර 3 - ඉලක්කම් 4ක් ඇති සංඛ්‍යාවක 4 වන ඉලක්කම මධ්‍යන්‍ය අන්තර තීරුවේ ඇති 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 ඉලක්කම්වලින් තෝරා ගන්න. 4 වන ඉලක්කම 0 නම් මුල් ඉලක්කම් තුන පමණක් සළකනු ලැබේ.

ලඝුගණකය සෙවිය යුතු සංඛ්‍යාව වගුවෙන් නිරූපණය වන ආකාරය ඉහත පරිදි හඳුනා ගත් පසු එම සංඛ්‍යාවේ ලඝුගණකය සොයන ආකාරය පහත නිදසුන් මගින් විස්තර කෙරේ.

නිදසුන 2

lg 156 සොයන්න.

පියවර 1 - පළමුව සංඛ්‍යාව විද්‍යාත්මක අංකනයෙන් ප්‍රකාශ කරන්න. එහි පූර්ණාංශය සොයා ගන්න.

එනම් $156 = 1.56 \times 10^2$

එබැවින් *lg* 156 හි පූර්ණාංශය 2 වේ.

පියවර 2 - සංඛ්‍යාවේ මුල් ඉලක්කම් දෙකට අදාළ සංඛ්‍යාව පළමු තීරුවේ තුන්වන ඉලක්කමට අදාළ සංඛ්‍යාව පළමු පේළියෙනුත් සොයා ගෙන මුල් ඉලක්කම් දෙකට අදාළ පේළියත් තුන්වන ඉලක්කමට අදාළ තිරුවත් හමුවන ස්ථානයේ ඇති සංඛ්‍යාව ලියා ගන්න.

මේ අනුව, *lg* 156 සෙවීමේදී 15ට අදාළ පේළියත් 6ට අදාළ තීරුවත් හමුවන ස්ථානයේ 1931 සඳහන් වේ. එනම්, දශමාංශය 0.1931 වේ.

පියවර 3 - ඉලක්කම් 4ක සංඛ්‍යාවක 4 වන ඉලක්කමට 0 නොවන ඉලක්කමක් පවතී නම් මධ්‍යන්‍ය අන්තර තීරුවෙන් එය හඳුනාගෙන සංඛ්‍යාවේ මුල් ඉලක්කම් දෙකට අදාළ පේළියත් මධ්‍යන්‍ය අන්තරය යටතේ හඳුනා ගත් ඉලක්කමට අදාළ තීරුවත් හමුවන ස්ථානයේ සංඛ්‍යාව ලියා ගන්න. එය දෙවන පියවරින් ලැබුණු සංඛ්‍යාවට එකතු කරන්න. 156 හි 4 වන ඉලක්කම ශුන්‍යය බැවින් *lg* 156 සෙවීමේදී මෙම පියවර අවශ්‍ය නොවේ.

පියවර 4 - සංඛ්‍යාවේ ලඝුගණකය සෙවීමට පළමු පියවරින් සොයා ගත් පූර්ණාංශය ලියා දශම තිත යොදා 2 වන හෝ 3 වන පියවරේදී ලැබුණු සංඛ්‍යාව (දශමාංශය) යොදන්න.

මේ අනුව, *lg* $156 = 2.1931$ වේ.

නිදසුන 3

lg 2.5 හි අගය සොයන්න.

පූර්ණාංශය (0).3979

0
↓
25 ⟶ 3979

නිදසුන 4

lg (26.3) හි ලඝුගණකය සොයන්න.

පූර්ණාංශය (1).4200

$$\begin{array}{c} 3 \\ \downarrow \end{array}$$
26 ⟶ 4200

නිදසුන 5

lg (27.2) හි අගය සොයන්න.

1.4346

$$\begin{array}{c} 2 \\ \downarrow \end{array}$$
27 ⟶ 4346

19.9 අභ්‍යාසය

1. පහත සඳහන් සංඛ්‍යාවල ලඝුගණකය සොයන්න.

(i) 59.4 (ii) 6.92 (iii) 52.6 (iv) 2.65 (v) 62.6

(vi) 5.55 (vii) 4.69 (viii) 46.7 (ix) 65.2 (x) 9.92

සංඛ්‍යාවල ලඝුගණකය සෙවීම තවදුරටත්

නිදසුන 6

lg 12.18 හි අගය සොයන්න.

1.0856

$$\begin{array}{r} 0828 \\ +\ 28 \\ \hline 0856 \end{array}$$

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	මධ්‍යන්‍ය අන්තරය 1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	0000	0043	0086	0128	0170	0212	0253	0294	0334	0374	4	8	12	17	21	25	29	33	37
11	0414	0453	0492	0531	0569	0607	0645	0682	0719	0755	4	8	11	15	19	23	26	30	34
12	0792	0828	0864	0899	0934	0969	1004	1038	1072	1106	3	7	10	14	17	21	24	28	31

නිදසුන 7

lg (27.31) හි අගය සොයන්න.

1.4364

$$\begin{array}{r} 4362 \\ +\ \ 2 \\ \hline 4364 \end{array}$$

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	මධ්‍යන්‍ය අන්තරය 1	2	3	4	5	6	7	8	9
25	3979	3997	4014	4031	4048	4065	4082	4099	4116	4133	2	3	5	7	9	10	12	14	15
26	4150	4166	4183	4200	4216	4232	4249	4265	4281	4298	2	3	5	7	8	10	11	13	15
27	4314	4330	4346	4362	4378	4393	4409	4425	4440	4456	2	3	5	6	8	9	11	13	14

19.10 අභ්‍යාසය

1. පහත සඳහන් සංඛ්‍යාවල ලඝුගණකය සොයන්න.

(i) 6.521 (ii) 62.92 (iii) 4.929 (iv) 24.92 (v) 5555

(vi) 69.61 (vii) 677.3 (viii) 3.249 (ix) 95.61 (x) 9.005

19.8 සංඛ්‍යාවල ප්‍රතිලඝු (*antilogarithm*) සෙවීම

නිදසුන 1

0.3054 හි ප්‍රතිලඝු සොයන්න.

antilog (0.3054)

2 ↑

20 ⟵ 3054

මෙම සංඛ්‍යාවේ පූර්ණාංශය 0 නිසා, මුල සිට පළමු ඉලක්කමත් දෙවන ඉලක්කමත් අතර දශම තිත තබයි.

antilog (0.3054) = 2.02

නිදසුන 2

1.3054 හි ප්‍රතිලඝු සොයන්න.

antilog (1.3054)

මෙම සංඛ්‍යාවේ පූර්ණාංශය 1 නිසා, මුල සිට දෙවන ඉලක්කමත් තුන්වන ඉලක්කමත් අතර දශම තිත තබයි.

antilog (1.3054) = 20.2

19.11 අභ්‍යාසය

1. පහත සඳහන් ලඝු අගයන්හි ප්‍රතිලඝුගණකය සොයන්න.

(i) 0.5527 (ii) 1.6503 (iii) 2.4031 (iv) 1.8235 (v) 0.8774

(vi) 0.5551 (vii) 1.3522 (viii) 2.6893 (ix) 1.6532 (x) 0.6042

ප්‍රතිලඝු බැලීම තවදුරටත්

නිදසුන 3

0.1821 හි ප්‍රතිලඝු සොයන්න.

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	මධ්‍යන්‍ය අන්තරය 1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	0000	0043	0086	0128	0170	0212	0253	0294	0334	0374	4	8	12	17	21	25	29	33	37
11	0414	0453	0492	0531	0569	0607	0645	0682	0719	0755	4	8	11	15	19	23	26	30	34
12	0792	0828	0864	0899	0934	0969	1004	1038	1072	1106	3	7	10	14	17	21	24	28	31
13	1139	1173	1206	1239	1271	1303	1335	1367	1399	1430	3	6	10	13	16	19	23	26	29
14	1461	1492	1523	1553	1584	1614	1644	1673	1703	1732	3	6	9	12	15	18	21	24	27
15	1761	1790	1818	1847	1875	1903	1931	1959	1987	2014	3	6	8	11	14	17	20	22	25

antilog (0.1821)

= 1.521

සටහන

1821ට ආසන්න ම, අඩු ම අගය 1818 වන අතර එය 15, 2හි ඇති අතර 1821 වීම සඳහා තව 3ක් අඩු අතර එය මධ්‍යන්‍ය අන්තර තීරුවෙහි 1හි ඇත.

19.12 අභ්‍යාසය

1. පහත සඳහන් ලඝුගණකවල ප්‍රතිලඝුගණකය සොයන්න.

(i) 0.6034 (ii) 1.3929 (iii) 0.1082 (iv) 2.3969 (v) 1.7399

(vi) 0.5949 (vii) 1.8192 (viii) 0.9446 (ix) 1.7825 (x) 2.8976

19.9 ලඝුගණක වගු භාවිතයෙන් ගැටලු විසඳීම

නිදසුන 1

2.4×3.6 හි අගය ලඝුගණක වගු භාවිතයෙන් ලබා ගන්න.

$x = 2.4 \times 3.6$ නම්

$lg\, x = lg\,(2.4) + lg\,(3.6)$

$lg\, x = 0.3802 + 0.5563$

$lg\, x = 0.9365$

$x = antilog\,(0.9365)$

$x = 8.639$

$x = 8.64$ (වටැයූ විට)

එනම් $2.4 \times 3.6 = 8.64$

ලඝුගණක වගු භාවිතයෙන් තොර ව පිළිතුර සෙවූ විට

$2.4 \times 3.6 = 8.64$

ලඝුගණක වගු භාවිතයෙන් සහ ලඝුගණක වගු භාවිතයෙන් තොර ව පිළිතුර සෙවූ විට එක ම පිළිතුර ලැබෙන බව පෙනේ.

නිදසුන 2

$\frac{5.27 \times 62.5}{2.67}$ ලඝුගණක වගු භාවිතයෙන් සුළු කරන්න.

$$y = \frac{5.27 \times 62.5}{2.67} \text{ නම්,}$$

$$lg\, y = lg\left(\frac{5.27 \times 62.5}{2.67}\right)$$

$$lg\, y = lg\, 5.27 + lg\, 62.5 - lg\, 2.67$$

$$lg\, y = 0.7218 + 1.7959 - 0.4150$$

$$lg\, y = 2.5177 - 0.4150$$

$$lg\, y = 2.1027$$

$$y = antilog\, (2.1027)$$

$$y = 126.6$$

19.13 අභ්‍යාසය

1. පහත සඳහන් ඒවායේ අගය ලඝුගණක වගු භාවිතයෙන් ලබා ගන්න. ගණකය භාවිතයෙන් පිළිතුරුවල නිවැරදිභාවය තහවුරු කර ගන්න.

(i) $\frac{62.5 \times 1.92}{3.29}$ (ii) $\frac{52.16 \times 3.25}{24.92}$ (iii) $\frac{3.49 \times 2.43}{1.92}$

(iv) $\frac{33.45 \times 29.32}{1.05}$ (v) $\frac{2.667 \times 29.3}{29.29}$ (vi) $\frac{32.51 \times 1.92}{2.4 \times 3.2}$

(vii) $\frac{57.2 \times 32.95}{3.49 \times 2.37}$ (viii) $\frac{12.95 \times 42.34}{62.6 \times 1.957}$ (ix) $\frac{3.45 \times 29.24}{32.05 \times 2.349}$

(x) $\frac{23.49 \times 4.29}{3.24 \times 2.9}$

සාරාංශය

- $\log_a mn = \log_a m + \log_a n$
- $\log_a\left(\frac{m}{n}\right) = \log_a m - \log_a n$

20 සමාන්තරාස්‍ර I

මෙම පාඩම අධ්‍යයනය කිරීමෙන් ඔබට,

- සමාන්තරාස්‍රවල ලක්ෂණ දැක්වෙන ප්‍රමේයයන් හඳුනා ගැනීමට හා එම ප්‍රමේයයන් භාවිතයෙන් ගැටලු විසඳීමට,
- සෘජු කෝණාස්‍රය, රොම්බසය සහ සමචතුරස්‍රය, සමාන්තරාස්‍රයේ ම විශේෂ අවස්ථා බව හඳුනා ගැනීමට,

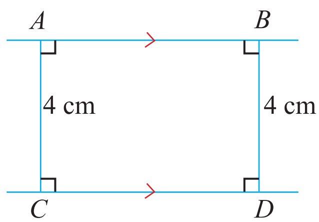
හැකියාව ලැබේ.

20.1 සමාන්තරාස්‍ර

පෙර ශ්‍රේණිවල දී අප විසින් ඉගෙන ගැනීමට යෙදුණු පහත සඳහන් කරුණු දෙස පළමුව අවධානය යොමු කරමු.

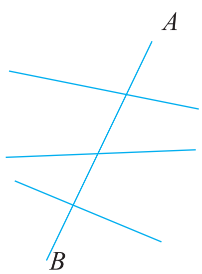
සමාන්තර රේඛාව

රේඛා දෙකක් අතර ලම්බ දුර නියත වේ නම් එම රේඛා සමාන්තර වේ.
පහත රූප සටහන මගින් පෙන්වා ඇති AB හා CD රේඛා සමාන්තර වේ. සරල රේඛා දෙකක් සමාන්තර බව දැක්වීමට රූපසටහනේ පරිදි ඊ හිස් යොදා ගත යුතු ය. AB හා CD රේඛා සමාන්තර බව දැක්වීමට $AB//CD$ සංකේතය භාවිත කරයි.



තීර්යක් රේඛාව

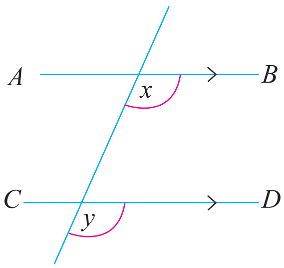
සරල රේඛා දෙකක් හෝ කිහිපයක් ඡේදනය වන සේ ඇඳින රේඛාව තීර්යක් රේඛාවකි. රූප සටහනේ දැක්වෙන AB යනු තීර්යක් රේඛාවක් වේ.



සමාන්තර රේඛා යුගලයක් තීර්යක් රේඛාවකින් කැපී යාම නිසා ඇතිවන කෝණ පිළිබඳ පහත සඳහන් ප්‍රමේයය මතකයට නගා ගනිමු.

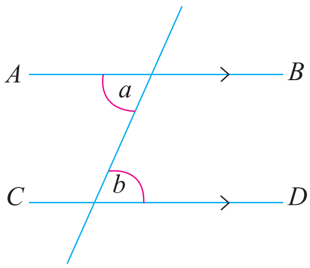
ප්‍රමේයය

සමාන්තර සරල රේඛා දෙකක් තීර්යක් රේඛාවකින් ඡේදනය වූ විට සෑදෙන අනුරූප කෝණ සමාන වේ. ඒකාන්තර කෝණ සමාන වේ. මිත්‍ර කෝණ දෙකක ඓක්‍යය 180^0වේ.



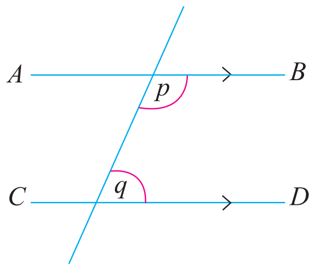
අනුරූප කෝණ

$x = y$ වේ.



ඒකාන්තර කෝණ

$a = b$ වේ.

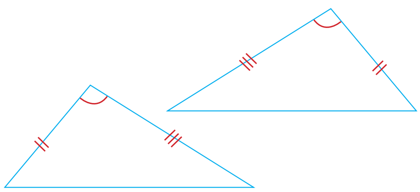


මිත්‍ර කෝණ

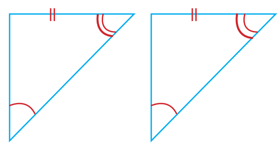
$p + q = 180^0$ වේ.

ත්‍රිකෝණ දෙකක් අංගසම වන අවස්ථා 4 නැවත මතකයට නගා ගනිමු.

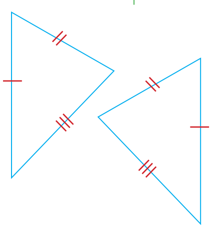
(i) පා. කෝ. පා අවස්ථාව



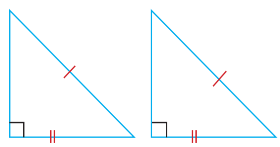
(ii) කෝ. කෝ. පා අවස්ථාව



(iii) පා. පා. පා අවස්ථාව



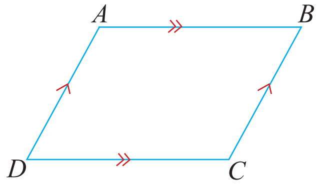
(iv) කර්ණ පා. අවස්ථාව



මෙම පාඩමේදී ඉගෙනීමට බලාපොරොත්තු වන තල රූපය වන සමාන්තරාස්‍රය පහත පරිදි අර්ථ දැක්විය හැකි ය.

සමාන්තරාස්‍රය

සම්මුඛ පාද සමාන්තර චතුරස්‍රය සමාන්තරාස්‍රයක් වේ.



එක් සම්මුඛ පාද යුගලක් සමාන්තර බව එක් ඊ හිසකින් ද අනෙක් සම්මුඛ පාද යුගලය සමාන්තර බව ඊ හිස් දෙකකින් ද දක්වා ඇත. එමගින් $AB//DC$ බවත් $AD//BC$ බවත් දක්වයි.

සමාන්තරාස්‍ර සියල්ලට ම පොදු ලක්ෂණ ඇතුළත් ප්‍රමේය දෙකක් පහතින් දක්වමු.

ප්‍රමේයය 1

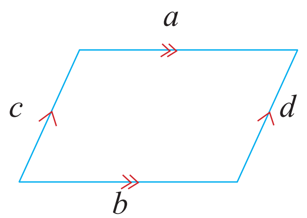
සමාන්තරාස්‍රයක,
- සම්මුඛ පාද සමාන වේ.
- සම්මුඛ කෝණ සමාන වේ.
- එක් එක් විකර්ණය මගින් සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය සමච්ඡේදනය වේ.

ප්‍රමේයය 2

සමාන්තරාස්‍රයක විකර්ණ එකක් මගින් අනෙක සමච්ඡේදනය කරයි.

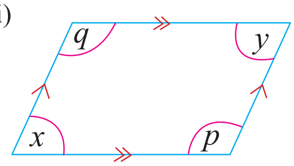
ප්‍රථමයෙන් ප්‍රමේයය 1 පිළිබඳව සලකා බලමු.
ප්‍රමේයය 1 රූප සටහන් ඇසුරින්, පහත පරිදි ඉදිරිපත් කළ හැකි ය.

(i)



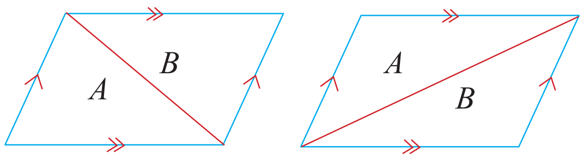
$a = b$ හා $c = d$ වේ.

(ii)



$x = y$ හා $p = q$ වේ.

(iii)



A හි වර්ගඵලය $= B$ හි වර්ගඵලය

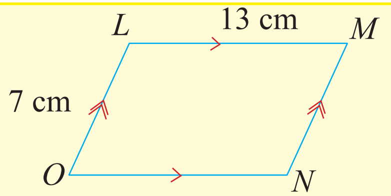
ප්‍රමේයය 1 භාවිත කර විසඳිය හැකි ගැටලු කිහිපයක් පහත දැක්වේ.

නිදසුන 1

$LMNO$ යනු සමාන්තරාස්‍රයකි. එහි $LM = 13$ cm ද $LO = 7$ cm ද වේ නම්,

(i) NO දිග සොයන්න.

(ii) MN දිග සොයන්න.



(i) $LM = NO$ (සමාන්තරාස්‍රයක සම්මුඛ පාද සමාන බැවින්)

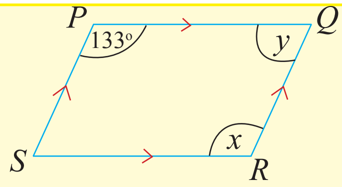
$LM = 13$ cm $\quad \therefore NO = 13\ cm$

(ii) $LO = MN$ (සමාන්තරාස්‍රයක සම්මුඛ පාද සමාන බැවින්)

$LO = 7$ cm $\quad \therefore MN = 7\ cm$

නිදසුන 2

රූප සටහනේ දී ඇති තොරතුරු අනුව x සහ y හි අගයන් සොයන්න.



$Q\hat{R}S = Q\hat{P}S$ (සමාන්තරාස්‍රයක සම්මුඛ කෝණ සමාන බැවින්)

$x = 133^{o}$

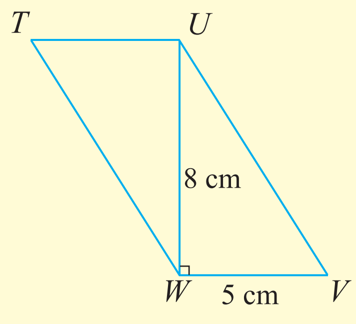
මෙම ලබා ගත් x හි අගය භාවිත කර y අගය සොයමු. x සහ y කෝණ යුගල මිත්‍ර කෝණ බැවින්,

$x + y = 180^{o}$ විය යුතු ය.

$$133^{o} + y = 180^{o}$$
$$133^{o} + y - 133^{o} = 180^{o} - 133^{o}$$
$$y = 47^{o}$$

නිදසුන 3

රූපයේ දැක්වෙන $TUVW$ සමාන්තරාස්‍රයේ UW විකර්ණයේ දිග 8 cm සහ VW පාදයේ දිග 5 cm වේ. $U\hat{W}V = 90^{o}$ වේ. TUW ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය සොයන්න.



I ක්‍රමය

$TUVW$ සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය

= ආධාරකය × සමාන්තර පාද අතර ලම්බක උස

$= VW \times UW$

$= 5\ cm \times 8\ cm$

$= 40\ cm^{2}$

නොමිලේ බෙදාහැරීම සඳහා

UW විකර්ණය මගින් *TUVW* සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය සමච්ඡේදනය වන බැවින් *TUW* ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය

$= \frac{1}{2} \times$ (සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය)

$= \frac{1}{2} \times 40 \text{ cm}^2$

$= 20 \text{ cm}^2$

II ක්‍රමය

UVW ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය

$= \frac{1}{2} \times$ ආධාරකය $\times$ ලම්බක උස

$= \frac{1}{2} \times 5 \text{ cm} \times 8 \text{ cm}$

$= 20 \text{ cm}^2$

UW විකර්ණය මගින් *TUVW* සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය සමච්ඡේදනය වන බැවින්

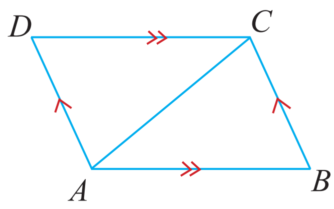
TUW ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය = *UVW* ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය
TUW ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය $= 20 \text{ cm}^2$

ඉහත භාවිත කළ ප්‍රමේයය, විධිමත් ලෙස පහත පරිදි සාධනය කරමු.

ප්‍රමේයය 1

සමාන්තරාස්‍රයක,

- සම්මුඛ පාද සමාන වේ.
- සම්මුඛ කෝණ සමාන වේ.
- එක් එක් විකර්ණය මගින් සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය සමච්ඡේදනය වේ.



දත්තය - *ABCD* සමාන්තරාස්‍රයකි. *AC* විකර්ණය ඇඳ ඇත.

සා.ක.යු - (i) $AB = DC$ සහ $AD = BC$ බව ද

(ii) $A\hat{B}C = A\hat{D}C$ සහ $D\hat{A}B = D\hat{C}B$ බව ද

(iii) $ABC\Delta$ වර්ගඵලය $= ADC\Delta$ වර්ගඵලය

$ABD\Delta$ වර්ගඵලය $= BCD\Delta$ වර්ගඵලය බව

සාධනය - $ABC\Delta$ සහ $ADC\Delta$ සලකමු.

$B\hat{A}C = A\hat{C}D$ (ඒකාන්තර කෝණ)

$A\hat{C}B = C\hat{A}D$ (ඒකාන්තර කෝණ)

$AC = AC$ (පොදු පාදය)

$ABC\Delta \equiv ADC\Delta$ (කෝ. කෝ. පා අවස්ථාව)

අංගසම ත්‍රිකෝණ වල අනුරූප අංග සමාන කිරීමෙන්,

$AB = DC$ සහ $AD = BC$ වේ.

$A\hat{B}C = A\hat{D}C$ වේ.

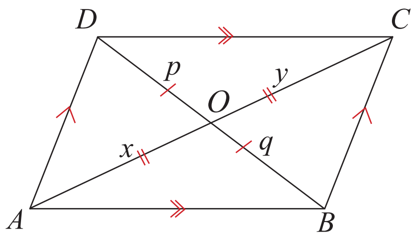
$ABC\Delta$ වර්ගඵලය $= ADC\Delta$ වර්ගඵලය වේ.

එලෙසම BD විකර්ණය ඇඳ $ABD\Delta$ සහ $BCD\Delta$ අංගසම කිරීමෙන් $D\hat{A}B = D\hat{C}B$ බව ද $ABD\Delta$ වර්ගඵලය $= BCD\Delta$ වර්ගඵලය බව පෙන්විය හැකි ය.

ඉහත සඳහන් ලක්‍ෂණවලට අමතරව සමාන්තරාස්‍රයක විකර්ණ එකිනෙක සමච්ඡේදනය වීම ද විශේෂ ලක්ෂණයකි. එය ප්‍රමේයය 2 යටතේ කළින් සඳහන් විය.

ප්‍රමේයය 2

සමාන්තරාස්‍රයක විකර්ණ එකක් මගින් අනෙක සමච්ඡේදනය කරයි.

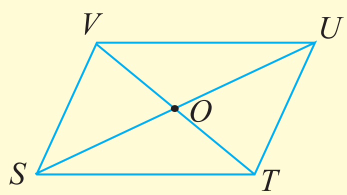


$x = y$ හා $p = q$ වේ.

මින් අදහස් වනුයේ AC සහ BD විකර්ණ O හි දී ඡේදනය වී ඇත්තේ $AO = OC$ වන ලෙස සහ $BO = OD$ වන ලෙස ය.

නිදසුන 4

$STUV$ සමාන්තරාස්‍රයේ විකර්ණ, O හි සමච්ඡේදනය වේ. $SO = 8$ cm නම් SU විකර්ණයේ දිග සොයන්න.



$SO = OU = 8$ cm

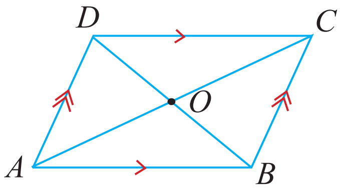
(සමාන්තරාස්‍රයක විකර්ණ සමච්ඡේදනය වන බැවින්)

$SU = SO + OU$

$SU = 8$ cm $+ 8$ cm

$SU = 16$ cm

සමාන්තරාස්‍රයක විකර්ණ සමච්ඡේදනය වීම සම්බන්ධ ප්‍රමේයය විධිමත්ව සාධනය කරමු.



දත්තය - $ABCD$ සමාන්තරාස්‍රයේ AC සහ BD විකර්ණ O හි දී ඡේදනය වී ඇත.
සා.ක.යු - $AO = OC$ සහ $BO = OD$ බව.
සාධනය - $ADO\Delta$ සහ $BCO\Delta$ සලකමු.

$A\hat{O}D = B\hat{O}C$ (ප්‍රතිමුඛ කෝණ)

$D\hat{A}O = O\hat{C}B$ (ඒකාන්තර කෝණ)

$AD = BC$ (සමාන්තරාස්‍රයේ සම්මුඛ පාද)

$ADO\Delta \equiv BCO\Delta$ (කෝ. කෝ. පා අවස්ථාව)

ඉහත අංගසම ත්‍රිකෝණවල අනුරූප අංග සමාන කිරීමෙන්,

$AO = OC$ සහ $BO = OD$

සටහන

මෙම සාධනය සඳහා රූප සටහනට අමතර ව නිර්මාණයක් නොමැති බැවින් එය සඳහන් නොකර දත්තය, සා.ක.යු (සාධනය කළ යුත්ත) සහ සාධනය පමණක් ඉදිරිපත් කර ඇත.

20.2 සමාන්තරාස්‍රයේ විශේෂ අවස්ථා

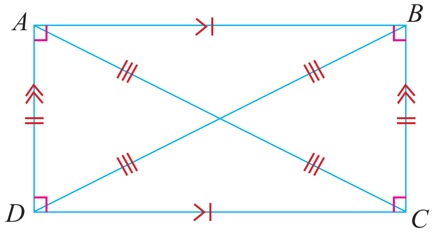
තවත් වැදගත් චතුරස්‍ර වර්ග දෙකක් වන සෘජුකෝණාස්‍රය සහ රොම්බසය පිළිබඳ ව සලකා බලමු. මේ දෙවර්ගයම සමාන්තරාස්‍ර වේ. ඒවා සමාන්තරාස්‍ර වන බැවින් ප්‍රමේයය 1 හා ප්‍රමේයය 2හි සඳහන් කළ සමාන්තරාස්‍රයක පොදු ලක්ෂණ මේ දෙවර්ගයට ම ඇත. එම ලක්ෂණවලට අමතරව එක් එක් වර්ගයට විශේෂිත වූ වෙනම ලක්ෂණ ද මේ දෙවර්ගයට ම ඇත. අප හොඳින් දන්නා චතුරස්‍රයන් වන සමචතුරස්‍රය සෘජුකෝණාස්‍රයේ මෙන් ම රොම්බසයේ ද විශේෂ අවස්ථාවක් ලෙස හඳුනා ගත හැකි ය. ඒ අනුව සමචතුරස්‍රය ද සමාන්තරාස්‍රයේ ම විශේෂ අවස්ථාවක් බවට ද පත් වේ.

සෘජුකෝණාස්‍රය

සමාන්තරාස්‍රයක එක් කෝණයක් සෘජු කෝණයක් යැයි ගනිමු. එවිට සමාන්තරාස්‍රයක සම්මුඛ කෝණ සමාන බැවින් ඉතිරි කෝණ ද සෘජු කෝණ වේ. එවැනි සමාන්තරාස්‍රයක් සෘජුකෝණාස්‍රයක් ලෙස හැඳින් වේ. එනම්, කෝණ හතරම සමාන එනම්, එක් කෝණයක් අංශක 90ක් වන සමාන්තරාස්‍ර සෘජුකෝණාස්‍ර ලෙස හැඳින්වේ.

සමාන්තරාස්‍රයක ලක්ෂණවලට අමතරව පහත ලක්ෂණ ද සෘජුකෝණාස්‍රයකට ඇත.

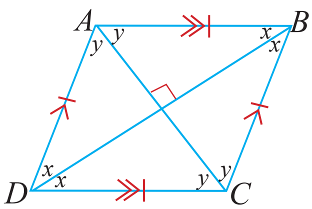
- ශීර්ෂ කෝණ සියල්ල සෘජු කෝණ වේ.
- විකර්ණ දිගින් සමාන වේ.



රොම්බසය

සමාන්තරාස්‍රයක බද්ධ පාද දෙකක් සමාන වන අවස්ථාව සළකමු. සමාන්තරාස්‍රයක සම්මුඛ පාද සමාන වන බැවින් එවිට පාද හතරම දිගින් සමාන වේ. එවැනි සමාන්තරාස්‍ර රොම්බස ලෙස හැඳින්වේ. එනම් පාද හතරම සමාන සමාන්තරාස්‍ර රොම්බස ලෙස හැඳින්වේ. සමාන්තරාස්‍රයක ලක්ෂණවලට අමතරව පහත ලක්ෂණ ද රොම්බසයකට ඇත.

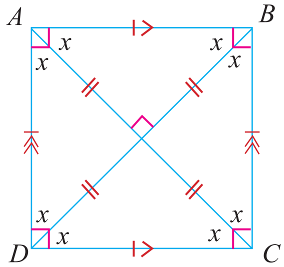
- පාද සියල්ලම දිගින් සමාන වේ.
- විකර්ණ සෘජුකෝණීව එකිනෙකට සමච්ඡේදනය වේ.
- ශීර්ෂ කෝණ විකර්ණ මගින් සමච්ඡේදනය වේ.



සමචතුරස්‍රය

සෘජුකෝණාස්‍රයක බද්ධ පාද දෙක සමාන වන අවස්ථාවේ එය සමචතුරස්‍රයක් ලෙස හැඳින්වේ. එලෙසම රොම්බසයක කෝණ 4ම සමාන වන අවස්ථාවේ එනම් එක් කෝණයක් 90^o වන අවස්ථාවේ එය සමචතුරස්‍රයක් බවට පත්වේ. එබැවින් සමචතුරස්‍රය සෘජුකෝණාස්‍රයේ මෙන්ම රොම්බසයේ විශේෂ අවස්ථාවකි. එබැවින් රොම්බසයට සමාන්තරාස්‍රයක ලක්ෂණවලට අමතරව සෘජුකෝණාස්‍රයේ හා රොම්බසයේ පවතින විශේෂ ලක්ෂණ දෙවර්ගය ම පවතී.

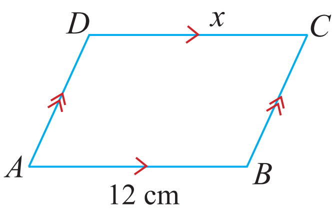
- ශීර්ෂ, කෝණ සියල්ලම සෘජු කෝණ වේ.
- විකර්ණ දිගින් සමාන වේ.
- සියලු ම පාද දිගින් සමාන වේ.
- විකර්ණ සෘජු කෝණීව එකිනෙක සමච්ඡේදනය වේ.
- ශීර්ෂ කෝණ විකර්ණ මගින් සමච්ඡේදනය වේ.



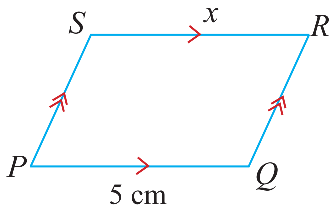
20.1 අභ්‍යාසය

1. පහත දැක්වෙන සමාන්තරාස්‍රවල x මගින් දැක්වෙන පාදවල දිග සොයන්න.

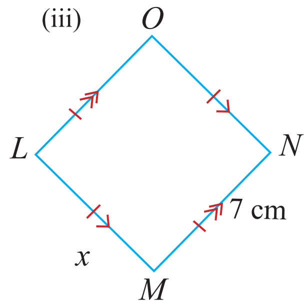
(i)



(ii)

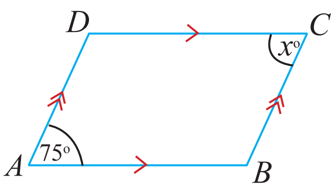


(iii)

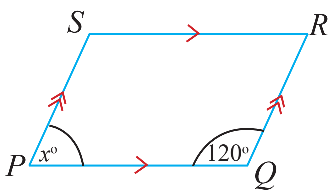


2. පහත දැක්වෙන සමාන්තරාස්‍ර වල x^{o} මගින් දැක්වෙන කෝණවල අගය සොයන්න.

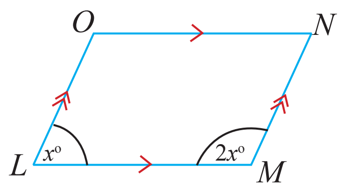
(i)



(ii)

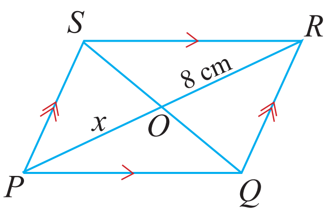


(iii)

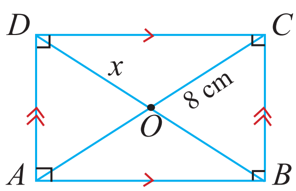


3. පහත දැක්වෙන සමාන්තරාස්‍රවල x මගින් දැක්වෙන පාදවල දිග සොයන්න.

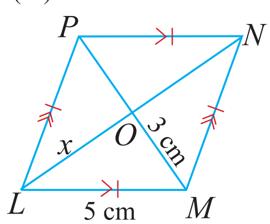
(i)



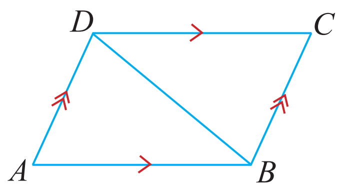
(ii)



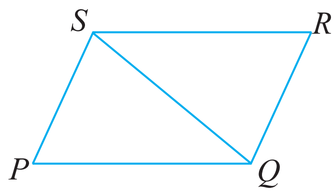
(iii)



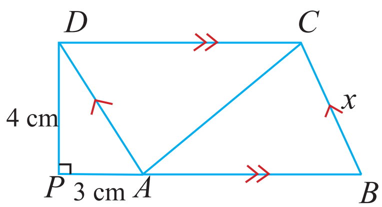
4. පහත දැක්වෙන *ABCD* සමාන්තරාස්‍රයේ *ABD* ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය 17 cm^2 නම් *BCD* ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය සොයන්න.



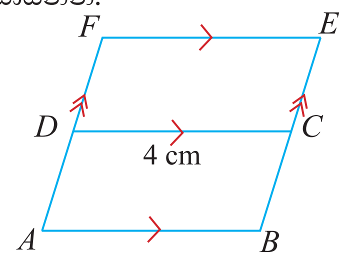
5. *PQRS* සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය 22 cm^2 නම් *PQS* ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය සොයන්න.



6. *x* මගින් දැක්වෙන පාදයේ දිග සොයන්න.



7. *ABCD* සහ *ABEF* යනු සමාන්තරාස්‍ර දෙකකි. රූපයේ දැක්වෙන තොරතුරු අනුව *AB* හා *EF* පාදවල දිග සොයන්න.



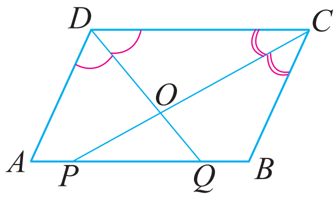
8. *PQRS* සමචතුරස්‍රයේ *PQ* පාදය මත *T* ලක්ෂ්‍යය පිහිටා ඇත. *SQ* හා *RT* රේඛා *O* හිදී ඡේදනය වේ. $T\hat{O}Q = 70^\circ$ නම් $T\hat{R}S$ හි විශාලත්වය සොයන්න.

9. $ABCD$ සමාන්තරාස්‍රයේ AC විකර්ණය මත Q සහ P ලක්ෂ්‍යයන් පිහිටනුයේ පිළිවෙළින් A, Q, P සහ C වන සේ ද $AP = CQ$ වන සේ ද වේ.

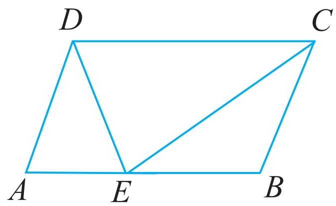
(i) රූප සටහනක මෙම තොරතුරු ලකුණු කර BP සහ DQ යා කරන්න.
(ii) $ABP\Delta \equiv CDQ\Delta$ බව ද
(iii) $BP \,//\, DQ$ බව ද සාධනය කරන්න.

10. රොම්බසයක විකර්ණ දෙකෙහි දිග පිළිවෙළින් 12 cm සහ 7 cm නම් රොම්බසයේ වර්ගඵලය සොයන්න.

11. රූපයේ පරිදි $ABCD$ සමාන්තරාස්‍රයේ C සහ D ශීර්ෂ කෝණ සමච්ඡේදක O හිදී හමුවේ. දික් කළ CO සහ DO රේඛා පිළිවෙළින් P සහ Q හිදී AB හමුවේ.
(i) $P\hat{O}Q = 90^o$ බව පෙන්වන්න.
(ii) AQD සමද්විපාද ත්‍රිකෝණයක් බව පෙන්වන්න.
(iii) $ABCD$ සමාන්තරාස්‍රය රොම්බසයක් වන්නේ නම් ඉහත රූපය නැවත ඇඳ P සහ Q හි පිහිටීම් සොයන්න.



12. රූපයේ දැක්වෙන $ABCD$ සමාන්තරාස්‍රයේ AB පාදයේ මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය E වන අතර $A\hat{D}C$ සමච්ඡේදකය DE වේ. $D\hat{E}C = 90^o$ බව පෙන්වන්න.



සාරාංශය

- සම්මුඛ පාද සමාන්තර වන චතුරස්‍ර සමාන්තරාස්‍ර වේ.
- සමාන්තරාස්‍රයක සම්මුඛ පාද සමාන වේ. සම්මුඛ කෝණ සමාන වේ. එක් එක් විකර්ණය මගින් සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය සමච්ඡේදනය වේ.
- සමාන්තරාස්‍රයක විකර්ණ එකක් මගින් අනෙක සමච්ඡේදනය කරයි.
- ඍජුකෝණාස්‍රය සහ රොම්බසය සමාන්තරාස්‍රයේ ම විශේෂ අවස්ථා වන අතර ම සමචතුරස්‍රය යනු, ඍජුකෝණාස්‍රය සහ රොම්බසය යන දෙවර්ගයේ ම විශේෂ අවස්ථාවකි.

21 සමාන්තරාස්‍ර II

මෙම පාඩම අධ්‍යයනය කිරීමෙන් ඔබට,
- චතුරස්‍රයක්, සමාන්තරාස්‍රයක් වීමට සපුරාලිය යුතු අවශ්‍යතා හඳුනා ගැනීමටත්,
- ඒ ආශ්‍රිත ප්‍රමේයය භාවිතයෙන් ගැටලු විසඳීමට,

හැකියාව ලැබේ.

21.1 සමාන්තරාස්‍ර

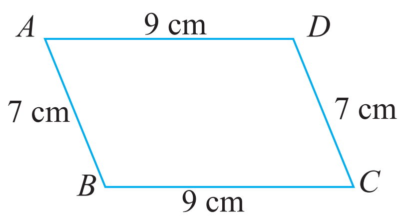
ඕනෑම සමාන්තරාස්‍රයක් චතුරස්‍රයක් වුවද සමාන්තරාස්‍ර නොවන චතුරස්‍ර පවතී. සම්මුඛ පාද සමාන්තර චතුරස්‍ර සමාන්තරාස්‍ර බව ඉහත පාඩමේ දී ඉගෙන ගත්තෙමු. ඒ සමඟම සමාන්තරාස්‍රයක ලක්ෂණ කිහිපයක් ද එම ලක්ෂණ භාවිතයෙන් සමාන්තරාස්‍රයක් හඳුනා ගැනීමට ද උගත්තෙමු.

මෙම පාඩම යටතේ දී සම්මුඛ පාද සමාන්තර වීමට අමතරව පහත කරුණු මගින් චතුරස්‍රයක්, සමාන්තරාස්‍රයක් බව තහවුරු කරගත හැකි ය. ප්‍රමේයයන් කිහිපයක් මගින් එම කරුණු සාකච්ඡා කරමු.

ප්‍රමේයය

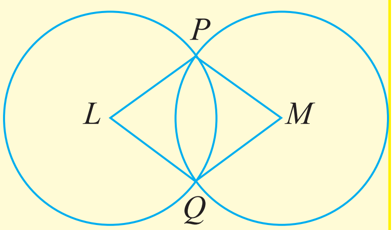
චතුරස්‍රයක සම්මුඛ පාද සමාන නම් එම චතුරස්‍රය සමාන්තරාස්‍රයකි.

$ABCD$ චතුරස්‍රයේ $AB = DC$ ද $BC = AD$ ද නම් $ABCD$ චතුරස්‍රය, සමාන්තරාස්‍රයක් වේ.



නිදසුන 1

සමාන අර සහිත L සහ M කේන්ද්‍ර ලෙස ඇති වෘත්ත දෙකක් P හා Q හිදී ඡේදනය වී ඇත. (රූපය බලන්න.) $LPMQ$ සමාන්තරාස්‍රයක් බව පෙන්වන්න.



$LP = LQ$ (එකම වෘත්තයක අරයන්)

$MP = MQ$ (එකම වෘත්තයක අරයන්)

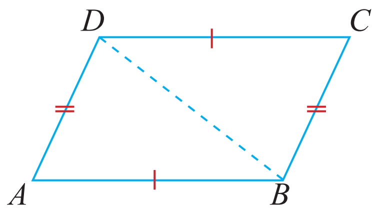
වෘත්ත දෙකෙහි අරයන් සමාන බැවින්,

$LP = LQ = MP = MQ$

$LP = MQ$ සහ $LQ = MP$ වේ.

$LPMQ$ චතුරස්‍රයේ සම්මුඛ පාද සමාන බැවින් $LPMQ$ සමාන්තරාස්‍රයකි. වැඩි දුරටත් සැලකීමේදී පාද 4ම සමාන බැවින් මෙය රොම්බසයක් වේ.

"චතුරස්‍රයක සම්මුඛ පාද සමාන නම් එම චතුරස්‍රය සමාන්තරාස්‍රයකි." යන ප්‍රමේයය විධිමත් ලෙස සාධනය පහත දැක්වෙයි.



දත්තය : $ABCD$ චතුරස්‍රයේ $AB = DC$ සහ $AD = BC$ වේ.

සා.ක.යු : $ABCD$ චතුරස්‍රය සමාන්තරාස්‍රයක් බව

නිර්මාණය : BD විකර්ණය අඳිමු.

සාධනය : $ABD\Delta$ සහ $BCD\Delta$ සලකමු.

$AB = DC$ (දත්තය)

$AD = BC$ (දත්තය)

$BD = BD$ (පොදු පාදය)

$\therefore ABD\Delta \equiv BCD\Delta$ (පා. පා. පා. අවස්ථාව)

මෙම අංගසම ත්‍රිකෝණවල අනුරූප අංග සමාන කිරීමෙන්,

$A\hat{B}D = B\hat{D}C$ වේ. එම කෝණ ඒකාන්තර කෝණ වන බැවින් $AB//DC$ වේ.

$A\hat{D}B = C\hat{B}D$ වේ. එම කෝණ ඒකාන්තර කෝණ වන බැවින් $AD//BC$ වේ.

$\therefore$ මෙම චතුරස්‍රයේ සම්මුඛ පාද සමාන්තර බැවින්,

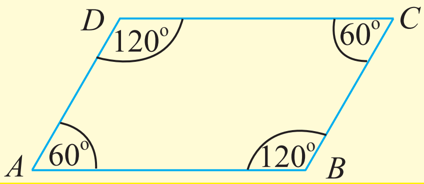
$ABCD$ සමාන්තරාස්‍රයකි.

ප්‍රමේයය

චතුරස්‍රයක සම්මුඛ කෝණ සමාන නම් එම චතුරස්‍රය සමාන්තරාස්‍රයකි.

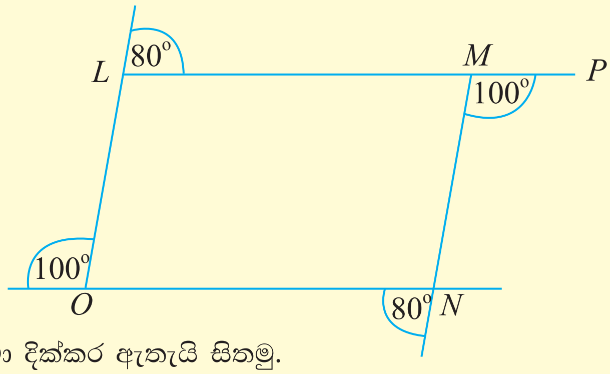
නිදසුන 2

$ABCD$ චතුරස්‍රයේ $D\hat{A}B = B\hat{C}D = 60^{o}$ ද නම් $A\hat{D}C = A\hat{B}C = 120^{o}$ ද නම් $ABCD$ චතුරස්‍රය, සමාන්තරාස්‍රයක් වේ.



නිදසුන 3

$LMNO$ චතුරස්‍රයේ එක් එක් ශීර්ෂයේ බාහිර කෝණ රූපයේ පරිදි සටහන් කර ඇත. මෙම චතුරස්‍රය සමාන්තරාස්‍රයක් බව පෙන්වන්න.



LM පාදය P දක්වා දික්කර ඇතැයි සිතමු.

$L\hat{M}N + N\hat{M}P = 180^{o}$

$L\hat{M}N + 100^{o} = 180^{o}$

$L\hat{M}N + 100^{o} - 100^{o} = 180^{o} - 100^{o}$

$L\hat{M}N = 80^{o}$

එලෙසම,

$L\hat{O}N = 80^{o}$

$M\hat{L}O = 100^{o}$

$M\hat{N}O = 100^{o}$ බව පෙන්විය හැකි ය.

$L\hat{M}N = L\hat{O}N$

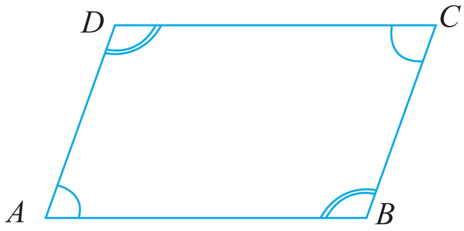
$M\hat{L}O = M\hat{N}O$ ලෙස සම්මුඛ කෝණ සමාන බැවින්,

$LMNO$ සමාන්තරාස්‍රයකි.

සටහන

සාධනය කිරීමේ දී එකම සාධනය දෙවරක් හෝ කිහිප වතාවක් යෙදීම වෙනුවට ''එලෙසම'' හෝ ''ඉහත සාධනය ලෙසම'' වැනි වචන යොදා ප්‍රතිඵලය පමණක් දැක්වීමෙන් සාධනය කෙටි කරගත හැකි ය.

"චතුරස්‍රයක සම්මුඛ කෝණ සමාන නම් එම චතුරස්‍රය සමාන්තරාස්‍රයකි" යන ප්‍රමේයය විධිමත් ලෙස සාධනය පහත දැක්වෙයි.



දත්තය: $ABCD$ චතුරස්‍රයේ $A\hat{B}C = A\hat{D}C$ සහ $B\hat{A}D = B\hat{C}D$ වේ.

සා.ක.යු: $ABCD$ චතුරස්‍රය සමාන්තරාස්‍රයක් බව

සාධනය: $A\hat{B}C = A\hat{D}C$ (දත්තය)

$B\hat{A}D = B\hat{C}D$ (දත්තය)

$A\hat{B}C + B\hat{A}D + A\hat{D}C + B\hat{C}D = 360^{\circ}$

(චතුරස්‍රයක අභ්‍යන්තර කෝණ වල එකතුව 360° වන බැවින්)

$A\hat{B}C + A\hat{B}C + B\hat{A}D + B\hat{A}D = 360^{\circ}$

$2A\hat{B}C + 2B\hat{A}D = 360^{\circ}$

$A\hat{B}C + B\hat{A}D = 180^{\circ}$

$\therefore$ මෙම චතුරස්‍රයේ මිත්‍ර කෝණවල එකතුව 180° බැවින්, $AD//BC$ වේ.

එලෙසම $AB//DC$ බව පෙන්විය හැකි ය.

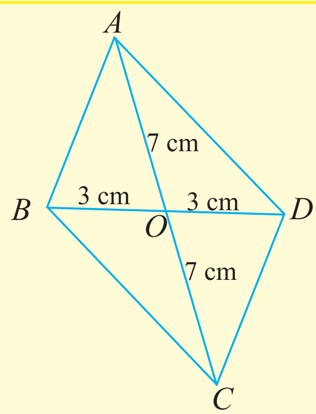
$ABCD$ සමාන්තරාස්‍රයකි.

ප්‍රමේයය

චතුරස්‍රයක විකර්ණ එකිනෙක සමච්ඡේදනය වේ නම් එම චතුරස්‍රය සමාන්තරාස්‍රයක් වේ.

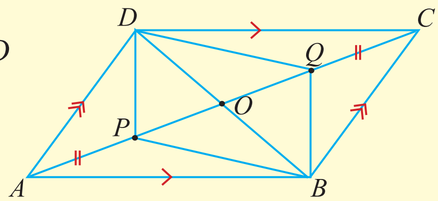
නිදසුන 4

$ABCD$ චතුරස්‍රයේ $AO = OC = 7\text{cm}$ ද $BO = OD = 3\text{cm}$ ද නම් $ABCD$ චතුරස්‍රය, සමාන්තරාස්‍රයක් වේ.



නිදසුන 5

$ABCD$ සමාන්තරාස්‍රයේ $AP = QC$ නම් $PBQD$ සමාන්තරාස්‍රයක් බව පෙන්වන්න.



$OB = OD$ ——— (1)

$OA = OC$ ($ABCD$ සමාන්තරාස්‍රයේ විකර්ණ එකිනෙක සමච්ඡේදනය වන බැවින්)

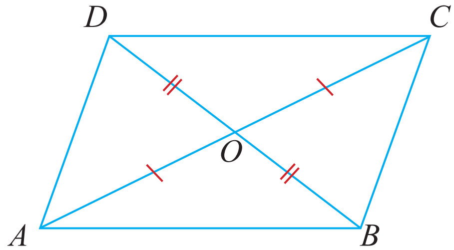
$AP + PO = CQ + QO$

$AP = CQ$ (දත්තය)

$OP = OQ$ ——— (2)

(1) සහ (2) මගින්, $PBQD$ සමාන්තරාස්‍රයකි. (විකර්ණ එකිනෙක සමච්ඡේදනය වන බැවින්)

"චතුරස්‍රයක විකර්ණ එකිනෙක සමච්ඡේදනය වේ නම් එම චතුරස්‍රය සමාන්තරාස්‍රයකි" යන ප්‍රමේයය විධිමත් ලෙස සාධනය පහත දැක්වෙයි.



දත්තය: $ABCD$ චතුරස්‍රයේ $AO = OC$ සහ $BO = OD$ වේ.

සා.ක.යු: $ABCD$ චතුරස්‍රය සමාන්තරාස්‍රයක් බව

සාධනය: $AOD\Delta$ සහ $BOC\Delta$ සලකමු.

$AO = OC$ (දත්තය)

$DO = OB$ (දත්තය)

$A\hat{O}D = B\hat{O}C$ (ප්‍රතිමුඛ කෝණ)

$\therefore AOD\Delta \equiv BOC\Delta$ (පා. කෝ. පා. අවස්ථාව)

මෙම අංගසම ත්‍රිකෝණවල අනුරූප අංග සමාන කිරීමෙන්,

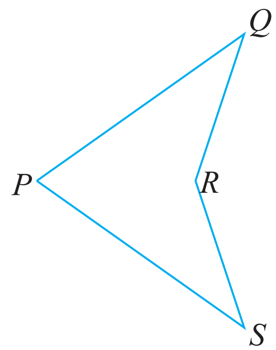
$D\hat{A}O = B\hat{C}O$ වේ. එම කෝණ ඒකාන්තර කෝණ වන බැවින් $AD//BC$ වේ.

එලෙසම $COD\Delta$ සහ $AOB\Delta$ අංගසම බව පෙන්වීමෙන් $AB//DC$ බව පෙන්විය හැකි ය.

$\therefore$ මෙම චතුරස්‍රයේ සම්මුඛ පාද සමාන්තර බැවින්,

$ABCD$ සමාන්තරාස්‍රයකි.

ඉහත දැක්වූ ප්‍රමේයයන් තුන ම සමාන්තරාස්‍රයක ලක්ෂණ භාවිත කරමින් දක්වා ඇත. එහෙත් ඉහත පාඩමේ දී සමාන්තරාස්‍රයක ලක්ෂණ හතරක් පෙන්වා දී ඇත. ඉන් එක ලක්ෂණයක් වන විකර්ණ මගින් වර්ගඵලය සමච්ඡේදනය වේ යන ලක්ෂණය චතුරස්‍රයක තිබුණ ද එය සමාන්තරාස්‍රයක් නොවිය හැකි ය. පහත රූපයේ පරිදි $PQRS$ චතුරස්‍රයේ PR විකර්ණය මගින් චතුරස්‍රය, වර්ගඵලයන් සමාන කොටස් දෙකකට වෙන් කළ හැකි ය. එහෙත් මෙම චතුරස්‍රය පැහැදිලිව ම සමාන්තරාස්‍රයක් නොවේ.

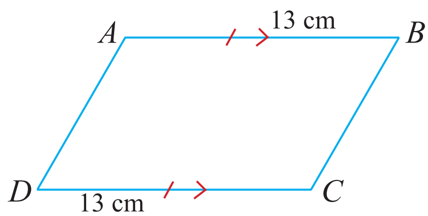


ඉහත ප්‍රමේයය තුනට අමතරව පහත දැක්වෙන ප්‍රමේයය මගින් ද චතුරස්‍රයක්, සමාන්තරාස්‍රයක් වේ දැයි සොයා ගත හැකි ය.

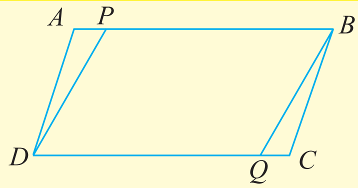
ප්‍රමේයය

චතුරස්‍රයක එක් සම්මුඛ පාද යුගලයක් සමාන ද සමාන්තර ද වේ නම් එම චතුරස්‍රය සමාන්තරාස්‍රයක් වේ.

$ABCD$ චතුරස්‍රයේ $AB = DC = 13\text{cm}$ ද $AB//CD$ ද නම් $ABCD$ චතුරස්‍රය, සමාන්තරාස්‍රයක් වේ.



නිදසුන 6



$ABCD$ සමාන්තරාස්‍රයකි. $AP = CQ$ නම්
$BQDP$ සමාන්තරාස්‍රයක් බව පෙන්වන්න.

$ABCD$ සමාන්තරාස්‍රයක් බැවින්,

$AB // DC$ ——— ① (සමාන්තරාස්‍රයක සම්මුඛ පාද සමාන්තර බැවින්)

$AB = DC$ (සමාන්තරාස්‍රයක සම්මුඛ පාද සමාන බැවින්)

$AP + PB = DQ + QC$

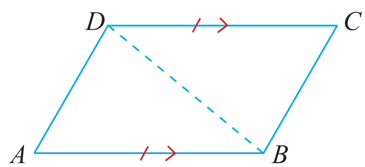
$AP = QC$ (දත්තය)

$PB = DQ$ ——— ②

① සහ ② මගින්

$BQDP$ සමාන්තරාස්‍රයකි. (එක් සම්මුඛ පාද යුගලයක් සමාන ද සමාන්තර ද වන බැවින්)

"චතුරස්‍රයක සම්මුඛ පාද යුගලයක් සමාන ද සමාන්තර ද නම් එම චතුරස්‍රය සමාන්තරාස්‍රයකි" යන ප්‍රමේයය විධිමත් ලෙස සාධනය පහත දැක්වෙයි.



දත්තය: $ABCD$ චතුරස්‍රයේ $AB = DC$ සහ $AB // DC$ වේ.

සා.ක.යු: $ABCD$ චතුරස්‍රය සමාන්තරාස්‍රයක් බව

නිර්මාණය: BD විකර්ණය අඳිමු.

සාධනය: $ABD\Delta$ සහ $BCD\Delta$ සලකමු.

$AB = DC$ (දත්තය)

$A\hat{B}D = B\hat{D}C$ (ඒකාන්තර කෝණ)

$BD = BD$ (පොදු පාදය)

$\therefore ABD\Delta \equiv BCD\Delta$ (පා. කෝ. පා. අවස්ථාව)

මෙම අංගසම ත්‍රිකෝණවල අනුරූප අංග සමාන කිරීමෙන්,

$A\hat{D}B = C\hat{B}D$ වේ. එම කෝණ ඒකාන්තර කෝණ වන බැවින් $AD // BC$ වේ.

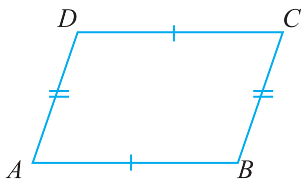
තවද $AB // DC$ (දත්තය)

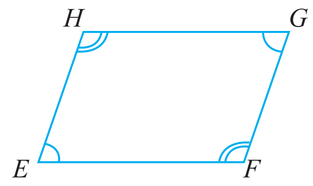
$\therefore$ මෙම චතුරස්‍රයේ සම්මුඛ පාද සමාන්තර බැවින්, $ABCD$ සමාන්තරාස්‍රයකි.

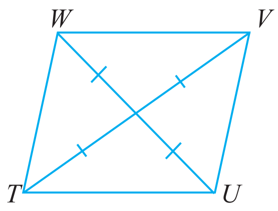
ඉහත දී දක්වා ඇති ප්‍රමේයයන් සහ නිදසුන් අධ්‍යයනය කිරීමෙන් පසු පහත අභ්‍යාසවල යෙදෙන්න.

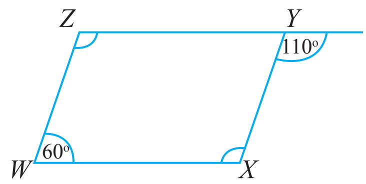
21.1 අභ්‍යාසය

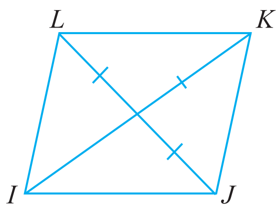
1. පහත දැක්වෙන චතුරස්‍ර අතරින් සමාන්තරාස්‍ර තෝරන්න. සමාන්තරාස්‍ර වීමට හේතුව ද දක්වන්න.

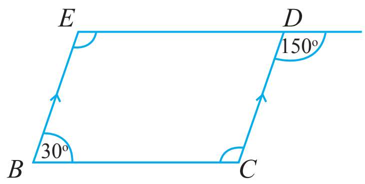
(i)


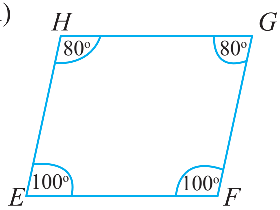
(ii)


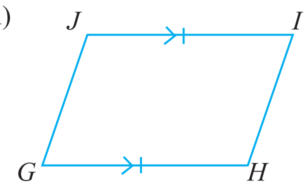
(iii)


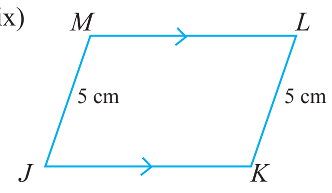
(iv)


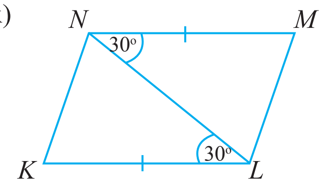
(v)


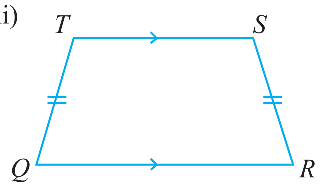
(vi)


(vii)


(viii)


(ix)


(x)


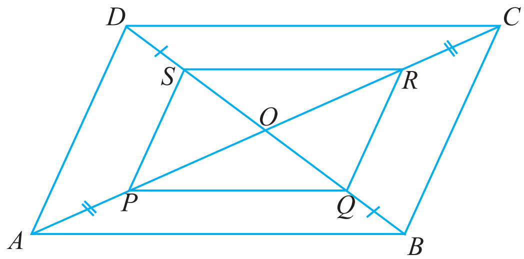
(xi)


2. $PQRS$ සමාන්තරාස්‍රයේ PR සහ QS විකර්ණ K හිදී ඡේදනය වේ. PQ සහ SR පාද පිළිවෙළින් X සහ Y හිදී ඡේදනය වන පරිදි K හරහා ඕනෑ ම රේඛාවක් ඇඳ ඇත. $XPYR$ සමාන්තරාස්‍රයක් බව සාධනය කරන්න.

3. ABC ත්‍රිකෝණයේ AB සහ AC පාදවල මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය පිළිවෙළින් D සහ E වේ. AB ට සමාන්තරව C හරහා ඇඳි රේඛාවට දික් කළ DE රේඛාව F හිදී හමුවේ. $BCFD$ සමාන්තරාස්‍රයක් බව සාධනය කරන්න.

4. $ABCD$ චතුරස්‍රයේ AC ට සමාන්තරව B සහ D හරහා ඇඳි සරල රේඛා දෙක මගින් DB ට සමාන්තරව A සහ C හරහා ඇඳි සරල රේඛා දෙක P, Q, R සහ S ලක්ෂ්‍යවල දී ඡේදනය වේ. $PQRS$ සමාන්තරාස්‍රයක් බව සාධනය කරන්න.

5. $ABCD$ සමාන්තරාස්‍රයේ AC සහ BD විකර්ණ O හිදී ඡේදනය වේ. AC මත $AP = RC$ වන පරිදි P සහ R ලක්ෂ්‍ය දෙකක් ද BD මත $BQ = SD$ වන පරිදි Q සහ S ලක්ෂ්‍ය දෙකක් ද රූපයේ පරිදි පිහිටා ඇත.
(i) $OP = OR$ බවද
(ii) $OQ = OS$ බවද
(iii) $PQRS$ සමාන්තරාස්‍රයක් බවද පෙන්වන්න.



6. PQR ත්‍රිකෝණයේ P හරහා QR ට සමාන්තර ලෙස ඇඳි සරල රේඛාව ද R හරහා PQ ට සමාන්තර ලෙස ඇඳි සරල රේඛාව ද B හි දී හමුවේ. Q හරහා ඇඳි සරල රේඛාවක් දික්කළ BR සහ දික්කළ BP පිළිවෙළින් A සහ C හිදී හමුවේ. $BR = AR$ නම්,
(i) $PR//CA$ බව ද
(ii) $PRQC$ සමාන්තරාස්‍රයක් බව ද සාධනය කරන්න.

සාරාංශය

- චතුරස්‍රයක සම්මුඛ පාද සමාන නම් එම චතුරස්‍රය සමාන්තරාස්‍රයකි.
- චතුරස්‍රයක සම්මුඛ කෝණ සමාන නම් එම චතුරස්‍රය සමාන්තරාස්‍රයකි.
- චතුරස්‍රයක විකර්ණ එකිනෙක සමච්ඡේදනය වේ නම් එම චතුරස්‍රය සමාන්තරාස්‍රයක් වේ.
- චතුරස්‍රයක එක් සම්මුඛ පාද යුගලයක් සමාන ද සමාන්තර ද වේ නම් එම චතුරස්‍රය සමාන්තරාස්‍රයක් වේ.

22 සමීකරණ

මෙම පාඩම අධ්‍යයනය කිරීමෙන් ඔබට,
- එකිනෙකට වෙනස් වූ සංගුණක සහිත සමගාමී සමීකරණ විසඳීමට,
- දෙන ලද තොරතුරු අතර සම්බන්ධය සමගාමී සමීකරණ යුගලයකින් ප්‍රකාශ කර විසඳීමට,
- සාධක භාවිතයෙන් වර්ගජ සමීකරණ විසඳීමට

හැකියාව ලැබේ.

22.1 සමීකරණ

වීජීය ප්‍රකාශන "=" ලකුණකින් සම්බන්ධ කිරීමෙන් වීජීය සමීකරණ ලැබෙන බව ඔබ උගෙන ඇත. සමීකරණයක් විසඳීම යනු අඥාතයේ අගය සොයා ගැනීම සඳහා කරනු ලබන ක්‍රියා පිළිවෙළයි. එහි දී සමීකරණයෙහි අඥාතය සඳහා ලැබුනු අගය සමීකරණයේ මූල හෝ විසඳුම් ලෙස හඳුන්වනු ලැබේ. විචල්‍ය දෙකකින් යුත් සමීකරණ යුගලක් සමගාමී සමීකරණ යුගලයක් ලෙස මීට ඉහත උගෙන ඇත.

වරහන් සහිත, භාග සහිත සරල සමීකරණ විසඳීම, සංගුණක සමාන, සමගාමී සමීකරණ විසඳීම මීට ඉහත දී ඔබ උගෙන ඇති බැවින්, මෙතෙක් උගත් කරුණු පුනරීක්ෂණය කිරීමට පහත අභ්‍යාසයේ යෙදෙන්න.

පුනරීක්ෂණ අභ්‍යාසය

1. පහත දැක්වෙන සමීකරණ විසඳන්න.

(i) $2(a + 4) = 18$ (ii) $3(4 - a) = 6$

(iii) $5(x - 2) + 5 = 10$ (iv) $\frac{a}{2} + \frac{a}{2} = 4$

(v) $\frac{3x}{5} - \frac{2x}{5} = 2$ (vi) $\frac{2x}{3} + \frac{x}{2} - \frac{x}{6} = 2$

2. පහත දැක්වෙන සංගුණක සමාන සමගාමී සමීකරණ විසඳන්න.

(i) $a + b = 5$
$a - b = 1$

(ii) $m + n = 7$
$m - n = 5$

(iii) $x - y = 8$
$x + y = 12$

(iv) $2x - y = 10$
$x - y = -1$

(v) $a - 2b = -1$
$a - 5b = -7$

(vi) $3m + n = 5$
$m + n = -3$

(vii) $5m - 2n = 11$
$5m + 3n = 21$

(viii) $2x - 3y = -8$
$y - 2x = 0$

(ix) $\frac{x}{2} + y = 3$
$3y - \frac{x}{2} = 1$

(x) $\frac{2a}{3} - \frac{1}{2}b = -2$
$\frac{1}{2}b + \frac{2}{3}a = 10$

සමගාමී සමීකරණ යුගලයෙහි අනුරූප අඥාත දෙකෙහි ම සංගුණක සමාන නොවූ විට එක් අඥාතයක සංගුණක සමාන කර ගනිමින් සමීකරණ විසඳීම සිදු කරනු ලබයි. මේ අනුව සමගාමී සමීකරණ විසඳීම තවදුරටත් පහත නිදසුන් මගින් පැහැදිලි කර ගනිමු.

නිදසුන 1

$2x + 3y = 8$

$3x - y = 1$ විසඳන්න.

$2x + 3y = 8$ ——— ①

$3x - y = 1$ ——— ②

මෙම සමීකරණ දෙකෙහි අනුරූප අඥාත පද දෙකෙන් එකකවත් සංගුණක සමාන වන්නේ නැත. එවන් අවස්ථාවල එක් සමීකරණයක් හෝ සමීකරණ දෙක ම හෝ සුදුසු සංඛ්‍යාවකින් ගුණ කර එක් අඥාතයක සංගුණක සමාන කර ගත යුතු ය.

ඉහත සමීකරණ දෙකට අදාළව ② වන සමීකරණය 3න් ගුණ කිරීමෙන් එහි yහි සංගුණක පහසුවෙන් සමාන කර ගත හැකි ය. එවිට,

② × 3න්

$9x - 3y = 3$ ——— ③ ලැබේ.

දැන් ① වන සමීකරණය හා ③ වන සමීකරණයේ yහි සංගුණකය සමාන ය. එවිට සංගුණක සමාන පදවල ලකුණු අසමාන බැවින් සමීකරණ දෙක එකතු කිරීමෙන් y අඥාතය ඉවත් කර ගත හැකි ය. එනම්,

$2x + 3y = 8$ ——— ①

$9x - 3y = 3$ ——— ③ සැළකූ විට,

① + ③ න් ;

$2x + 3y + 9x - 3y = 8 + 3$

$11x = 11$

$\frac{11x}{11} = \frac{11}{11}$

$x = 1$

$x = 1$, ① සමීකරණයට ආදේශයෙන්

$$2x + 3y = 8$$
$$(2 \times 1) + 3y = 8$$
$$2 + 3y = 8$$
$$3y = 8 - 2$$
$$3y = 6$$
$$\frac{3y}{3} = \frac{6}{3}$$
$$y = 2$$

විසඳුම් $x = 1$ හා $y = 2$ වේ.

මෙවැනි සමීකරණ විසඳීමට තවත් ක්‍රමයක් පවතින අතර 2 වන නිදසුනේ දී එම ක්‍රමය පිළිබඳ විමසා බලමු.

නිදසුන 2

$2m - 3n = 2$
$m + 2n = 15$ විසඳන්න.

I ක්‍රමය

$2m - 3n = 2$ ——— ①

$m + 2n = 15$ ——— ②

② $\times 2$, $2m + 4n = 30$ ——— ③

③ $-$ ①, $2m + 4n - (2m - 3n) = 30 - 2$

$$2m + 4n - 2m + 3n = 28$$
$$7n = 28$$
$$\frac{7n}{7} = \frac{28}{7}$$
$$n = 4$$

$n = 4$, ① සමීකරණයේ ආදේශ කිරීමෙන්,

$$2m - 3n = 2$$
$$2m - (3 \times 4) = 2$$
$$2m - 12 = 2$$
$$2m = 2 + 12$$
$$2m = 14$$
$$\frac{2m}{2} = \frac{14}{2}$$
$$m = 7$$

විසඳුම් $n = 4$ හා $m = 7$ වේ.

II ක්‍රමය

$2m - 3n = 2$ ——— ①

$m + 2n = 15$ ——— ②

②න් $m = 15 - 2n$ ——— ③

③න් mහි අගය ①ට ආදේශයෙන්,

$$2m - 3n = 2$$
$$2(15 - 2n) - 3n = 2$$
$$30 - 4n - 3n = 2$$
$$30 - 7n = 2$$
$$30 - 2 = 7n$$
$$28 = 7n$$
$$\frac{28}{7} = \frac{7n}{7}$$
$$4 = n$$
$$\therefore n = 4$$

$n = 4$, ③ට ආදේශයෙන්,

$$m = 15 - 2n$$
$$= 15 - (2 \times 4)$$
$$= 15 - 8$$
$$m = 7$$

එනම්, විසඳුම් $n = 4$ හා $m = 7$ වේ.

නිදසුන 3

$7x - 2y = 22$
$4x - 3y = 7$ විසඳන්න.

$7x - 2y = 22$ ——— ①

$4x - 3y = 7$ ——— ②

ඉහත සමීකරණ දෙකෙන් එක් අඥාතයකවත් සංගුණක සමාන නැත. එනම් එක් සමීකරණයක් පමණක් සුදුසු සංඛ්‍යාවකින් ගුණ කිරීමෙන් ද අඥාතයක සංගුණක සමාන කර ගත නොහැකි ය. එම නිසා සමීකරණ දෙක ම සුදුසු සංඛ්‍යාවලින් ගුණ කර එක් අඥාතයක සංගුණක සමාන වන ලෙස නව සමීකරණ දෙකක් ලබා ගත යුතු ය. එය පහත පරිදි වේ.

① $\times$ 3න්,

$21x - 6y = 66$ ——— ③

② $\times$ 2න්,

$8x - 6y = 14$ ——— ④

③ $-$ ④න්,

$21x - 6y - (8x - 6y) = 66 - 14$

$21x - \cancel{6y} - 8x + \cancel{6y} = 52$

$13x = 52$

$\frac{13x}{13} = \frac{52}{13}$

$\therefore x = 4$

$x = 4$, ② සමීකරණයට ආදේශයෙන්,

$4x - 3y = 7$

$(4 \times 4) - 3y = 7$

$16 - 7 = 3y$

$9 = 3y$

$\frac{9}{3} = \frac{3y}{3}$

$3 = y$

එවිට විසඳුම් $x = 4$ හා $y = 3$ වේ.

22.1 අභ්‍යාසය

1. පහත දැක්වෙන සමගාමී සමීකරණ විසඳන්න.

(i) $p + q = 8$
$2p - 3q = 6$

(ii) $3x - 2y = 13$
$2x + y = 11$

(iii) $4a - b = 7$
$3a + 2b = 19$

(iv) $4a - 3b = 9$
$b - 2a = -5$

(v) $5t - 3u = -20$
$4t + 3u = -7$

(vi) $3x - 4y = 17$
$5x + 6y = 3$

(vii) $4x - 3y = 7$
$2y - 3x = -4$

(viii) $4a = 14 + 7b$
$5b = 3a - 11$

(ix) $2x + 3y = 13$
$3x + 2y = 12$

(x) $4c - 3d = 7$
$3c - 2d = 6$

22.2 සමගාමී සමීකරණ ගොඩනැගීම හා විසඳීම

නිදසුන 1

ඇපල් ගෙඩියක හා දොඩම් ගෙඩියක මිල රුපියල් 50කි. ඇපල් ගෙඩියක මිලෙන් දොඩම් ගෙඩියක මිල අඩු කළ විට රුපියල් 10කි. ඇපල් ගෙඩියක හා දොඩම් ගෙඩියක මිල සොයන්න.

ඇපල් ගෙඩියක මිල රුපියල් x ලෙසත් දොඩම් ගෙඩියක මිල රුපියල් y ලෙසත් ගනිමු.

$x + y = 50$ ——— ①

$x - y = 10$ ——— ②

① + ②න්, $x + \cancel{y} + x - \cancel{y} = 50 + 10$

$$2x = 60$$

$$\frac{2x}{2} = \frac{60}{2}$$

$$x = 30$$

$x = 30$, ① සමීකරණයට ආදේශයෙන්,

$x + y = 50$

$30 + y = 50$

$y = 50 - 30$

$y = 20$

ඇපල් ගෙඩියක මිල රුපියල් 30
දොඩම් ගෙඩියක මිල රුපියල් 20

නිදසුන 2

සෘජුකෝණාස්‍ර හැඩැති ඔසු උයනක දිග එහි පළලට වඩා 5 mක් වැඩි ය. එහි පරිමිතිය 110 m වේ. ඔසු උයනේ දිග හා පළල සොයන්න.

ඔසු උයනේ දිග මීටර a ද පළල මීටර b ලෙසද ගනිමු.

$a = b + 5$ ——— ①

$2(a + b) = 110$ ——— ②

② ÷ 2න් ;

$a + b = 55$ ——— ③

① හි අගය ③ සමීකරණයට ආදේශයෙන්,

$$a + b = 55$$

$$b + 5 + b = 55$$

$$2b + 5 = 55$$

$$2b = 55 - 5$$

$$2b = 50$$

$$\frac{2b}{2} = \frac{50}{2}$$

$$b = 25$$

$b = 25$ ①ට ආදේශයෙන්,

$$a = b + 5$$

$$a = 25 + 5$$

$$a = 30$$

ඔසු උයනේ දිග 30 m ද පළල 25 m ද වේ.

නිදසුන 3

එක්තරා මහ පිරිවෙණක ගිහි සිසුන් හා පැවිදි සිසුන්ගේ එකතුව 88කි. ගිහි සිසුන් මෙන් හත්ගුණයක් පැවිදි සිසුන් වෙති. එම පිරිවෙනේ ගිහි සිසුන් හා පැවිදි සිසුන් ගණන වෙන වෙන ම සොයන්න.

ගිහි සිසුන් ගණන m හා පැවිදි සිසුන් ගණන n ද නම්,

$m + n = 88$ ——— ①

$7m = n$ ——— ②

① + ②න්, $m + n + 7m = 88 + n$

$$8m = 88 + n - n$$

$$8m = 88$$

$$\frac{8m}{8} = \frac{88}{8}$$

$$m = 11$$

$m = 11$, ②ට ආදේශයෙන්,

$$7m = n$$

$$7 \times 11 = n$$

$$77 = n$$

∴ එම පිරිවෙනේ සිටින ගිහි සිසුන් ගණන = 11

පැවිදි සිසුන් ගණන = 77 වේ.

22.2 අභ්‍යාසය

1. සංඛ්‍යා දෙකක ඓක්‍යය 48කි. එම සංඛ්‍යා දෙකෙහි අන්තරය 10කි. සංඛ්‍යා දෙක සොයන්න.

2. සිවුරක හා අඳනයක මිල රුපියල් 3500කි. අඳන 3ක් හා සිවුරක් ගැනීමට රුපියල් 5500ක් අවශ්‍ය වේ. සිවුරක හා අඳනයක මිල වෙන වෙන ම සොයන්න.

3. පෑන් දෙකක හා පැන්සල් 3ක මිල රුපියල් 70කි. එම වර්ගයේ ම පෑන් 3ක හා පැන්සලක මිල රුපියල් 70කි. පෑනක හා පැන්සලක මිල වෙන වෙන ම සොයන්න.

4. බසයක ගමන් කරන මුළු මගීන් ගණන 80කි. එක්තරා නැවතුමක දී බසයේ සිටින පිරිමින්ගෙන් 10ක් බැස ගිය අතර ගැහැණු 12ක් බසයට නගින ලදි. එවිට බසයේ සිටින ගැහැණු හා පිරිමි සංඛ්‍යාව සමාන විය. බසයේ මුලින් ම සිටි ගැහැනු හා පිරිමි ගණන වෙන වෙන ම සොයන්න.

5. නිල් පෑන් 2ක හා රතු පෑන් 3ක මිල රුපියල් 100කි. එවැනි ම නිල් පෑනක් හා රතු පෑන් 2ක මිල රුපියල් 60කි. නිල් හා රතු පෑනක මිල වෙන වෙන ම සොයන්න.

6. අඹ ගසක මාල ගිරවු හා රැන ගිරවු 11ක් වසා සිටිති. ඔවුන්ගෙන් මාල ගිරවු 3ක් ඉගිල ගිය අතර එක් රැන ගිරවෙක් ගසට පැමිණියේ ය. දැන් ගසේ සිටින රැන ගිරවු ගණන මාල ගිරවු ගණන මෙන් දෙගුණයකි. ගසේ මුලින් සිටි මාල ගිරවු ගණන හා රැන ගිරවු ගණන වෙන වෙන ම සොයන්න.

7. x නම් සංඛ්‍යාව 2න් බෙදා, එයට y සංඛ්‍යාව 4න් බෙදා ලැබෙන අගය එකතු කළ විට 8ක් ලැබේ. x, 5න් බෙදා 6ක් එකතු කළ විට ලැබෙන අගය, y තුනෙන් බෙදා 2න් ගුණකර ලැබෙන අගයට සමාන වේ. x හා y සොයන්න.

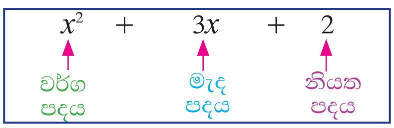
8. පිරිකර පූජාවක දී එකතු වූ මුදල් අතර රුපියල් 5 හා රුපියල් 10 කාසි 40ක් එකතු වී තිබිණි. එකතු වූ කාසිවල මුළු වටිනාකම රුපියල් 275කි. එකතු වී තිබූ රුපියල් 5 හා රුපියල් 10 කාසි ගණන වෙන වෙන ම සොයන්න.

9. එක්තරා ගමක මෝටර් සයිකල් හා ත්‍රීරෝද රථ අතර අනුපාතය 2 : 1කි. එක් දිනක දී මෝටර් සයිකල් 6ක් ගමෙන් පිට වූ අතර ත්‍රීරෝද රථ 6ක් ගමට ඇතුළු විය. එවිට ත්‍රීරෝද රථ හා මෝටර් සයිකල් අතර අනුපාතය 1 : 1 විය. ගමෙහි මුලින් තිබූ මෝටර් සයිකල් හා ත්‍රීරෝද රථ ගණන වෙන වෙන ම සොයන්න.

ත්‍රි පද වර්ගජ ප්‍රකාශනවල සාධක

$3x$ යනු වීජීය පදයක් බව අපි දනිමු. $3x + 2$ යනු ද්විපද වීජීය ප්‍රකාශනයක් බව ද අපි දනිමු.

වර්ගයක් සහිත පදයක් සමඟ පද තුනකින් යුත් ප්‍රකාශනයක් ත්‍රි පද වර්ගජ ප්‍රකාශනයකි. ත්‍රි පද වර්ගජ ප්‍රකාශනයක වීජීය වර්ග පදයක්, මැද පදයක් (ඒකජ වීජීය පදයක්) සහ නියත පදයක් ඇත.



මෙලෙස $ax^2 + bx + c$ ලෙස වූ a, b හා c සියල්ල නිශ්ශුන්‍ය වූ ප්‍රකාශනයකට xහි ත්‍රි පද වර්ගජ ප්‍රකාශනයක් ලෙස තවදුරටත් විස්තර කර ඇති බව මින් පෙර උගෙන ඇත. මෙම ප්‍රකාශනයේ,

a යනු x^2හි සංගුණකය ද

b යනු xහි සංගුණකය ද

c යනු නියත පදය ද වේ.

මේ පරිද්දෙන් ම $ay^2 + by + c$ යනු yහි ත්‍රි පද වර්ගජ ප්‍රකාශනයකි. තවද $ax^2 + bx + c$හි $b = 0$ හෝ $c = 0$ විට ලැබෙන ප්‍රකාශනය ද වර්ගජ ප්‍රකාශනයක් වේ.

මෙලෙස වූ ත්‍රි පද වර්ගජ ප්‍රකාශනවල සාධක සොයන අයුරු මින් පෙර උගෙන ඇත. එය පුනරීක්ෂණය කිරීමට පහත අභ්‍යාසයේ යෙදෙන්න.

පුනරීක්ෂණ අභ්‍යාසය

1. සාධක සොයන්න.

(i) $a^2 + 3a + 2$

(ii) $x^2 + 6x + 8$

(iii) $y^2 - 9y + 14$

(iv) $p^2 - 12p + 35$

(v) $m^2 + 3m - 18$

(vi) $x^2 + 3x - 28$

(vii) $n^2 - 2n - 15$

(viii) $k^2 - 3k - 40$

(ix) $25a^2 - 10a + 1$

(x) $4x^2 + 4x - 3$

22.3 වර්ගජ සමීකරණ

වර්ගජ ප්‍රකාශනයක දකුණු පස ශුන්‍යය (0)ට සමාන කරන ලද $ax^2 + bx + c = 0$ ආකාරයේ සමීකරණයක් ත්‍රි පද වර්ගජ සමීකරණයක් වේ. මෙහි $a \neq 0$ වන අතර b හෝ c ශුන්‍ය විය හැකි ය.

ක්‍රියාකාරකම 1

පහත අවස්ථා අතරින් වර්ගජ සමීකරණ තෝරන්න.

(i) $x^2 + 3x + 2 = 0$

(ii) $y^2 - 4x = 0$

(iii) $x^3 - 2x^2 + 3x + 4 = 0$

(iv) $3x^2 - 2x - 5 = 0$

(v) $a^2 - 18 = 0$

(vi) $x - y^2 + z = 0$

(vii) $3y^2 + 5y = -6$

(viii) $44 = p^2 - 7p$

(ix) $a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 = 0$

(x) $25k^2 - 4k = 0$

(xi) $y^2 - 2y + 1 + y^3 = y^3$

පහත සඳහන් කරුණු නිරීක්ෂණය කරන්න.

$4 \times 0 = 0$
$-2 \times 0 = 0$
$n \times 0 = 0$ වේ.

ඒ අනුව, ඕනෑ ම සංඛ්‍යාවක් ශූන්‍යයෙන් ගුණ කළ විට පිළිතුර 0 වේ. මේ පරිද්දෙන් ම සංඛ්‍යා දෙකක ගුණිතය 0 නම් එම සංඛ්‍යා දෙකෙන් එක් සංඛ්‍යාවක්වත් අනිවාර්යයෙන් 0 විය යුතු ය. එවිට,

$4x = 0$ නම්
$x = 0$ විය යුතු ය. ($4 \neq 0$ නිසා)

ත්‍රි පද වර්ගජ ප්‍රකාශනයක් ද්විපද ප්‍රකාශනවල ගුණිතයක් ලෙස ලිවීමෙන් එහි මූල හෙවත් විසඳුම් පහසුවෙන් ලබා ගත හැකි වේ.

දැන් $x^2 + 6x + 8 = 0$ ත්‍රි පද වර්ගජ සමීකරණය සලකමු.
3 ශ්‍රේණියේ ත්‍රිපද වර්ගජ ප්‍රකාශනවල සාධක සෙවීමේ දැනුම භාවිත කර මෙය $x^2 + 4x + 2x + 8 = 0$ ලෙස ලියා ගත හැකි ය. එය $x(x + 4) + 2(x + 4) = 0$ ලෙස ද නැවත එය $(x + 4)(x + 2) = 0$ ලෙස ලිවිය හැකි වේ.
එවිට, $x + 4 = 0$ හෝ $x + 2 = 0$ විය යුතු ය.
එනම්, $x = -4$ හෝ $x = -2$ විය යුතු වේ.
ඒ අනුව, $x = -4$ හා $x = -2$ ඉහත ත්‍රි පද වර්ගජ සමීකරණයේ විසඳුම් වේ. මේවා මූල ලෙස ද හැඳින්වේ.

නිදසුන 1

$a^2 - 9 = 0$ විසඳන්න.
$a^2 - 9 = 0$
$(a - 3)(a + 3) = 0$
$a - 3 = 0$ හෝ $a + 3 = 0$
$a = 3$ හෝ $a = -3$ වේ.
එබැවින් $a^2 - 9 = 0$ සමීකරණයේ විසඳුම් $a = 3$ හා $a = -3$ වේ.

නිදසුන 2

$y^2 - 4y = 0$ විසඳන්න.
$y^2 - 4y = 0$
$y(y - 4) = 0$
$y = 0$ හෝ $y - 4 = 0$
$y = 0$ හෝ $y = 4$ වේ.
එබැවින් $y = 0$ හා $y = 4$ ඉහත සමීකරණයේ විසඳුම් වේ.

නිදසුන 3

$x^2 - 7x - 30 = 0$ විසඳන්න.

$x^2 - 7x - 30 = 0$

$(x - 10)(x + 3) = 0$

$x - 10 = 0$ හෝ $x + 3 = 0$

$x = 10$ හෝ $x = -3$ වේ.

ඒ අනුව $x = 10$ හා $x = -3$ ඉහත සමීකරණයේ විසඳුම් වේ.

22.3 අභ්‍යාසය

1. පහත සමීකරණයන්හි විසඳුම් සොයන්න.

(i) $(y - 2)(y + 5) = 0$

(ii) $(a + 5)(a + 4) = 0$

(iii) $(x - 2)(x - 3) = 0$

(iv) $(x - 2)(x + 7) = 0$

(v) $x^2 + 6x + 5 = 0$

(vi) $y^2 + 11y + 10 = 0$

(vii) $p^2 + 4p - 60 = 0$

(viii) $q^2 + 7q - 8 = 0$

(ix) $m^2 - 4m - 5 = 0$

(x) $n^2 - 9n - 36 = 0$

(xi) $m^2 - 7m + 12 = 0$

(xii) $15 - 8t + t^2 = 0$

(xiii) $25 - n^2 = 0$

(xiv) $64 - 9m^2 = 0$

(xv) $32 = 2m^2$

(xvi) $25 = (y - 2)^2$

(xvii) $2m^2 + 5m + 2 = 0$

(xviii) $-7m + 3m^2 - 10 = 0$

මිශ්‍ර අභ්‍යාසය

1. පහත දී ඇති සමගාමී සමීකරණ විසඳන්න.

(i) $-3x + 2y = -7$
$2x + 3y = 22$

(ii) $a + 3b = 21$
$3a - 14 = 2a - b$

(iii) $5a + 4 = 2b - 14$
$3(a - 9) = 1 - 4b$

(iv) $2x + 3y = 6$
$7x + 5y = -1$

2. පහත දැක්වෙන වර්ගජ සමීකරණ විසඳන්න.

(i) $3y^2 + 8y + 4 = 0$

(ii) $2x^2 + 10x = 0$

(iii) $3m^2 + 5m = 8$

(iv) $5x^2 - 2x - 3 = 0$

3. සංඛ්‍යා දෙකක පරස්පරවල ඓක්‍යය $\frac{15}{56}$ ද පරස්පරවල අන්තරය $\frac{1}{56}$ ද වේ. මෙම සංඛ්‍යා දෙක සොයන්න.

4. සෘජුකෝණාස්‍රාකාර ගෙබිමක පරිමිතිය 22 m වන අතර එහි වර්ගඵලය 30 m^2වේ. මෙම ගෙබිමේ දිග හා පළල සඳහා සුදුසු අගයන් සමගාමී සමීකරණ යුගලයක් ගොඩනගා විසඳීමෙන් ලබා ගන්න.

සාරාංශය

- සමගාමී සමීකරණ විසඳීමේ දී අඥාත දෙකෙන් එකක් පළමුව ඉවත් කළ යුතු ය.
- සමීකරණ දෙකේ පළමුව ඉවත් කරන අඥාතයේ සංගුණකය ලකුණ සමාන සංඛ්‍යා 2ක් වන විට එක් සමීකරණයකින් අනෙක් සමීකරණය අඩු කිරීමෙන් එම අඥාතය ඉවත් කළ හැකි ය.
- ඉවත් කරන අඥාතයේ සංගුණකය ලකුණෙන් ප්‍රතිවිරුද්ධ විශාලත්වයෙන් සමාන සංඛ්‍යා 2ක් වන විට එම සමීකරණ දෙක එකතු කිරීමෙන් එම අඥාතය ඉවත් කළ හැකි ය.
- වීජීය ප්‍රකාශනයක සාධක සෙවීමේ දී පහත අවස්ථා භාවිත වේ.

  $ax + bx = x(a + b)$

  $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$

  $a^2 + 3a + 2 = (a + 2)(a + 1)$

- ත්‍රි පද වර්ගජ ප්‍රකාශනයක විසඳුම්, මූල ලෙස හඳුන්වයි.

23 වර්ගජ ශ්‍රිතවල ප්‍රස්තාර

මෙම පාඩම අධ්‍යයනය කිරීමෙන් ඔබට,

- දෙන ලද xහි පරාසයක් සඳහා $y = ax^2$ හා $y = ax^2 + b$ ආකාරයේ ශ්‍රිතවල ප්‍රස්තාරය ඇඳීමට,
- $y = ax^2$ හා $y = ax^2 + b$ ආකාරයේ ශ්‍රිතයක ප්‍රස්තාරය ඇසුරින් ශ්‍රිතයේ උපරිම හෝ අවම අගය, සමමිති අක්ෂයේ සමීකරණය හැරුම් ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක සෙවීමට,
- $y = ax^2$ හා $y = ax^2 + b$ ආකාරයේ ශ්‍රිතයක ප්‍රස්තාරය ඇසුරින් ශ්‍රිතයේ දෙන ලද අගය ප්‍රාන්තරයකට අදාළ xහි අගය ප්‍රාන්තරය සෙවීමට,
- $y = ax^2 + b$ ආකාරයේ ශ්‍රිතයක ප්‍රස්තාරය ඇසුරින් $y = 0$ සමීකරණයේ මූල සෙවීමට,
- $y = ax^2$ හා $y = ax^2 + b$ ආකාරයේ ශ්‍රිත නිරීක්ෂණයෙන් උපරිම හෝ අවම අගය, හැරුම් ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක, සමමිති අක්ෂයේ සමීකරණය නිර්ණය කිරීමට

හැකියාව ලැබේ.

23.1 $y = ax^2$ ආකාරයේ ශ්‍රිත

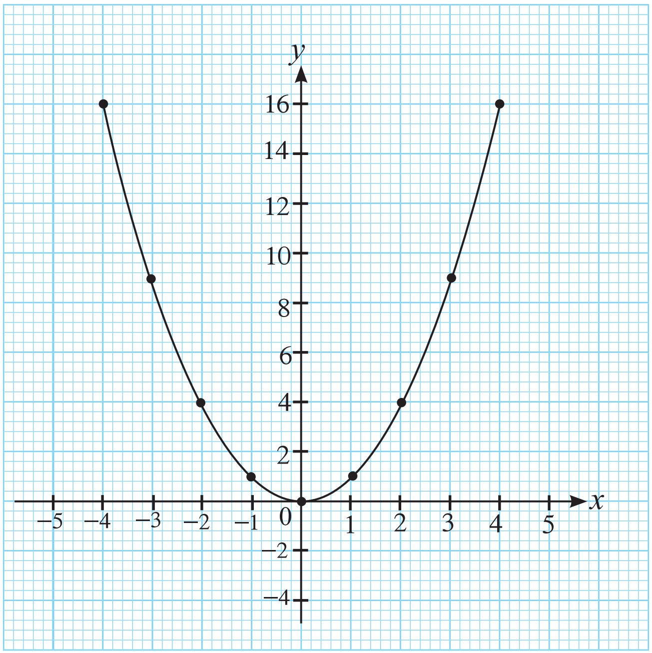
$y = ax^2$ ආකාරයේ ශ්‍රිතවල මෙම කොටසින් අධ්‍යයනය කරනු ලබන්නේ $a > 0$ අවස්ථාවයි.

$y = x^2$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය ඇඳීම සඳහා පළමුව පහත දැක්වෙන ආකාරයේ අගය වගුවක් සකස් කර ගනිමු.

x	x^2	y	ඛණ්ඩාංක
-4	$-4 \times -4 = 16$	16	$(-4, 16)$
-3	$-3 \times -3 = 9$	9	$(-3, 9)$
-2	$-2 \times -2 = 4$	4	$(-2, 4)$
-1	$-1 \times -1 = 1$	1	$(-1, 1)$
0	0	0	$(0, 0)$
1	$1 \times 1 = 1$	1	$(1, 1)$
2	$2 \times 2 = 4$	4	$(2, 4)$
3	$3 \times 3 = 9$	9	$(3, 9)$
4	$4 \times 4 = 16$	16	$(4, 16)$

ඉහත වගුව අනුව,
$(-4, 16)$, $(-3, 9)$, $(-2, 4)$, $(-1, 1)$, $(0, 0)$, $(1, 1)$, $(2, 4)$, $(3, 9)$, $(4, 16)$ ප්‍රස්තාරය ඇඳීමට අවශ්‍ය ලක්ෂ්‍යවල ඛණ්ඩාංක වේ.

මෙම ඛණ්ඩාංක කාටීසීය තලයක ලකුණු කර එම ලක්ෂ්‍ය පිළිවෙළින් සුමටව යා කළ විට පහත දැක්වෙන පරිදි ශ්‍රිතයේ y ප්‍රස්තාරය ලැබේ. එලෙස ලැබෙන වක්‍රය පරාවලයක් ලෙස හැඳින්වේ.



මෙම ප්‍රස්තාරය, y අක්ෂය වටා සමමිතික වේ. සමමිති අක්ෂයේ සමීකරණය $x = 0$ වේ.

- මෙහි අවම ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක (0, 0) වේ.
- ශ්‍රිතයේ අවම අගය (y අගය) 0 වේ.

මීළඟට $y = x^2$, $y = 2x^2$, $y = \frac{1}{2}x^2$ එකම ඛණ්ඩාංක තලයක අඳිමු. ඒ සඳහා සකස් කළ අගය වගු පහත දැක්වේ.

$y = x^2$

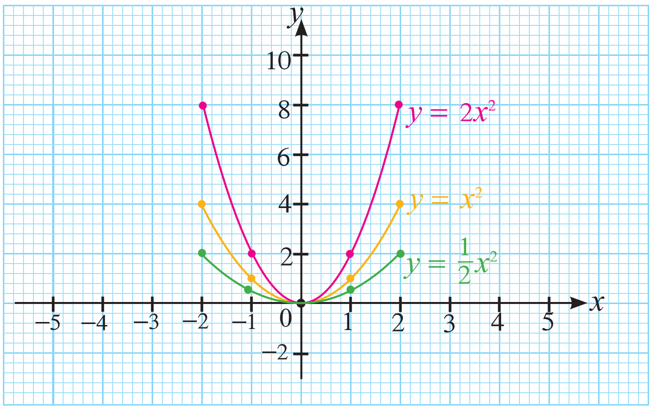
x	x^2	y	ඛණ්ඩාංක
−2	4	4	(−2, 4)
−1	1	1	(−1, 1)
0	0	0	(0, 0)
1	1	1	(1, 1)
2	4	4	(2, 4)

$y = 2x^2$

x	x^2	$2x^2$	y	ඛණ්ඩාංක
−2	4	8	8	(−2, 8)
−1	1	2	2	(−1, 2)
0	0	0	0	(0, 0)
1	1	2	2	(1, 2)
2	4	8	8	(2, 8)

$y = \frac{1}{2}x^2$

x	x^2	$\frac{1}{2}x^2$	y	ඛණ්ඩාංක
-2	4	2	2	$(-2,\ 2)$
-1	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$(-1,\ \frac{1}{2})$
0	0	0	0	$(0,\ 0)$
1	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$(1,\ \frac{1}{2})$
2	4	2	2	$(2,\ 2)$



මෙම ශ්‍රිතවල ප්‍රස්තාර සියල්ල ම අධ්‍යයනය කළ විට $y = ax^2$ ආකාරයේ ශ්‍රිතවල ප්‍රස්තාරයන්හි පහත ලක්ෂණ ඇති බව හඳුනා ගත හැකි වේ.

- අවම ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක (හැරවුම් ලක්ෂ්‍යය / වර්තන ලක්ෂ්‍යය) (0,0) වේ.
- ශ්‍රිතයේ අවම අගය 0 වේ.
- ප්‍රස්තාර y අක්ෂය වටා සමමිතික වේ. සමමිති අක්ෂයේ සමීකරණය $x = 0$ වේ.

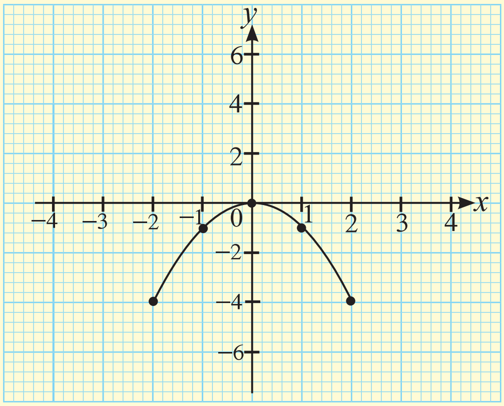
මීළඟට $a < 0$ විට $y = ax^2$ ශ්‍රිතයක ප්‍රස්තාර පිළිබඳ සලකා බලමු.

නිදසුන 1

$y = -x^2$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය අඳින්න.

x	x^2	$-x^2$	y	ඛණ්ඩාංක
-2	4	-4	-4	$(-2,\ -4)$
-1	1	-1	-1	$(-1,\ -1)$
0	0	0	0	$(0,\ 0)$
1	1	-1	-1	$(1,\ -1)$
2	4	-4	-4	$(2,\ -4)$

අගය වගුවේ දැක්වෙන ඛණ්ඩාංක ඇසුරින් අඳින ලද ප්‍රස්තාරය පහත දැක්වේ.



මෙහි උපරිම ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක (0, 0) වේ. මෙය y අක්ෂය වටා සමමිතික වේ. මෙහි සමමිති අක්ෂයේ සමීකරණය $x = 0$ වේ. මෙම ශ්‍රිතයේ උපරිම අගය 0 වේ.

$a < 0$ විට $y = ax^2$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරවල ලක්ෂණ හඳුනා ගැනීම සඳහා $y = -x^2$, $y = -2x^2$ හා $y = -\frac{1}{2}x^2$ ශ්‍රිතයන්ගේ ප්‍රස්තාර එකම කාටීසීය තලයක අඳිමු. ඒ සඳහා සකස් කළ අගය වගු පහත දැක්වේ.

$y = -x^2$

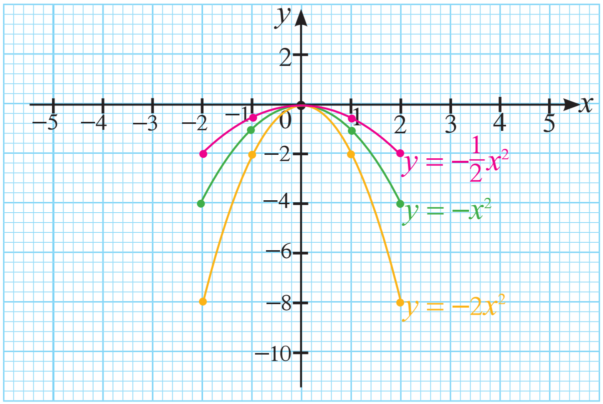
x	x^2	$-x^2$	y	ඛණ්ඩාංක
−2	4	−4	−4	(−2, −4)
−1	1	−1	−1	(−1, −1)
0	0	0	0	(0, 0)
1	1	−1	−1	(1, −1)
2	4	−4	−4	(2, −4)

$y = -2x^2$

x	x^2	$-2x^2$	y	ඛණ්ඩාංක
−2	4	−8	−8	(−2, −8)
−1	1	−2	−2	(−1, −2)
0	0	0	0	(0, 0)
1	1	−2	−2	(1, −2)
2	4	−8	−8	(2, −8)

$y = -\frac{1}{2}x^2$

x	x^2	$-\frac{1}{2}x^2$	y	ඛණ්ඩාංක
−2	4	−2	−2	(−2, −2)
−1	1	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$(-1, -\frac{1}{2})$
0	0	0	0	(0, 0)
1	1	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$(1, -\frac{1}{2})$
2	4	−2	−2	(2, −2)



$a < 0$ විට හෝ $a > 0$ විට $y = ax^2$ ආකාරයේ ශ්‍රිතයක ප්‍රස්තාරය,

- එම ප්‍රස්තාර පරාවල වේ.
- $a > 0$ විට ලැබෙන ප්‍රස්තාරය අවම ලක්ෂ්‍යයක් සහිත පරාවලයකි.
- $a < 0$ විට ලැබෙන ප්‍රස්තාරය උපරිම ලක්ෂ්‍යයක් සහිත පරාවලයකි.
- ප්‍රස්තාර y අක්ෂය වටා සමමිතික වේ. එබැවින් එහි සමමිති අක්ෂයේ සමීකරණය $x = 0$ වේ.
- හැරුම් ලක්ෂ්‍යයේ ($a > 0$ විට අවම ලක්ෂ්‍යය හෝ $a < 0$ විට උපරිම ලක්ෂ්‍යය) ඛණ්ඩාංක (0, 0) වේ.

නිදසුන 2

$y = \frac{1}{5}x^2$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය සලකන්න.

ප්‍රස්තාරය ඇඳීමෙන් තොරව, සමමිති අක්ෂයේ සමීකරණය ද හැරුම් ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංකය ද, හැරුම් ලක්ෂ්‍යය උපරිමයක් ද අවමයක් යන්න ද ලියා දක්වන්න.

මෙය $y = ax^2$ ආකාරයේ ශ්‍රිතයක් නිසා,

- සමමිති අක්ෂයේ සමීකරණය $x = 0$ වේ.
- ප්‍රස්තාරයේ හැරුම් ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක (0, 0) වේ. මෙහි x^2හි සංගුණය ධන අගයක් නිසා (එනම් $a > 0$) ප්‍රස්තාරයේ අවම ලක්ෂ්‍යයක් සහිත ප්‍රස්තාරයකි.

නිදසුන 3

ප්‍රස්තාරය ඇඳීමෙන් තොරව, $y = -\frac{1}{3}x^2$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරයේ,

(i) සමමිති අක්ෂයේ සමීකරණය

(ii) හැරුම් ලක්ෂ්‍යය උපරිමයක් ද නැතහොත් අවමයක් ද යන්න සහ එම හැරුම් ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක ලියා දක්වන්න.

මෙය $y = ax^2$ ආකාරයේ ශ්‍රිතයකි.
(i) සමමිති අක්ෂයේ සමීකරණය $x = 0$ වේ.
(ii) ශ්‍රිතයේ x^2හි සංගුණකය සෘණ අගයක් නිසා, $(a < 0)$ මෙය උපරිම ලක්ෂ්‍යයක් සහිත ප්‍රස්තාරයකි. මෙහි හැරුම් ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක (0, 0) වේ.

23.1 අභ්‍යාසය

1. $y = 3x^2$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය ඇඳීම සඳහා $x = -2$ සිට $x = +2$ තෙක් පරාසය තුළ අගය වගුවක් ගොඩනගන්න. සුදුසු පරිමාණයක් යොදා ගනිමින් ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය අඳින්න. ඇඳින ලද ප්‍රස්තාරය භාවිත කර,
   (i) හැරුම් ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක ලියන්න.
   (ii) ශ්‍රිතයේ උපරිම හෝ අවම අගය ලියන්න.
   (iii) සමමිති අක්ෂයේ සමීකරණය ලියන්න.

2. $-3 \leq x \leq 3$ පරාසය තුළ $y = \frac{1}{3}x^2$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය අඳින්න. අඳින ලද ප්‍රස්තාරය භාවිත කර, (i), (ii), (iii) සඳහා පිළිතුරු සපයන්න.
   (i) ශ්‍රිතයේ සමමිති අක්ෂයේ සමීකරණය ලියන්න.
   (ii) වර්තන ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක ලියන්න.
   (iii) ශ්‍රිතයේ උපරිම හෝ අවම අගය ලියන්න.

3. $y = -3x^2$ ප්‍රස්තාරය ඇඳීම සඳහා පිළියෙළ කර ගත් අසම්පූර්ණ අගය වගුවක් පහත දැක්වේ.

x	x^2	$-3x^2$	y	ඛණ්ඩාංක
−2	4	......	......	....
−1	1	......	......	....
0	......	......	0	....
1	1	......	......	....
2	......	......	−12	....

   (i) වගුව සම්පූර්ණ කර සුදුසු පරිමාණයක් භාවිත කර $y = -3x^2$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය අඳින්න.
   (ii) අඳින ලද ප්‍රස්තාරය භාවිතයෙන්,
      (*a*) හැරුම් ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක ලියා දක්වන්න.
      (*b*) ශ්‍රිතයේ උපරිම හෝ අවම අගය ලියා දක්වන්න.
      (*c*) සමමිති අක්ෂයේ සමීකරණය ලියා දක්වන්න.

4. $-4 \leq x \leq 4$ අගයන් යොදා ගනිමින් $y = -\frac{1}{4}x^2$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය අඳින්න. එමගින්,
   (i) සමමිති අක්ෂයේ සමීකරණය
   (ii) වර්තන ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක
   (iii) ශ්‍රිතයේ උපරිම හෝ අවම අගය
   ලබා ගන්න.

5. (i) $y = 8x^2$ (ii) $y = -7x^2$ (iii) $y = \frac{1}{9}x^2$

(iv) $y = \frac{5}{7}x^2$ (v) $y = -\frac{3}{8}x^2$ (vi) $y = 7x^2$

ඉහත දැක්වෙන එක් එක් ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය ඇඳීමෙන් තොරව ශ්‍රිතය නිරීක්ෂණය කිරීමෙන්,

(*a*) හැරුම් ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක
(*b*) ශ්‍රිතයේ උපරිම හෝ අවම අගය
(*c*) සමමිති අක්ෂයේ සමීකරණය

ලියා දක්වන්න.

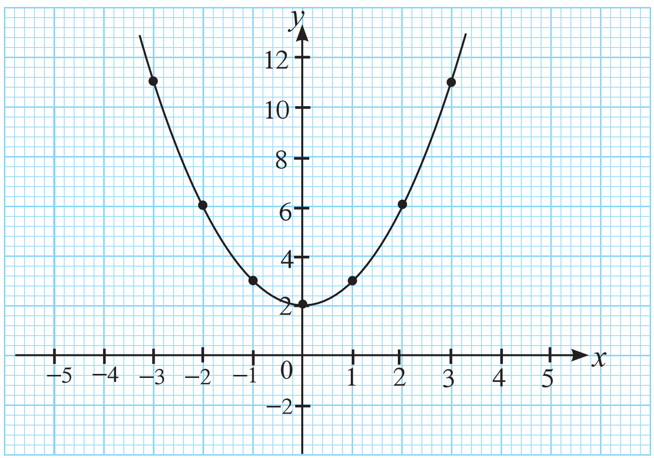
23.2 $y = ax^2 + b$ ආකාරයේ ශ්‍රිතයක ප්‍රස්තාරය

$y = ax^2 + b$ ආකාර ශ්‍රිතයක b අගය ධන විට, ප්‍රස්තාරයක ලක්ෂණ හඳුනා ගැනීමට $y = x^2 + 2$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය අඳිමු.

මේ සඳහා $-3 \le x \le 3$ පරාසය තුළ පිළියෙළ කළ වගුවක් පහත දැක්වේ.

x	x^2	$x^2 + 2$	y	ඛණ්ඩාංක
-3	9	11	11	$(-3, 11)$
-2	4	6	6	$(-2, 6)$
-1	1	3	3	$(-1, 3)$
0	0	2	2	$(0, 2)$
1	1	3	3	$(1, 3)$
2	4	6	6	$(2, 6)$
3	9	11	11	$(3, 11)$

එය භාවිත කර අඳින ලද $y = x^2 + 2$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය පහත දැක්වේ.



මේ අනුව,

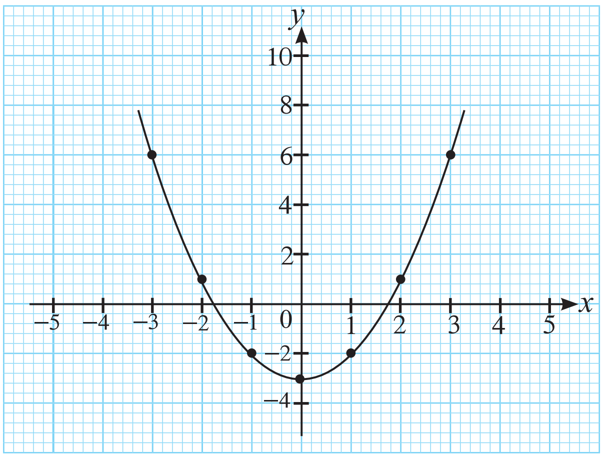
- $y = x^2 + 2$ ප්‍රස්තාරය, අවම ලක්ෂ්‍යයක් ඇති පරාවලයකි.
- එහි සමමිති අක්ෂයේ සමීකරණය $x = 0$ වේ.
- හැරුම් ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංකය (0, 2) වේ.
- ශ්‍රිතයේ අවම අගය 2 වේ.

$y = ax^2 + b$ ආකාර ශ්‍රිතයක b අගය ඍණ වූ විට, ප්‍රස්තාරයේ ලක්ෂණ හඳුනා ගැනීමට $y = x^2 - 3$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය සලකමු.

මේ සඳහා $-3 \leq x \leq 3$ පරාසය තුළ පිළියෙළ කළ වගුවක් පහත දැක්වේ.

x	x^2	$x^2 - 3$	y	ඛණ්ඩාංක
-3	9	6	6	$(-3, 6)$
-2	4	1	1	$(-2, 1)$
-1	1	-2	-2	$(-1, -2)$
0	0	-3	-3	$(0, -3)$
1	1	-2	-2	$(1, -2)$
2	4	1	1	$(2, 1)$
3	9	6	6	$(3, 6)$

පහත දක්වා ඇත්තේ එය භාවිත කර අඳින ලද $y = x^2 - 3$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරයයි.



මේ අනුව,

- $y = x^2 - 3$ ප්‍රස්තාරය අවම ලක්ෂ්‍යයක් සහිත පරාවලයකි.
- එහි සමමිති අක්ෂයේ සමීකරණය $x = 0$ වේ.
- එහි හැරුම් ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංකය $(0, -3)$ වේ.
- ශ්‍රිතයේ අවම අගය -3 වේ.

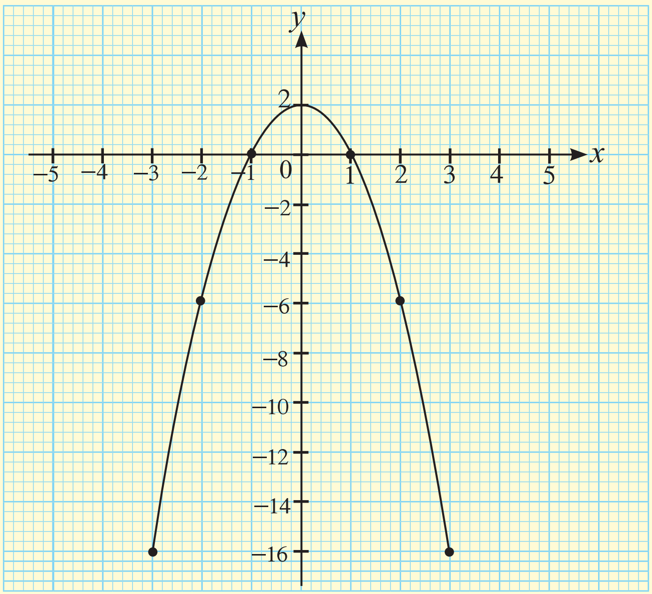
$y = ax^2 + b$ ආකාරයේ ශ්‍රිතවල මෙතෙක් අප අධ්‍යයනය කරන ලද්දේ a ධන අගයක් වූ අවස්ථා වේ. දැන් $y = ax^2 + b$ ආකාරයේ ශ්‍රිතයක a හි අගය සෘණ අගයක් වූ අවස්ථාවක් සලකමු.

නිදසුන 1

$y = -2x^2 + 2$ ශ්‍රිතය සලකමු. මේ සඳහා, $-3 \leq x \leq 3$ පරාසය තුළ පිළියෙළ කළ වගුවක් පහත දැක්වේ.

x	x^2	$-2x^2$	$-2x^2 + 2$	y	ඛණ්ඩාංක
−3	9	−18	−16	−16	(−3, −16)
−2	4	−8	−6	−6	(−2, −6)
−1	1	−2	0	0	(−1, 0)
0	0	0	2	2	(0, 2)
1	1	−2	0	0	(1, 0)
2	4	−8	−6	−6	(2, −6)
3	9	−18	−16	−16	(3, −16)

එය භාවිත කර අඳින ලද $y = -2x^2 + 2$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය පහත දැක්වේ.



මේ අනුව,

- $y^2 = -2x^2 + 2$ උපරිම ලක්ෂ්‍යයක් සහිත පරාවලයකි.
- එහි සමමිති අක්ෂයේ සමීකරණය $x = 0$ වේ.
- හැරුම් ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංකය (0, 2) වේ.
- ශ්‍රිතයේ උපරිම අගය 2 වේ.

$y = ax^2 + b$ ආකාරයේ ශ්‍රිතවල ප්‍රස්තාර,

- a ධන අගයක් වූ විට අවම ලක්ෂ්‍යයක් සහිත පරාවල වේ.
- a සෘණ අගයක් වූ විට උපරිම ලක්ෂ්‍යයක් සහිත පරාවල වේ.
- මෙහි සමමිති අක්ෂයේ සමීකරණය $x = 0$ වේ.
- හැරුම් ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක $(0, b)$ වේ.
- ශ්‍රිතයේ උපරිම හෝ අවම අගය b වේ.

නිදසුන 2

$y = 4x^2 - 3$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරයේ,

(i) සමමිති අක්ෂයේ සමීකරණය

(ii) හැරුම් ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක

(iii) ශ්‍රිතයේ උපරිම හෝ අවම අගය

ලියා දක්වන්න.

(i) $y = 4x^2 - 3$ ශ්‍රිතය, $y = ax^2 + b$ ආකාරයේ ශ්‍රිතයකි. එබැවින් එහි සමමිති අක්ෂයේ සමීකරණය $x = 0$ වේ.

(ii) $y = ax^2 + b$ ආකාරයේ ශ්‍රිතවල ප්‍රස්තාරයන්හි හැරුම් ලක්ෂ්‍යය $(0, b)$ වේ. එබැවින් $y = 4x^2 - 3$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරයේ හැරුම් ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක $(0, -3)$ වේ.

(iii) $y = ax^2 + b$ ආකාරයේ ශ්‍රිතවල ප්‍රස්තාර a ධන අගයක් වූ විට අවම ලක්ෂ්‍යයක් ඇති පරාවල වේ. එබැවින් $y = 4x^2 - 3$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය අවම ලක්ෂ්‍යයක් ඇති පරාවලයකි. ශ්‍රිතයේ අවම අගය -3 වේ.

නිදසුන 3

$y = -3x^2 + 5$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරයේ

(i) සමමිති අක්ෂයේ සමීකරණය

(ii) හැරුම් ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක

(iii) ශ්‍රිතයේ උපරිම හෝ අවම අගය

ලියා දක්වන්න.

(i) $y = -3x^2 + 5$ ශ්‍රිතය, $y = ax^2 + b$ ආකාරයේ ශ්‍රිතයකි. එබැවින් එහි සමමිති අක්ෂයේ සමීකරණය $x = 0$ වේ.

(ii) $y = ax^2 + b$ ආකාරයේ ශ්‍රිතවල ප්‍රස්තාරයන්හි හැරුම් ලක්ෂ්‍යය $(0, b)$ වේ. එබැවින් $y = -3x^2 + 5$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරයේ හැරුම් ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක $(0, 5)$ වේ.

(iii) $y = ax^2 + b$ ආකාරයේ ශ්‍රිතවල ප්‍රස්තාර a සෘණ අගයක් වූ විට උපරිම ලක්ෂ්‍යයක් ඇති පරාවල වේ. එබැවින් $y = -3x^2 + 5$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය උපරිම ලක්ෂ්‍යයක් ඇති පරාවලයකි. ශ්‍රිතයේ උපරිම අගය 5 වේ.

23.2 අභ්‍යාසය

1. (i) $-3 \leq x \leq 3$ අගයන් යොදා ගනිමින් $y = x^2 + 5$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය අඳින්න.
   (ii) අඳින ලද ප්‍රස්තාරය ඇසුරින්,
   (*a*) සමමිති අක්ෂයේ සමීකරණය,
   (*b*) හැරුම් ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක,
   (*c*) ශ්‍රිතයේ උපරිම හෝ අවම අගය
   ලියා දක්වන්න.

2. (i) $-3 \leq x \leq 3$ අගයන් යොදා ගනිමින් $y = x^2 - 2$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය අඳින්න.
   (ii) අඳින ලද ප්‍රස්තාරය ඇසුරින්,
   (*a*) සමමිති අක්ෂයේ සමීකරණය,
   (*b*) හැරුම් ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක,
   (*c*) ශ්‍රිතයේ උපරිම හෝ අවම අගය
   ලියා දක්වන්න.

3. (i) $-3 \leq x \leq 3$ අගයන් යොදා ගනිමින් $y = -2x^2 + 3$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය අඳින්න.
   (ii) අඳින ලද ප්‍රස්තාරය ඇසුරින්,
   (*a*) සමමිති අක්ෂයේ සමීකරණය,
   (*b*) හැරුම් ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක,
   (*c*) ශ්‍රිතයේ උපරිම හෝ අවම අගය
   ලියා දක්වන්න.

4. $y = -2x^2 - 3$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාර ඇඳීම සඳහා සකස් කළ අසම්පූර්ණ අගය වගුවක් පහත දැක්වේ.

x	x^2	$-2x^2$	$-2x^2 - 3$	y
-3	....	....	....	....
-2	....	....	....	....
-1	....	....	....	....
0	0	0	-3	-3
1	....	....	....	....
2	....	....	....	....
3	9	-18	-21	-21

   (i) එය සම්පූර්ණ කර $y = -2x^2 - 3$හි ප්‍රස්තාරය අඳින්න.
   (ii) අඳින ලද ප්‍රස්තාරය ඇසුරින්,
   (*a*) සමමිති අක්ෂයේ සමීකරණය,
   (*b*) හැරුම් ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක,
   (*c*) ශ්‍රිතයේ උපරිම හෝ අවම අගය
   ලියා දක්වන්න.

5. පහත දැක්වෙන ශ්‍රිතවල ප්‍රස්තාරය උපරිමක් සහිත පරාවලයක් ද අවමයක් සහිත පරාවලයක් ද යන්න සඳහන් කරන්න.

(i) $y = \frac{3}{8}x^2 + 3$ (ii) $y = 11x^2 - 4$ (iii) $y = -\frac{2}{9}x^2 + 2$

(iv) $y = -\frac{5}{7}x^2 - 3$ (v) $y = 10x^2 + 3$ (vi) $y = -3x^2 + 11$

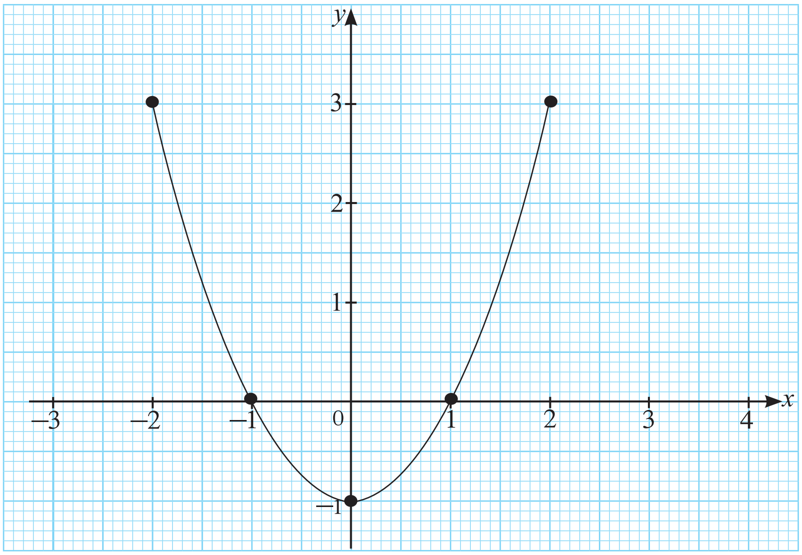
6. පහත දැක්වෙන ශ්‍රිතවල ප්‍රස්තාරය ඇඳීමෙන් තොරව දී ඇති වගුව සම්පූර්ණ කරන්න.

ශ්‍රිතය	සමමිති අක්ෂයේ සමීකරණය	හැරුම් ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක	ශ්‍රිතයේ උපරිම හෝ අවම අගය
$y = 8x^2 - 7$	....	....	....
$y = 4 - 5x^2$	....	....	....
$y = 3x^2 + \frac{1}{5}$	....	....	....
$y = 2x^2 - \frac{1}{4}$	....	....	....
$y = \frac{1}{2}x^2 + 3$	....	....	....
$y = \frac{4}{3}x^2 - 1$	....	....	....
$y = \frac{5}{2}x^2 - \frac{1}{3}$	....	....	....

23.3 $y = ax^2 + b$ ආකාරයේ ශ්‍රිතයක ප්‍රස්තාරය ඇසුරින් ශ්‍රිතයේ දෙන ලද අගය ප්‍රාන්තරයකට අදාළ xහි අගය ප්‍රාන්තරය සෙවීම

අවම අගයක් සහිත ශ්‍රිතයක yහි අගය ප්‍රාන්තරයකට අදාළ xහි අගය ප්‍රාන්තරය හඳුනා ගැනීම සඳහා $y = x^2 - 1$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාර සලකමු. පළමුව $y = x^2 - 1$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය අඳිමු.

x	x^2	x^2-1	y	ඛණ්ඩාංක
-2	4	3	3	$(-2, 3)$
-1	1	0	0	$(-1, 0)$
0	0	-1	-1	$(0, -1)$
1	1	0	0	$(1, 0)$
2	4	3	3	$(2, 3)$



මෙම ප්‍රස්තාරයේ,

(i) $y > 0$ විට ප්‍රස්තාරය ධන අගය ගනී.

(ii) $y < 0$ විට ප්‍රස්තාරය සෘණ අගය ගනී.

පහත සඳහන් අවස්ථා ප්‍රස්තාරය නිරීක්ෂණයෙන් ලබා ගනිමු.

(i) x හි අගය -2 සිට -1 තෙක් වැඩි වීමේදී ශ්‍රිතය ධනව අඩු වේ.

(ii) x හි අගය -1 සිට 0 තෙක් වැඩි වීමේදී ශ්‍රිතය සෘණව අඩු වේ.

(iii) x හි අගය 0 සිට 1 තෙක් වැඩි වීමේදී ශ්‍රිතය සෘණව වැඩි වේ.

(iv) x හි අගය 1 සිට 2 තෙක් වැඩි වීමේදී ශ්‍රිතය ධනව වැඩි වේ.

එසේම,

$-1 < x < 1$ (-1 ත් 1ත් අතර) ප්‍රාන්තරයේදී ශ්‍රිතය සෘණ වේ.

$x < 1$ හා $x > 1$ ප්‍රාන්තරයේදී ශ්‍රිතය ධන වේ.

නිදසුන 1

$y = 4 - x^2$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය අඳින්න. එමගින්,

(i) $y > 0$ (ශ්‍රිතය ධන වන) x හි අගය ප්‍රාන්තරය සොයන්න.

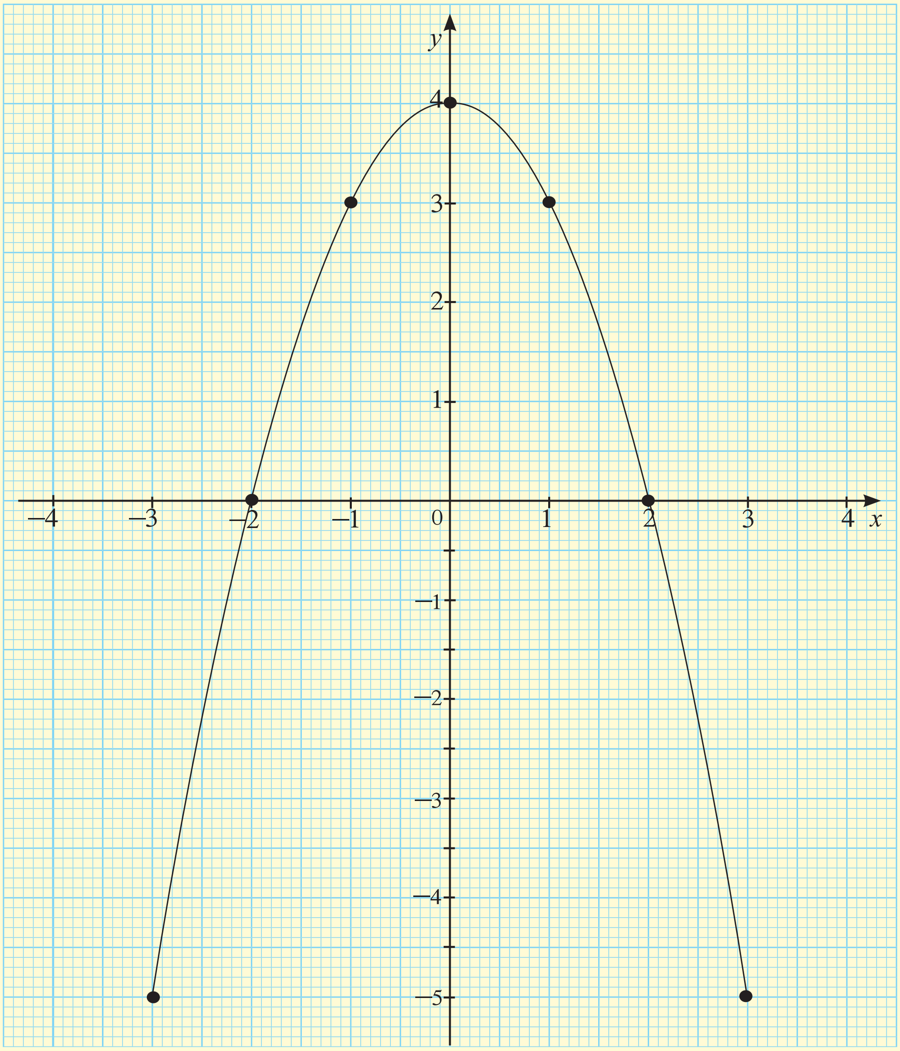
(ii) ශ්‍රිතය සෘණව වැඩි වන x හි අගය ප්‍රාන්තරය කුමක් ද?

(iii) ශ්‍රිතය ධනව වැඩි වන x හි අගය ප්‍රාන්තරය කුමක් ද?

(iv) ශ්‍රිතය ධනව අඩු වන x හි අගය ප්‍රාන්තරය කුමක් ද?

(v) ශ්‍රිතය සෘණව අඩු වන x හි අගය ප්‍රාන්තරය කුමක් ද?

x	$-x^2$	$4-x^2$	ඛණ්ඩාංක
-3	-9	-5	$(-3, -5)$
-2	-4	0	$(-2, 0)$
-1	-1	3	$(-1, 3)$
0	0	4	$(0, 4)$
1	-1	3	$(1, 3)$
2	-4	0	$(2, 0)$
3	-9	-5	$(3, -5)$



(i) $y > 0$ වන්නේ x අක්ෂයේ එනම් $y = 0$ රේඛාවෙන් ඉහළ කොටසේ ය.
එනම් -2ත් $+2$ත් අතර ප්‍රාන්තරයේ වේ.
එය $-2 < x < 2$ ලෙස දැක්විය හැකි ය.

(ii) $-3 < x < -2$ (iii) $-2 < x < 0$

(iv) $0 < x < 2$ (v) $2 < x < 3$

23.3 අභ්‍යාසය

1. $y = x^2 - 4$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය $-3 \leq x \leq 3$ පරාසය තුළ අඳින්න. එමගින්,
 (i) $y > 0$ (ශ්‍රිතය ධන වන) x හි අගය ප්‍රාන්තරය සොයන්න.
 (ii) ශ්‍රිතය සෘණව වැඩි වන x හි අගය ප්‍රාන්තරය කුමක් ද?
 (iii) ශ්‍රිතය ධනව වැඩි වන x හි අගය ප්‍රාන්තරය කුමක් ද?
 (iv) ශ්‍රිතය ධනව අඩු වන x හි අගය ප්‍රාන්තරය කුමක් ද?
 (v) ශ්‍රිතය සෘණව අඩු වන x හි අගය ප්‍රාන්තරය කුමක් ද?

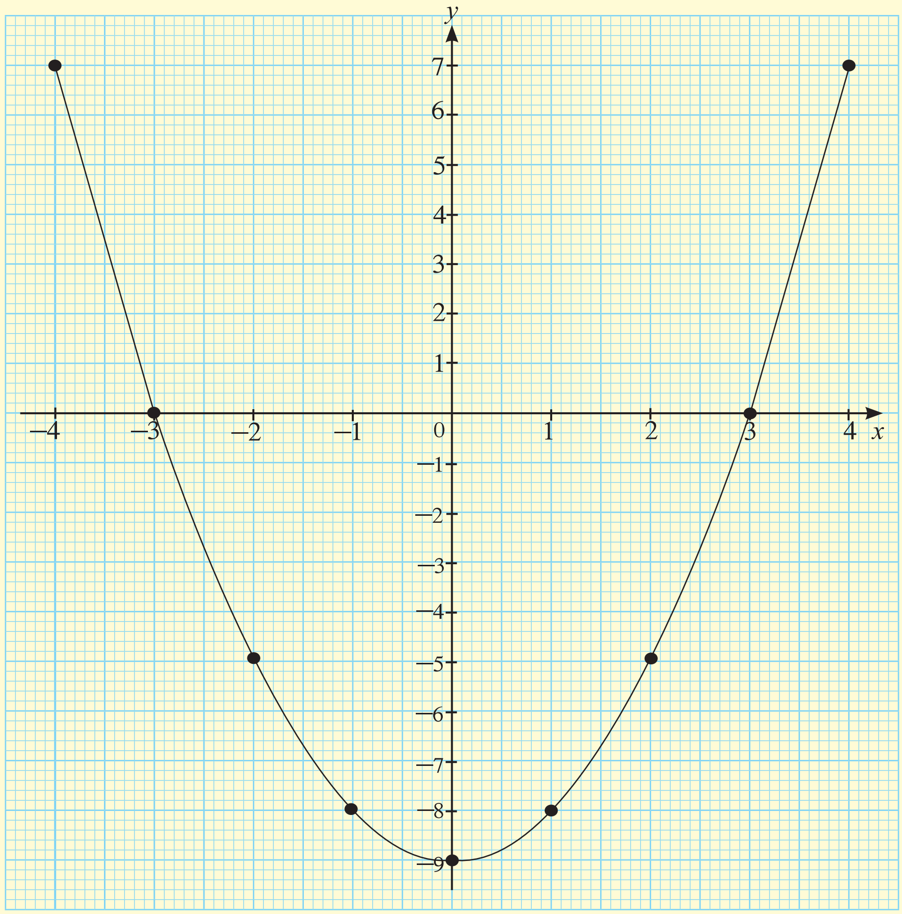
2. $y = -2x^2 + 3$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය $-3 \leq x \leq 3$ පරාසය තුළ අඳින්න. එමගින්,
 (i) $y > 0$ (ශ්‍රිතය ධන වන) x හි අගය ප්‍රාන්තරය සොයන්න.
 (ii) ශ්‍රිතය සෘණව වැඩි වන x හි අගය ප්‍රාන්තරය කුමක් ද?
 (iii) ශ්‍රිතය ධනව වැඩි වන x හි අගය ප්‍රාන්තරය කුමක් ද?
 (iv) ශ්‍රිතය ධනව අඩු වන x හි අගය ප්‍රාන්තරය කුමක් ද?
 (v) ශ්‍රිතය සෘණව අඩු වන x හි අගය ප්‍රාන්තරය කුමක් ද?

23.4 $y = ax^2 + b$ ආකාරයේ ශ්‍රිතයක ප්‍රස්තාරය ඇසුරින් $ax^2 + b = 0$ ආකාරයේ සමීකරණයක මූල සෙවීම

නිදසුන 1

$x^2 - 9 = 0$ සමීකරණය සළකන්න. එහි මූල ප්‍රස්තාරිකව පහත පරිදි සෙවිය හැකි ය. ඒ සඳහා පළමුව $y = x^2 - 9$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය අඳිමු.

x	x^2	$x^2 - 9$	y	ඛණ්ඩාංක
-4	16	$16 - 9 = 7$	7	$(-4, 7)$
-3	9	$9 - 9 = 0$	0	$(-3, 0)$
-2	4	$4 - 9 = -5$	-5	$(-2, -5)$
-1	1	$1 - 9 = -8$	-8	$(-1, -8)$
0	0	$0 - 9 = -9$	-9	$(0, -9)$
1	1	$1 - 9 = -8$	-8	$(1, -8)$
2	4	$4 - 9 = -5$	-5	$(2, -5)$
3	9	$9 - 9 = 0$	0	$(3, 0)$
4	16	$16 - 9 = 7$	7	$(4, 7)$



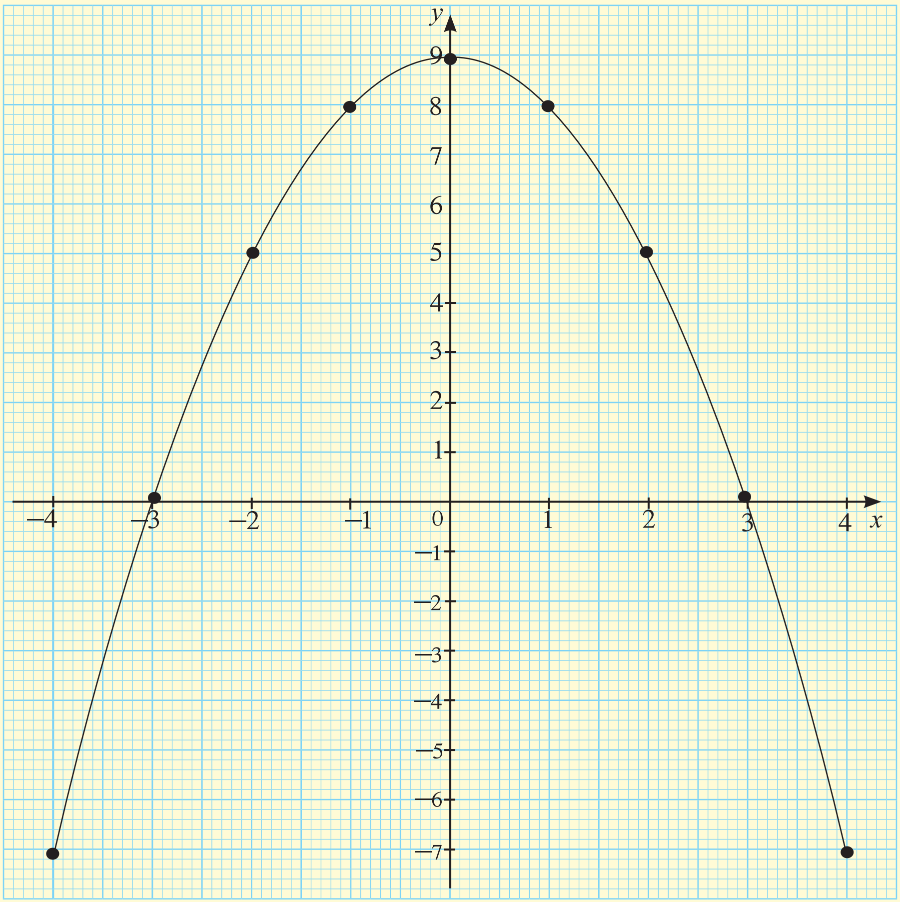
මෙම ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය මගින් x අක්ෂය $+3$ හා -3 ලක්ෂ්‍ය දෙකේදී ඡේදනය වේ. එම අවස්ථා දෙකේදී ම yහි බණ්ඩාංකය 0 වේ.

එනම් $x = +3$ විටත් $x = -3$ විටත් $x^2 - 9 = 0$ වේ. මේ අනුව, $x^2 - 9 = 0$ සමීකරණයේ මූල $+3$ සහ -3 වන බව පෙනේ.

නිදසුන 2

$9 - x^2 = 0$ සමීකරණයේ මූල ප්‍රස්තාරිකව සොයමු. ඒ සඳහා පළමුව $y = 9 - x^2$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය අඳිමු.

x	x^2	$9 - x^2$	y	ඛණ්ඩාංක
-4	16	$9 - 16 = -7$	-7	$(-4, -7)$
-3	9	$9 - 9 = 0$	0	$(-3, 0)$
-2	4	$9 - 4 = 5$	5	$(-2, 5)$
-1	1	$9 - 1 = 8$	8	$(-1, 8)$
0	0	$9 - 0 = 9$	9	$(0, 9)$
1	1	$9 - 1 = 8$	8	$(1, 8)$
2	4	$9 - 4 = 5$	5	$(2, 5)$
3	9	$9 - 9 = 0$	0	$(3, 0)$
4	16	$9 - 16 = -7$	-7	$(4, -7)$



$y = 9 - x^2$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය x අක්ෂය ඡේදනය කරන ලක්ෂ්‍ය දෙක වන්නේ -3 සහ $+3$ වේ. මෙම ලක්ෂ්‍ය දෙකේ y ඛණ්ඩාංකය 0 වේ. $x = -3$ විට දීත් $x = +3$ විට දීත් $9 - x^2 = 0$ වේ. එනම් $9 - x^2 = 0$ සමීකරණයේ මූල $+3$ සහ -3 වේ.

23.4 අභ්‍යාසය

1. $-3 \leq x \leq 3$ අගයන් ඇසුරින් $y = x^2 - 4$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය ඇඳීම සඳහා ගොඩනඟන ලද අගය වගුවක් පහත දැක්වේ.

x	x^2	$x^2 - 4$	y
-3	9	$9 - 4 = 5$	5
-2	4	$4 - 4 = 0$	0
-1	1	$1 - 4 = -3$	....
0	0	$0 - 4 = -4$	....
1	1	....	-3
2	....	$4 - 4 = 0$	0
3	9	....	5

(i) ඉහත වගුව සම්පූර්ණ කරන්න.

(ii) මෙම වගුව භාවිත කර $y = x^2 - 4$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය අඳින්න.

(iii) අඳින ලද ප්‍රස්තාරය ඇසුරින් $x^2 - 4 = 0$ සමීකරණයේ මූල සොයන්න.

2. (i) $-3 \leq x \leq 3$ අගයන් ඇසුරින් $y = 1 - x^2$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය ඇඳීම සඳහා අගය වගුවක් ගොඩනඟන්න.

(ii) ගොඩනඟන ලද වගුව භාවිත කර $y = 1 - x^2$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය අඳින්න.

(iii) අඳින ලද ප්‍රස්තාරය ඇසුරින් $1 - x^2 = 0$ සමීකරණයේ මූල සොයන්න.

3. $-2 \leq x \leq 2$ අගයන් ඇසුරින් $y = 16 - 9x^2$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය ඇඳීම සඳහා ගොඩනඟන ලද අගය වගුවක් පහත දැක්වේ.

x	x^2	$-9x^2$	$16 - 9x^2$	y
-2	4	-36	$16 - 36$	-20
-1	1	....	$16 - 9$	7
0	0	0	....	....
1	1	-9	....	....
2	4	-36	$16 - 36$	....

(i) ඉහත වගුව සම්පූර්ණ කරන්න.

(ii) මෙම වගුව භාවිත කර $y = 16 - 9x^2$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය අඳින්න.

(iii) අඳින ලද ප්‍රස්තාරය ඇසුරින් $16 - 9x^2 = 0$ සමීකරණයේ මූල සොයන්න.

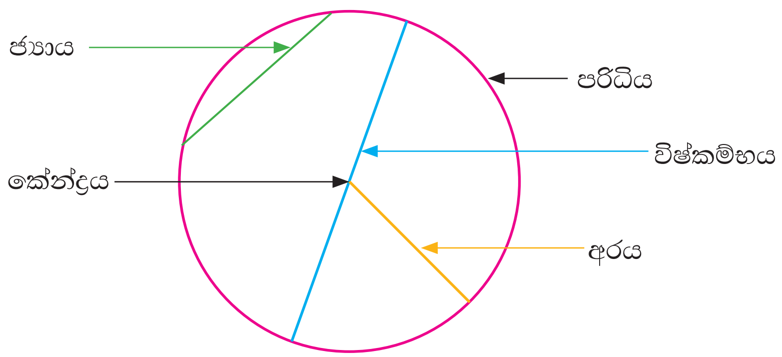
24 වෘත්තයක ජ්‍යාය

මෙම පාඩම අධ්‍යයනය කිරීමෙන් ඔබට,

- "වෘත්තයක පිහිටි විෂ්කම්භයක් නොවන ජ්‍යායක මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය කේන්ද්‍රයට යා කරන සරල රේඛාව එම ජ්‍යායට ලම්බක වේ" යන ප්‍රමේයය සාධනය හා එම ප්‍රමේයය භාවිතයෙන් ගැටලු විසඳීමට
- "වෘත්තයක කේන්ද්‍රයේ සිට විෂ්කම්භය නොවන ජ්‍යායකට අඳින ලද ලම්බයෙන් එම ජ්‍යාය සමච්ඡේදනය වේ" යන ප්‍රමේයය භාවිතයෙන් ගැටලු විසඳීමට

හැකියාව ලැබේ.

24.1 හැඳින්වීම



සටහන

- වෘත්තයක කේන්ද්‍රයේ සිට වෘත්තය (පරිධිය) මත ඕනෑ ම ලක්ෂ්‍යයක් යා කරන සරල රේඛා ඛණ්ඩයට අරය යැයි කියනු ලැබේ.
- වෘත්තය (පරිධිය) මත පිහිටි ඕනෑ ම ලක්ෂ්‍ය 2ක් යා කරන සරල රේඛා ඛණ්ඩයකට ජ්‍යායක් යැයි කියනු ලැබේ.
- වෘත්තයක කේන්ද්‍රය හරහා යන ජ්‍යාය විෂ්කම්භය ලෙස හැඳින්වේ. තවද එය දිගින් විශාලම ජ්‍යාය වන අතර එහි දිග අරය මෙන් දෙගුණයකි.

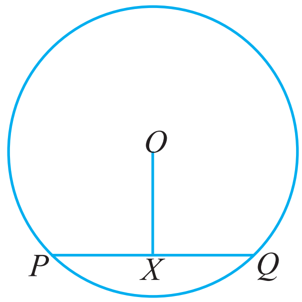
ක්‍රියාකාරකම 1

පියවර 1 - අරය 4.5 cm වන වෘත්තයක් ඇඳ එහි කේන්ද්‍රය O ලෙස නම් කරන්න.

පියවර 2 - දිග 6 cm වන ජ්‍යායක් ඉහත වෘත්තය මත ඇඳ එය PQ ලෙස නම් කරන්න.

පියවර 3 - PQ ජ්‍යායේ මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය X ලෙස ලකුණු කරන්න.

පියවර 4 - $O\hat{X}P$ හි අගය මැන ලියන්න.



අරය හා ජ්‍යායේ දිග වෙනස් කරමින් ඉහත ක්‍රියාකාරකම නැවත සිදු කරමින්, ලබා ගත හැකි නිගමනය සිසුන් සමග සාකච්ඡා කරන්න.

ප්‍රමේයය

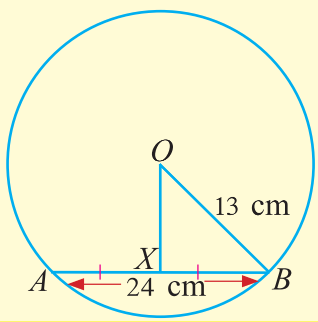
වෘත්තයක කේන්ද්‍රයත් විෂ්කම්භය නොවන ජ්‍යායක මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යයත් යා කරන සරල රේඛාව එම ජ්‍යායට ලම්බ වේ.

ඉහත ප්‍රමේයය භාවිත වී ඇති පහත නිදසුන් පිළිබඳ ව හොඳින් අවධානය යොමු කරන්න.

නිදසුන 1

O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තයක අරය 13 cm වේ. AB යනු ඉහත වෘත්තය මත පිහිටි දිගින් 24 cm වූ ජ්‍යායකි. AB හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය X නම් OX දිග සොයන්න.

ඉහත තොරතුරු පහත පරිදි රූප සටහනක දක්වමු.



ඉහත ප්‍රමේයයට අනුව $O\hat{X}B = 90^\circ$ වේ.

තවද $XB = \dfrac{24}{2} = 12$ cm (X යනු ABහි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය නිසා)

ඒ අනුව OXB සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණයක් බැවින් පයිතගරස් ප්‍රමේයය යෙදීමෙන්,

$$OB^2 = OX^2 + XB^2$$
$$13^2 = OX^2 + 12^2$$
$$\therefore 169 = OX^2 + 144$$
$$169 - 144 = OX^2$$
$$25 = OX^2$$
$$OX^2 = 25$$
$$OX = \sqrt{25}$$
$$OX = 5 \text{ cm}$$

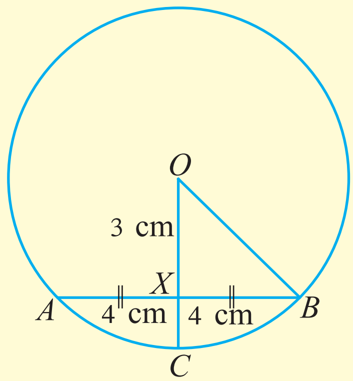
නිදසුන 2

AB යනු O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තයක ජ්‍යායකි. $AB = 8$ cm වන අතර AB හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය X වේ. දික් කළ OX, C හි දී වෘත්තය හමුවන අතර $OX = 3$ cm නම් CX හි දිග ගණනය කරන්න.

$BX = \dfrac{8}{2} = 4$ cm (X යනු Aහි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය නිසා)

$O\hat{X}B = 90^\circ$ නිසා (ප්‍රමේයයෙන්)

$OXB\ \Delta$ ට පයිතගරස් ප්‍රමේයය යොදමු.



$$OB^2 = OX^2 + XB^2$$
$$OB^2 = 3^2 + 4^2$$
$$OB^2 = 9 + 16$$
$$OB^2 = 25$$
$$OB = \sqrt{25}$$
$$OB = 5 \text{ cm}$$
$$\therefore OC = 5 \text{ cm (වෘත්තයේ අරය)}$$

ඒ අනුව, $CX = OC - OX$

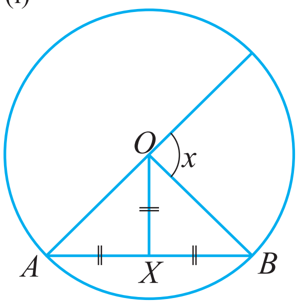
$= 5 - 3$

$= 2$ cm

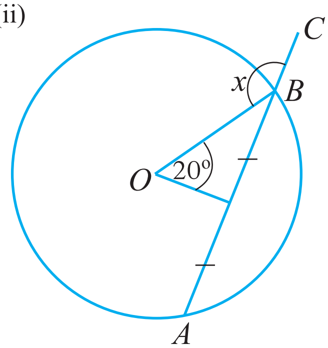
24.1 අභ්‍යාසය

1. පහත රූප සටහන්වල දී ඇති දත්ත අනුව x හි අගය සොයන්න. එක් එක් වෘත්තවල කේන්ද්‍රය O වේ.

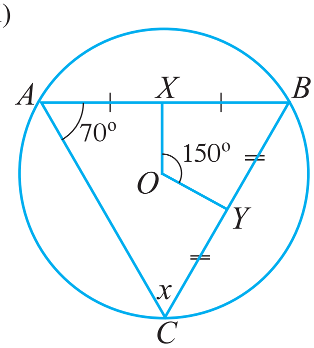
(i)



(ii)

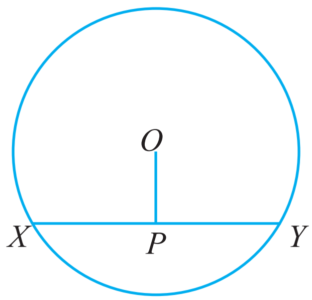


(iii)



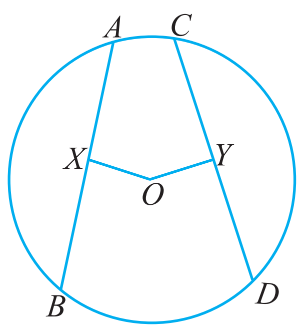
2. C කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තයක PQ ජ්‍යායකි. PQ ජ්‍යායේ මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය X වේ. $PQ = 24$ cm ද $CX = 5$ cm ද නම් වෘත්තයේ අරය සොයන්න.

3. O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තයක අරය 15 cm වේ. XY යනු වෘත්තය මත පිහිටි ජ්‍යායකි. XY හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය P වේ. $OP = 12$ cm නම් XY ජ්‍යායේ දිග සොයන්න.

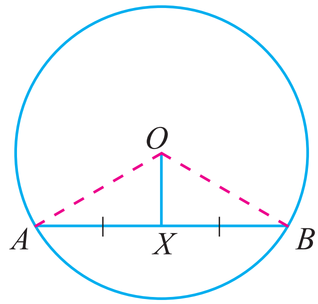


4. O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තයක AB හා CD සමාන ජ්‍යාය 2 කි. AB හා CD හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය පිළිවෙළින් X හා Y වේ. $CD = 12$ cm හා $OY = 8$ cm වේ.

   (i) වෘත්තයේ අරය සොයන්න.
   (ii) OX හි දිග සොයන්න.
   (iii) OX හා OY අතර සම්බන්ධතාවක් ලියන්න.



"වෘත්තයක කේන්ද්‍රයත් විෂ්කම්භය නොවන ජ්‍යායක මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යයත් යා කරන රේඛාව එම ජ්‍යායට ලම්බක වේ" යන ප්‍රමේයය විධිමත්ව සාධනය කිරීම.



දත්තය : O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තයක AB ජ්‍යායක් වේ. AB හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය X වේ.

සාධනය කළ යුත්ත : ABට OX ලම්බ බව

නිර්මාණය : OA හා OB යා කරන්න.

සාධනය : AOX හා OBX ත්‍රිකෝණවල

$AO = BO$ (එකම වෘත්තයේ අරය සමාන බැවින්)

$AX = BX$ (AB පාදයේ මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය X බැවින්)

$OX = OX$ (පොදු පාදය බැවින්)

$\therefore\ AOX\,\Delta \equiv OBX\,\Delta$ (පා.පා.පා. අවස්ථාව)

අංගසම ත්‍රිකෝණවල අනුරූප අංග සැලකීමෙන්

$O\hat{X}A = O\hat{X}B$

නමුත් $O\hat{X}A + O\hat{X}B = 180^{\circ}$ (සරල රේඛාවක් මත පිහිටි බද්ධ කෝණ)

$\therefore\ 2\ O\hat{X}A = 180^{\circ}$

$O\hat{X}A = \dfrac{180^{\circ}}{2}$

$O\hat{X}A = 90^{\circ}$

$\therefore\ AB$ට OX ලම්බ වේ.

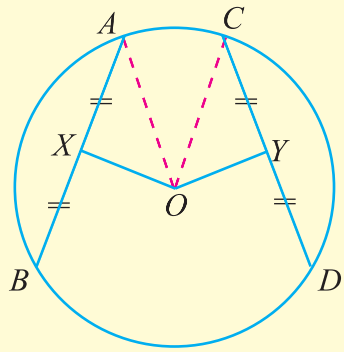
නිදසුන 3

O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තයක AB හා CD සමාන ජ්‍යා 2කි. AB හා CDහි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය පිළිවෙළින් X හා Y වේ.

(i) $OX = OY$ බව සාධනය කරන්න.

(ii) දික්කළ BA හා DC වෘත්තයට පිටතින් වූ Pහි දී හමු වේ. $PB = PD$ බව සාධනය කරන්න.

(i) ගැටලුවට අදාළ දත්තයන් පහත පරිදි රූප සටහනක දැක්විය හැකි ය.



දත්තය : O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තයක AB හා CD සමාන ජ්‍යා 2කි. AB හා CDහි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය පිළිවෙළින් X හා Y වේ.

සාධනය කළ යුත්ත : $OX = OY$ බව

සාධනය : $O\hat{X}A = O\hat{Y}C = 90^o$ (ජ්‍යායක මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය කේන්ද්‍රයට යා කරන රේඛාව එම ජ්‍යායට ලම්බක නිසා)

දැන් $AB = CD$ (දත්තය)

$\frac{AB}{2} = \frac{CD}{2}$

$\therefore AX = CY$ (ABහි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය X ද CDහි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය Y ද වන නිසා)

දැන් AXO හා CYO ත්‍රිකෝණවල

$AO = OC$ (එකම වෘත්තයේ අරය සමාන නිසා)

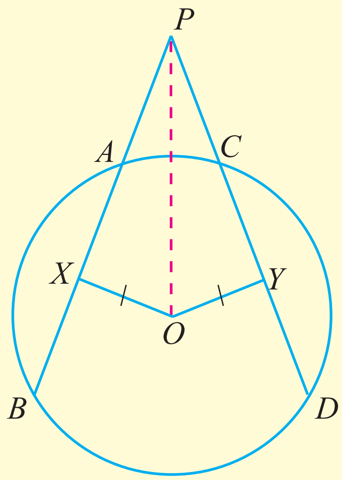
$O\hat{X}A = O\hat{Y}C = 90^o$

$AX = CY$ (සාධිතයි.)

$\therefore AXO\,\Delta \equiv CYO\,\Delta$ (කර්ණ. පා. අවස්ථාව)

අංගසම ත්‍රිකෝණවල අනුරූප අංග සැලකීමෙන් $OX = OY$ වේ.

(ii)



දත්තය : දික්කළ BA හා DC වෘත්තයට පිටතින් වූ Pහි දී හමු වේ.

සාධනය කළ යුත්ත : $PB = PD$ බව

නිර්මාණය : OP යා කර ඉහත පරිදි රූප සටහනක දක්වමු.

සාධනය : POX හා POY ත්‍රිකෝණවල

$PO = PO$ (පොදු පාදය)

$OX = OY$ (සාධිතයි.)

$O\hat{X}P = O\hat{Y}P = 90^{\circ}$

$\therefore POX\,\Delta \equiv POY\,\Delta$ (කර්ණ. පා. අවස්ථාව)

අංගසම ත්‍රිකෝණවල අනුරූප අංග සැලකීමෙන්

$PX = PY$

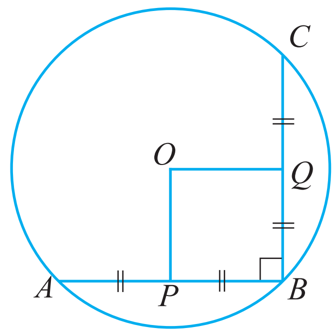
නමුත් $BX = DY$ (ඉහත පරිදි)

$PX + BX = PY + DY$

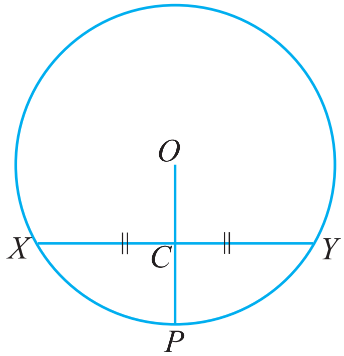
$PB = PD$

24.2 අභ්‍යාසය

1. O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තයක AB හා BC යනු එකිනෙකට ලම්බ වූ සමාන ජ්‍යාය 2කි. AB හා BC මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය පිළිවෙළින් P හා Q වේ. $OPBQ$ සමචතුරස්‍රයක් බව සාධනය කරන්න.

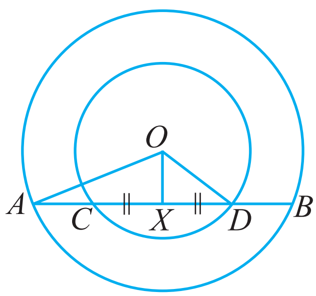


2. O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තයක XY ජ්‍යායකි. XYහි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය C වේ. දික්කළ OC වෘත්තය මත Pහි දී හමු වේ. $OC = CP$ නම් $OY = YP$ බව සාධනය කරන්න.

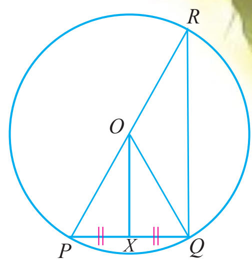


3. O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තයක XY ජ්‍යායකි. XYහි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය P වේ. $O\hat{Y}P = 45^o$ නම් POY සමද්විපාද ත්‍රිකෝණයක් බව සාධනය කරන්න.

4. රූපයේ දැක්වෙන්නේ O කේන්ද්‍රය වූ ඒක කේන්ද්‍රීය වෘත්ත 2කි. AB යනු විශාල වෘත්තය මත ජ්‍යායක් වන අතර එය කුඩා වෘත්තය C හා Dහි දී හමු වේ. CDහි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය X වේ. $AXO\ \Delta$ වර්ගඵලය: $DXO\ \Delta$ වර්ගඵලය $= AX : XD$ බව සාධනය කරන්න.



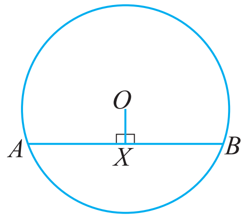
5. O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තයක PQ ජ්‍යායක් වේ. PQ හා මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය X වේ. දික්කළ PO, වෘත්තය R හි දී හමු වේ. $X\hat{O}Q = 30^o$ නම් PQR ඍජුකෝණියක් බව පෙන්වන්න.



24.2 ප්‍රමේයයේ විලෝමය හා එහි භාවිතය

ප්‍රමේයය

වෘත්තයක කේන්ද්‍රයේ සිට විෂ්කම්භයක් නොවන ජ්‍යායකට අඳිනු ලබන ලම්බයෙන් එම ජ්‍යාය සමච්ඡේදනය වේ.



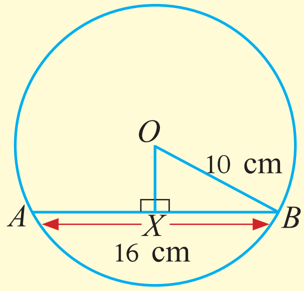
O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තයක AB ජ්‍යායකි.

OX , AB ට ලම්බ වේ නම්, $AX = XB$ වේ.

නිදසුන 1

O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තයක අරය 10 cm වේ. වෘත්තය මත පිහිටි AB ජ්‍යායේ දිග 16 cm වේ. AB ට ලම්බකව OX ඇඳ ඇත. OX දිග සොයන්න.

ඉහත දත්ත පහත පරිදි රූප සටහනක දක්වමු.



$AB = 16$ cm (දී ඇත.)

$\therefore AX = XB = \frac{16}{2} = 8$ cm (ලම්බයෙන් ජ්‍යාය සමච්ඡේදනය වන නිසා)

දැන් OXB Δ ට පයිතගරස් ප්‍රමේයය යෙදීමෙන්,

$OB^2 = OX^2 + XB^2$

$10^2 = OX^2 + 8^2$

$100 = OX^2 + 64$

$100 - 64 = OX^2$

$36 = OX^2$

$\sqrt{36} = OX$

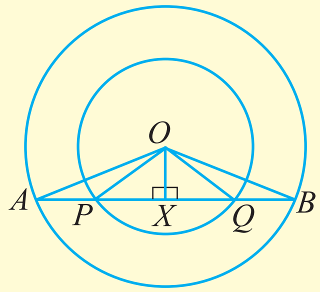
$\therefore OX = 6$ cm

නිදසුන 2

O කේන්ද්‍රය වූ ඒක කේන්ද්‍රීය වෘත්ත 2කි. විශාල වෘත්තය මත පිහිටි AB ජ්‍යාය කුඩා වෘත්තය P හා Qහි දී ඡේදනය කරයි. OX , AB ට ලම්බක වේ.

$AP = QB$ බව ද $AOP\,\Delta \equiv BOQ\,\Delta$ බව ද සාධනය කරන්න.

ඉහත ගැටලුවලට අදාළ දත්ත පහත පරිදි රූප සටහනක ඇතුළත් කරමු.



දත්තය : O කේන්ද්‍රය වූ ඒක කේන්ද්‍රීය වෘත්ත 2කි. විශාල වෘත්තය මත පිහිටි AB ජ්‍යාය කුඩා වෘත්තය P හා Qහි දී ඡේදනය කරයි. OX , AB ට ලම්බක වේ.

සාධනය කළ යුත්ත : $AP = QB$ බව හා $AOP\,\Delta \equiv BOQ\,\Delta$ බව

සාධනය : OX , AB ට ලම්බක නිසා

$AX = XB$ වේ. (ලම්බකයෙන් ජ්‍යාය සමච්ඡේද වන බැවින්)

ඉහත පරිදි ම PQ හා OX ද ලම්බ බැවින්,

$PX = XQ$ වේ.

$\therefore\ AX - PX = XB - XQ$

ඒ අනුව, $AP = QB$

AOP හා BOQ ත්‍රිකෝණවල

$AP = QB$

$OP = OQ$ (එකම වෘත්ත අරය සමාන බැවින්)

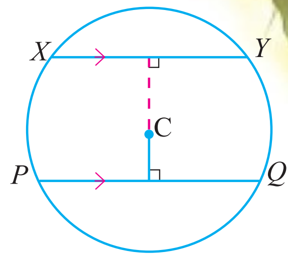
$OA = OB$ (එකම වෘත්ත අරය සමාන බැවින්)

$\therefore\ AOP\,\Delta \equiv BOQ\,\Delta$ (පා.පා.පා. අවස්ථාව)

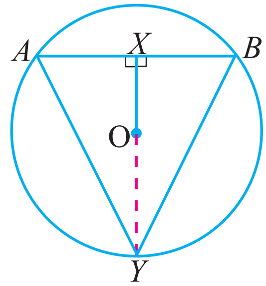
24.3 අභ්‍යාසය

1. O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තයක අරය 17 m වේ. වෘත්තය මත AB ජ්‍යායක් පිහිටා ඇත. AB මත X පිහිටා ඇත්තේ OX හා AB ලම්බ වන පරිදි ය. $OX = 8$ cm නම් ජ්‍යායේ දිග සොයන්න.

2. C කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තය XY හා PQ සමාන්තර ජ්‍යාය දෙකකි. $XY = 40$ cm හා $PQ = 48$ cm වේ. වෘත්තයේ අරය 25 cm නම් XY හා PQ අතර ලම්බ දුර සොයන්න.

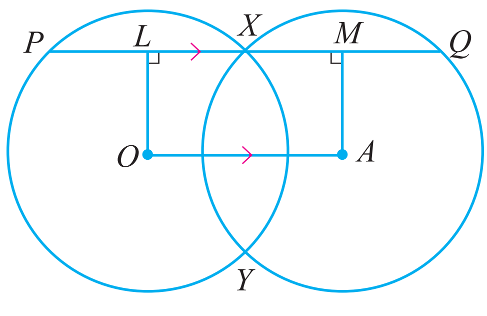


3. O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තයක AB ජ්‍යායකි. AB මත X පිහිටා ඇත්තේ OX ,AB ට ලම්බක වන පරිදි ය. දික්කළ XO රේඛාව Y හි දී වෘත්තය හමුවේ. AYB සමද්විපාද ත්‍රිකෝණයක් බව සාධනය කරන්න.



4. O හා A කේන්ද්‍ර වන අරයන් සමාන වෘත්ත දෙකක් X හා Yහි දී ඡේදනය වේ. OAට සමාන්තර ලෙස X හරහා ඇඳි සරල රේඛාවක් වෘත්ත දෙක පිළිවෙළින් P හා Qහි දී හමු වේ. PQ රේඛාව මත L හා M පිහිටා ඇත්තේ OL , PX ට ලම්බක හා AM , XQ ට ලම්බක වන පරිදි ය.

(i) OX හා AX යා කර, $OLX\,\Delta \equiv OQX\,\Delta$ බව
(ii) $PX = XQ$ බව සාධනය කරන්න.



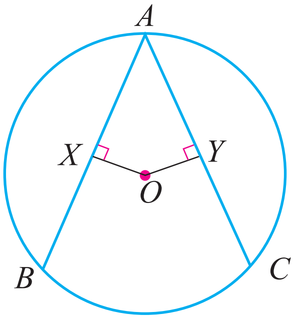
මිශ්‍ර අභ්‍යාසය

1. O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තයක PQ ,QR හා PR ජ්‍යායන් තුනකි. PQ ,QR හා PR ජ්‍යායන්ට O සිට ඇඳි ලම්බයන් පිළිවෙළින් OX, OY හා OZ වේ.

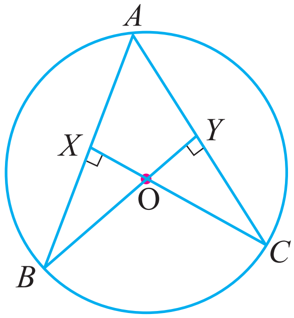
(i) OQ යා කළ විට, $OQX\,\Delta \equiv OYQ\,\Delta$ බව
(ii) $PQ = QR$ බව
(iii) PQR සමපාද ත්‍රිකෝණයක් බව
සාධනය කරන්න.

2. O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තයක AB හා AC ජ්‍යායන් දෙකකි. AB හා AC ට කේන්ද්‍රයේ සිට ඇඳි ලම්බයන් පිළිවෙළින් OX හා OY වේ.

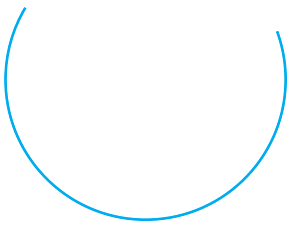
$OX^2 - OY^2 = \frac{1}{4}(AC^2 - AB^2)$ බව සාධනය කරන්න.



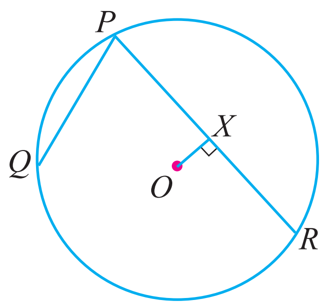
3. O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තයක AB හා AC ජ්‍යායන් දෙකකි. O සිට AB ට හා AC ට අඳින ලම්බ පිළිවෙළින් OX හා OY වේ. CX හා BY සරල රේඛා නම් $CX = BY$ බව සාධනය කරන්න.



4. රූපයේ දැක්වෙන්නේ වෘත්ත චාපයකි. මීට අදාළ වෘත්තයේ කේන්ද්‍රය පිහිටි ස්ථානය සොයා ගැනීමට සුදුසු ක්‍රමයක් සඳහන් කර රූප සටහනේ ලකුණු කර දක්වන්න.



5. PQ හා PR යනු O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තයක ජ්‍යායන් දෙකකි. O සිට PR ට අඳින ලද ලම්බය OX වේ. $PQ = PX$ නම් $PR = 2PQ$ බව සාධනය කරන්න.



සාරාංශය

- වෘත්තයක කේන්ද්‍රයත් විෂ්කම්භය නොවන ජ්‍යායක මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යයත් යා කරන රේඛාව එම ජ්‍යායට ලම්බ වේ.
- වෘත්තයක කේන්ද්‍රයේ සිට විෂ්කම්භය නොවන ජ්‍යායකට අඳිනු ලබන ලම්බයෙන් එම ජ්‍යාය සමච්ඡේදනය වේ.

25 සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්ති

මෙම පාඩම අධ්‍යයනය කිරීමෙන් ඔබට,
- දෙන ලද සමූහිත දත්තවල මධ්‍යන්‍යය, මධ්‍ය අගය ඇසුරින් ගණනය කිරීමට,
- දෙන ලද සමූහිත දත්තවල මධ්‍යන්‍යය උපකල්පිත මධ්‍යන්‍යය ඇසුරින් ගණනය කිරීමට

හැකියාව ලැබේ.

සමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක මධ්‍යන්‍යය සෙවීම පිළිබඳව 3 ශ්‍රේණියේ දී ඔබ ඉගෙන ඇත. මධ්‍යන්‍යය ආශ්‍රිත ඔබ උගත් කරුණු සිහිපත් කිරීමට පහත පුනරීක්ෂණ අභ්‍යාසයේ යෙදෙන්න.

පුනරීක්ෂණ අභ්‍යාසය

1. පහත දැක්වෙනුයේ ලේ දන්දීමේ වැඩසටහනකට සහභාගීවූවන්ගේ වයස (අවුරුදු 25 සිට 30 තෙක්) හා සහභාගී වූ සංඛ්‍යාව පිළිබඳ තොරතුරු ඇතුළත් සංඛ්‍යාත වගුවකි.

වයස (අවුරුදු) (x)	සහභාගී වූ ගණන (f)
25	4
26	5
27	6
28	7
29	4
30	4

(i) වැඩියෙන් සහභාගී වී ඇත්තේ අවුරුදු කීයක් වයසින් යුත් අය ද ?
(ii) සහභාගී වූවන්ගේ මධ්‍යන්‍යය වයස සෙවීමට $f \times x$ ඇතුළත් වගුවක් පිළියෙළ කරන්න.
(iii) එමගින් මධ්‍යන්‍යය වයස සොයන්න.

2. පන්තියක සිසුන්ගේ ස්කන්ධය (ආසන්න කිලෝග්‍රෑමයට) දැක්වෙන සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක් පහත දැක්වේ.

බර (kg)	35	36	37	38	39	40	41	42
සිසුන් ගණන	2	3	2	3	4	2	1	3

(i) 38 kg ක් ස්කන්ධය ඇති සිසුන් ගණන කීය ද?
(ii) සිසුන්ගේ ස්කන්ධයෙහි මාතය කීය ද?
(iii) සිසුවෙකුගේ මධ්‍යන්‍යය ස්කන්ධය ආසන්න කිලෝග්‍රෑමයට සොයන්න.

3. එකතු කිරීම පිළිබඳ දැලිස ක්‍රියාකාරකමක දී පිරිවෙණක සිසුන් සමූහයක් ගත් කාලය ආසන්න මිනිත්තුවට පහත වගුවේ දී ඇත.

ක්‍රියාකාරකම නිම කිරීමට ගත වූ කාලය (මිනිත්තු)	3 - 5	6 - 8	9 - 11	12 - 14	15 - 17	18 - 20	21 - 23	24 - 26
සිසුන් ගණන	2	4	7	6	11	8	6	6

(i) ක්‍රියාකාරකම නිම කිරීමට ගත වූ කාලයේ මාත පන්තිය කුමක් ද?
(ii) ක්‍රියාකාරකම නිම කිරීමට ගත වූ කාලයේ මධ්‍යස්ථ පන්තිය සොයන්න.
(iii) ඉහත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියට මධ්‍ය අගය තීරුවක් හා $f \times x$ තීරුවක් එක් කර, ක්‍රියාකාරකම නිම කිරීමට ගත වූ කාලයේ මධ්‍යන්‍යය ආසන්න පූර්ණ සංඛ්‍යාවට සොයන්න.

25.1 දෙන ලද සමූහිත දත්තවල මධ්‍යන්‍යය, මධ්‍ය අගය ඇසුරින් තවදුරටත් ගණනය කිරීම

සමූහිත දත්තවල මධ්‍යන්‍යය, මධ්‍ය අගය ඇසුරින් ගණනය කිරීම මීට පෙර ද ඔබ ඉගෙන ඇත. එය තවදුරටත් තහවුරු කිරීම සඳහා පහත නිදසුන සලකමු.

නිදසුන 1

එළවළු අසුරා තිබූ පෙට්ටි 40ක ස්කන්ධය පහත වගුවේ දැක්වේ.

ස්කන්ධය (kg)	5 - 7	7 - 9	9 - 11	11 - 13	13 - 15	15 - 17
පෙට්ටි ගණන	3	4	10	12	7	4

මෙහි (5 - 7) යනු 5 kg හෝ ඊට වැඩි හා 7 kg ට අඩු යන්නයි.
($5 \leq W < 7$,මෙහි W යනු ස්කන්ධය වේ.)

මෙම තොරතුරු භාවිතයෙන් මධ්‍යන්‍යය සෙවීම සඳහා මධ්‍ය අගය තීරුවක් හා $f \times x$ තීරුවක් සකස් කර ගත් අයුරු සිහිපත් කර ගන්න. පන්ති ප්‍රාන්තරයකට දී ඇති ඉහළ හා පහළ අගයන් 2ක එකතු කර, 2න් බෙදීමෙන් ඊට අදාළ පන්ති ප්‍රාන්තරයේ, මධ්‍ය අගය සෙවිය හැකි ය.

ඒ අනුව,

$$\text{පන්ති ප්‍රාන්තරයක මධ්‍ය අගය} = \frac{\text{ඉහළ සීමාවේ අගය} + \text{පහළ සීමාවේ අගය}}{2}$$

දැන් අපි මධ්‍යන්‍යය සෙවීම සඳහා සංඛ්‍යාත වගුවක් පහත පරිදි පිළියෙල කරමු.

පන්ති ප්‍රාන්තර	මධ්‍ය අගය (x)	සංඛ්‍යාතය (f)	$f \times x$
5 - 7	6	3	18
7 - 9	8	4	32
9 - 11	10	10	100
11 - 13	12	12	144
13 - 15	14	7	98
15 - 17	16	4	64
		$\Sigma f = 40$	$\Sigma fx = 456$

ඉන් පසුව මධ්‍යන්‍යය සෙවීම සඳහා, $\frac{\Sigma fx}{\Sigma f}$ යොදා ගැටලුව විසඳමු.

ඒ අනුව මධ්‍යන්‍යය $= \frac{\Sigma fx}{\Sigma f}$

$= \frac{456}{40}$

එළවළු අසුරා ඇති පෙට්ටියක මධ්‍යන්‍යය ස්කන්ධය = 11.4 kg

25.2 සමූහිත දත්තවල මධ්‍යන්‍යය උපකල්පිත මධ්‍යන්‍යය ඇසුරින් ගණනය කිරීම

පළමුව අසමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක මධ්‍යන්‍යය, උපකල්පිත මධ්‍යන්‍යය ඇසුරින් ගණනය කරන ආකාරය විමසා බලමු.

නිදසුන 1

පහත දැක්වෙනුයේ සති අන්ත පොළක විකිණීමට තිබූ 1 kg බැගින් ගොඩ ගසා තිබූ දෙහි ගොඩවල්වල එක් ගොඩක අඩංගු දෙහි ගෙඩි ප්‍රමාණය සහ එම දෙහි ගෙඩි ප්‍රමාණය සහිත ගොඩවල් සංඛ්‍යාව පිළිබඳ සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියකි.

1 kg ට අල්ලන දෙහි ගෙඩි ගණන	18	19	20	21	22	23	24
දෙහි ගොඩවල් ගණන	1	2	4	5	3	4	1

මෙම සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියේ ඕනෑම අගයක්, උපකල්පිත මධ්‍යන්‍යය ලෙස ගෙන පහත ආකාරයේ වගුවක් පිළියෙල කළ හැකි ය. මෙහිදී උපකල්පිත මධ්‍යන්‍යය ලෙස 21 යොදා ගනිමු.

1 kg ට අල්ලන දෙහි ගෙඩි ගණන	දෙහි ගොඩවල් ගණන (f)	අපගමනය (d)	$f \times d$	
18	1	−3	−3	
19	2	−2	−4	එකතුව −11
20	4	−1	−4	
21 ← A	5	0	0	
22	3	+1	+3	
23	4	+2	+8	එකතුව 14
24	1	+3	+3	

$\Sigma f = 20$ $\qquad\qquad$ $\Sigma fd = -11 + 14 = +3$

ඉහත ආකාරයට අපි උපකල්පනය කළ මධ්‍යන්‍යය (A) අගය 21 ලෙස ගෙන ඊට ඉහළින් ඇති සංඛ්‍යා හා පහළින් ඇති සංඛ්‍යාවලින් උපකල්පිත මධ්‍යන්‍යය අඩු කළ විට, අපගමනය දැක්වෙන තීරුව සකස් කළ හැකි ය.

උදා: 18 − 21 = −3 (දහඅට අඩු කිරීම විසි එක = ඍණ තුන)

19 − 21 = −2 (දහනවය අඩු කිරීම විසි එක = ඍණ දෙක)

20 − 21 = −1 (විස්ස අඩු කිරීම විසි එක = ඍණ එක)

21 − 21 = 0 (විසි එක අඩු කිරීම විසි එක = බින්දුව)

22 − 21 = +1 (විසි දෙක අඩු කිරීම විසි එක = ධන එක)

23 − 21 = +2 (විසි තුන අඩු කිරීම විසි එක = ධන දෙක)

24 − 21 = +3 (විසි හතර අඩු කිරීම විසි එක = ධන තුන)

ඉන් පසුව අපගමන තීරුවේ ඇති අගයන් සංඛ්‍යාතය (දෙහි ගොඩවල් ගණන) තීරුවේ අගයන් සමඟ ගුණ කර $f \times d$ තීරුව සකස් කළ ආකාරය වගුව දෙස බැලීමෙන් ඔබට පැහැදිලි වනු ඇත.

ඉන් පසුව අපගමන සියල්ලේ ම අගයන්වල එකතුව (Σfd) සොයා ගැනීමට ඍණ අපගමනවල එකතුව හා ධන අපගමනවල එකතුව අතර වෙනස කීයදැයි සෙවීම කළ යුතු ය.

Σfd = ඍණ අපගමනවල එකතුව + ධන අපගමනවල එකතුව

= − 11 + 14

= + 3

දැන් අපි පහත සූත්‍රය යොදා මධ්‍යන්‍යය ගණනය කරමු.

$$\text{මධ්‍යන්‍යය} = \text{උපකල්පිත මධ්‍යන්‍යය} + \frac{\text{අපගමන සියල්ලේ ම මුළු එකතුව}}{\text{මුළු දත්ත සංඛ්‍යාව}}$$

$$\text{මධ්‍යන්‍යය} = A + \frac{\Sigma fd}{\Sigma f}$$

ඒ අනුව ඉහත සංඛ්‍යාත වගුවේ

මධ්‍යන්‍යය $= A + \left(\frac{\Sigma fd}{\Sigma f}\right)$ සූත්‍රයට ආදේශ කළ විට,

$= 21 + \left(\frac{3}{20}\right)$

$= 21 + 0.15$

1 kgට අල්ලන දෙහි ගොඩක තිබෙන මධ්‍යන්‍යය දෙහි ගෙඩි ගණන = 21.15
පූර්ණ සංඛ්‍යාවට වටැයූ විට එහි අගය 21 වේ.

- ඉහත වගුවේ උපකල්පිත මධ්‍යන්‍යය ලෙස වෙනත් අගයක් යොදා ගැනීමෙන් ද ඉහත පිළිතුර ම ලැබෙන ආකාරය පහත වගුව සම්පූර්ණ කර අභ්‍යාසයේ යෙදීමෙන් ඔබට තහවුරු කර ගත හැකි ය.

1 kg ට අල්ලන දෙහි ගෙඩි ගණන	ගොඩවල් ගණන එනම් සංඛ්‍යාතය (f)	අපගමනය (d)	$f \times d$	
18	1	−2	−2	....
......	2	......	......	
20 ← A	4	0	0	
21	5	+1	5	....
......	......	+2	......	
......	......	......	......	
......	......	......	......	

$\Sigma f = 20$ $\Sigma fd =$ ......

මධ්‍යන්‍යය $= A + \frac{\Sigma fd}{\Sigma f}$

$= 20 + \frac{......}{.....}$

$=$ ....

ආසන්න පූර්ණ සංඛ්‍යාව = ...

ඉහත ඔබ යෙදුනු අභ්‍යාසය අනුව උපකල්පිත මධ්‍යන්‍යය සඳහා කුමන අගය සැලකුව ද මධ්‍යන්‍යය සඳහා එකම පිළිතුර ලැබෙන බව පැහැදිලි වනු ඇත.

දැන් අපි පන්ති ප්‍රාන්තරවලට බෙදා ඇති සමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක මධ්‍යන්‍යය උපකල්පිත මධ්‍යන්‍යය භාවිතයෙන් සොයන ආකාරය විමසා බලමු.

නිදසුන 2

පහත දැක්වෙනුයේ එක්තරා දිස්ත්‍රික්කයක නියඟය නිසා ගොවීන්ට වී වගා කිරීමෙන් සිදු වූ හානියට රජය විසින් පිරිනැමූ සහනාධාර මුදල් (1000 ගුණාකාරවලින්) හා ගොවීන් ගණන දැක්වෙන සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියකි.

සහනාධාර මුදල් රුපියල් (1000 ගුණාකාරවලින්)	10 - 12	12 - 14	14 - 16	16 - 18	18 - 20	20 - 22
ගොවීන් ගණන	6	12	20	14	5	3

(10 - 12 යනු $10000 \leq x < 12000$ වේ. මෙහි x යනු සහනාධාර මුදල වේ.)

දැන් අපි මෙම වගුව මධ්‍යන්‍යය සෙවීමට ගැළපෙන ලෙස පහත පරිදි සකස් කර ගනිමු.

සහනාධාර මුදල් (රු.1000 ගුණාකාරවලින්)	මධ්‍ය අගය	ගොවීන් ගණන එනම් සංඛ්‍යාතය (f)	අපගමනය (d)	$f \times d$	
10 - 12	11	6	− 4	−24	} − 48
12 - 14	13	12	− 2	−24	
14 - 16	15 ← A	20	0	0	
16 - 18	17	14	+ 2	28	} + 66
18 - 20	19	5	+ 4	20	
20 - 22	21	3	+ 6	18	

$\Sigma f = 60$

$\Sigma fd = -48 + 66$
$= +18$

ඉහත දැක්වෙන පරිදි වගුව පිළියෙල කිරීමෙන් පසුව උපකල්පිත මධ්‍යන්‍යය 15 ලෙස ගෙන මධ්‍යන්‍යය සෙවීම කළ හැකි ය.

මධ්‍යන්‍යය $= A + \dfrac{\Sigma fd}{\Sigma f}$

$= 15 + \dfrac{18}{60}$

$= 15 + 0.3$

$= 15.3$

ඒ අනුව ගොවියෙකුට ලැබෙන මධ්‍යන්‍යය සහනාධාර මුදල $=$ රු. 15.3×1000
$=$ රු. 15300

25.1 අභ්‍යාසය

1. පිරිවෙණක සිසුන් 15 දෙනෙකුගේ උස සෙන්ටිමීටරවලින් මැන පහත දක්වා ඇත.

166, 165, 163, 160, 161, 162, 163, 165, 164,
166, 161, 160, 161, 162, 162

(i) මෙම අගයන් සියල්ලේ ම එකතුව සොයා මධ්‍යන්‍යය සොයන්න.

(ii) අසමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක් පිළියෙල කර, උපකල්පිත මධ්‍යන්‍යය 162 ලෙස ගෙන මධ්‍යන්‍යය සොයන්න.

2. පහත දැක්වෙනුයේ "ගණිත දිනය" වෙනුවෙන් පවත්වනු ලබන තරග විභාගයකදී එක්තරා දිස්ත්‍රික්කයක පිරිවෙන් සිසුන් 40ක් ලබා ගත් ලකුණු ඇතුළත් සමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියකි.

ලකුණු	මධ්‍ය අගය (x)	සංඛ්‍යාතය (f)	මධ්‍ය අගය × සංඛ්‍යාතය $f \times x$
1 - 15	8	5	40
16 - 30	23	10	......
31 - 45	38	10	380
46 - 60	......	8	......
61 - 75	......	3	......
76 - 90	......	4	......
		$\Sigma f =$	$\Sigma fx =$ ......

(i) මෙම වගුව ඔබේ අභ්‍යාස පොතේ පිටපත් කරගෙන වගුවේ හිස්තැන් පුරවන්න.

(ii) මාත පන්තිය කුමක් ද?

(iii) ශිෂ්‍යයෙකු ලබා ගත් මධ්‍යන්‍යය ලකුණු ප්‍රමාණය ගණනය කරන්න.

(iv) ලකුණු 16 සිට 45 තෙක් ලබා ගත් සිසුන් ගණන 50 % ක් බව නිමල් පවසයි. එම ප්‍රකාශයේ සත්‍ය, අසත්‍ය බව හේතු සහිතව පැහැදිලි කරන්න.

3. විදේශ රැකියාවක නියුතු ශ්‍රී ලාංකිකයන් පිරිසක් එක්තරා දිනක රැගෙන ආ ගමන් මළුවල ස්කන්ධය (kg) පහත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියෙන් දැක්වේ.

ගමන් මල්ලක ස්කන්ධය (kg)	0 - 10	10 - 20	20 - 30	30 - 40	40 - 50
ශ්‍රී ලාංකිකයන් ගණන	8	11	14	9	8

(i) ඉහත තොරතුරු දැක්වීමට මධ්‍ය අගය හා $(f \times x)$ තීරු ඇතුළත් වගුවක් පිළියෙල කරන්න.

(ii) මාත පන්තිය කුමක් ද?

(iii) විදේශයේ සිට පැමිණි මුළු පිරිස කීය ද?

(iv) ඔවුන් සියලු දෙනාම රැගෙන ආ ගමන් මළුවල මුළු ස්කන්ධය කොපමණ ද?

(v) එදින විදේශයේ සිට පැමිණි ශ්‍රී ලාංකිකයෙකු ගෙන ආ ගමන් මල්ලක මධ්‍යන්‍යය ස්කන්ධය කොපමණ ද?

4. එක්තරා ගණිත ගැටලුවක් ඉක්මනින් හා සාර්ථකව විසඳීමට සිසුන් 50 දෙනෙකු ගත් කාලය (මිනිත්තු) ඇතුළත් සමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක් පහත දැක්වේ.

කාලය (මිනිත්තු)	මධ්‍ය අගය (x)	අපගමනය (d)	සිසුන් ගණන (සංඛ්‍යාතය) f	$f \times d$
4 - 6	....	....	5	....
7 - 9	8	....	4	....
10 - 12	11	−3	9	−33
13 - 15	14 ← A	0	11	....
16 - 18	17	....	7	....
19 - 21	20	....	9	....
22 - 24	....	+9	5	....

$\Sigma fd =$ ...... $\Sigma f = 50$

(i) ඉහත වගුවේ හිස්තැන් පුරවන්න. (ii) මාත පන්තිය කුමක්ද?

(iii) ඉහත සංඛ්‍යා ව්‍යාප්තියේ මධ්‍යන්‍යය සොයන්න.

5. එක්තරා කර්මාන්ත ශාලාවක සේවකයන්ගේ එක්තරා මාසයක වැටුප කාණ්ඩවලට බෙදා පහත දැක්වෙන ආකාරයට වගු ගත කර ඇත.

සේවකයෙකුගේ වැටුප (රුපියල්)	20000 - 24000	24000 - 28000	28000 - 32000	32000 - 36000	36000 - 40000	40000 - 44000
සේවකයින් ගණන	12	26	30	20	10	2

(i) කර්මාන්ත ශාලාවේ මුළු සේවකයින් ගණන කීය ද?

(ii) මාත පන්තිය කුමක් ද? (iii) මධ්‍යස්ථ පන්තිය සොයන්න.

(iv) 28000 - 32000 පන්ති ප්‍රාන්තරයේ මධ්‍ය අගය උපකල්පිත මධ්‍යන්‍යය ලෙස ගෙන සේවකයෙකුගේ මධ්‍යන්‍යය මාසික වැටුප සොයන්න.

(v) රුපියල් 40000ට වඩා වැටුප් ලබන සේවක පිරිස මුළු සේවක පිරිසේ ප්‍රතිශතයක් ලෙස දක්වන්න.

සාරාංශය

- සමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක මධ්‍යන්‍යය සෙවීමට මධ්‍ය අගය ඇතුළත් සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක් පිළියෙල කළ යුතු වේ.
- මධ්‍ය අගය ඇතුළත් සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක,

  මධ්‍යන්‍යය $= \dfrac{\Sigma fx}{\Sigma f}$ සම්බන්ධය භාවිතයෙන් මධ්‍යන්‍යය ගණනය කළ හැකි ය.
- සමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක උපකල්පිත මධ්‍යන්‍යය (A) යොදා ගෙන පිළියෙළ කරන වගුවක,

  මධ්‍යන්‍යය $= A + \dfrac{\Sigma fd}{\Sigma f}$ සූත්‍රය භාවිතයෙන් මධ්‍යන්‍යය ගණනය කරනු ලැබේ.

26 සම්භාවිතාව

මෙම පාඩම අධ්‍යයනය කිරීමෙන් ඔබට,
- සරල සිද්ධි, සංයුක්ත සිද්ධි හඳුනා ගැනීමට,
- සිද්ධියක සම්භාවිතාව ප්‍රකාශ කිරීමට,
- සිද්ධියක අනුපූරකය හඳුනා ගැනීමට,
- සිද්ධියක අනුපූරකයෙහි සම්භාවිතාව ලබා ගැනීමට,
- අන්‍යෝන්‍ය වශයෙන් බහිෂ්කාර සිද්ධි, අන්‍යෝන්‍ය වශයෙන් බහිෂ්කාර නොවන සිද්ධි හඳුනා ගැනීමට

හැකියාව ලැබේ.

පුනරීක්ෂණ අභ්‍යාසය

1. සසම්භාවී පරීක්ෂණයක් යනු කුමක් ද?
2. සසම්භාවී පරීක්ෂණ සඳහා උදාහරණ දෙකක් ලියන්න.
3. යම් සිද්ධියක නියැදි අවකාශය යන්න පැහැදිලි කරන්න.
4. සමබර කාසියක් උඩ දැමීමේ පරීක්ෂණයේ දී ලැබිය හැකි ප්‍රතිඵල ඇතුළත් නියැදි අවකාශය ලියා දක්වන්න.
5. 1 සිට 6 දක්වා අංක යොදන ලද ඝනකාකාර නොනැඹුරු දාදු කැටයක් උඩ දැමීමේ පරීක්ෂණයේ දී ලැබිය හැකි ප්‍රතිඵල ඇතුළත් නියැදි අවකාශය ලියා දක්වන්න.

26.1 සිද්ධි

සිද්ධියක් යනු යම්කිසි පරීක්ෂණයක නියැදි අවකාශයේ උපකුලකයකි.

නිදසුන 1

1 සිට 6 දක්වා අංක යොදන ලද නොනැඹුරු ඝනකාකාර දාදු කැටයක් උඩ දැමීමේ පරීක්ෂණය සලකමු.

මෙහි නියැදි අවකාශය S පහත දැක්වේ.
$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
මෙහි අංක 4 වැටීමේ සිද්ධිය A නම් $A = \{4\}$ වේ.
මෙහි ඉරට්ට සංඛ්‍යාවක් වැටීමේ සිද්ධිය B නම් $B = \{2,4,6\}$ වේ.

මේ ආකාරයට ඉහත පරීක්ෂණය ඇසුරින් විවිධ සිද්ධි ලියා දැක්විය හැකි ය.

සරල සිද්ධි

ඉහත නිදසුන 1හි A ලෙස නම් කර ඇති සිද්ධියෙහි නියැදි අවකාශයේ උප කුලකයක් ලෙස $\{4\}$ දැක්විය හැකි ය. මෙහි අඩංගුව ඇත්තේ එක් අවයවයක් පමණි. මෙසේ එක් අවයවයක් පමණක් අඩංගු සිද්ධි, සරල සිද්ධි ලෙස සැළකේ.

නිදසුන 2

ඉහත දාදු කැටය උඩ දැමීමේ පරීක්ෂණයේ දී අංක 6 වැටීමේ සිද්ධිය, සරල සිද්ධියකි.

එය $C=\{6\}$ ලෙස දැක්විය හැකි ය.

සංයුක්ත සිද්ධි

ඉහත නිදසුන 1හි B ලෙස නම් කර ඇති සිද්ධිය $\{2, 4, 6\}$ වේ. මෙහි අවයව එකකට වඩා වැඩියෙන් අඩංගුව ඇත. මෙවැනි සිද්ධි, සංයුක්ත සිද්ධි ලෙස හැඳින්වේ.

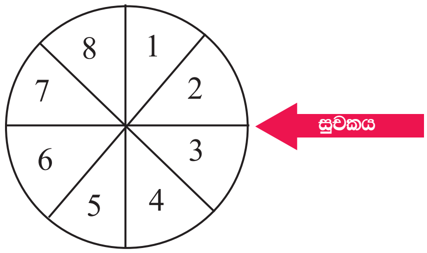
නිදසුන 3

ඉහත දාදු කැටය උඩ දැමීමේ පරීක්ෂණයේ දී ඔත්තේ සංඛ්‍යාවක් ලැබීමේ සිද්ධිය, සංයුක්ත සිද්ධියකි.

එය $D=\{1, 3, 5\}$ ලෙස දැක්විය හැකි ය.

26.1 අභ්‍යාසය

1. 1 සිට 4 දක්වා අංක යොදන ලද චතුස්තලාකාර නොනැඹුරු දාදු කැටයක් උඩ දැමීමේ පරීක්ෂණයෙහි අඩංගු සරල සිද්ධියක් සහ සංයුක්ත සිද්ධියක් ලියා දක්වන්න.
2. සමබර කාසියක් උඩ දැමීමේ පරීක්ෂණයේ දී ලැබිය හැකි ප්‍රතිඵල ඇතුළත් නියැදි අවකාශය ලියා දක්වන්න.
3. රූපයේ දැක්වෙන ආකාරයේ චක්‍රයක් කරකැවීමේ පරීක්ෂණයේ දී ලැබිය හැකි ප්‍රතිඵලය සරල සිද්ධියක් ද සංයුක්ත සිද්ධියක් ද ලියා දක්වන්න.



4. ඝනකාකාර නොනැඹුරු දාදු කැටයක පැති හය රතු, තැඹිලි, කහ, කොළ, නිල් සහ දම් යන පාටවලින් වර්ණ ගන්වා ඇත.
   (i) මෙම දාදු කැටය උඩ දැමීමේ පරීක්ෂණයේ දී ලැබිය හැකි ප්‍රතිඵල ඇතුළත් නියැදි අවකාශය ලියා දක්වන්න.
   (ii) මෙම නියැදි අවකාශය ඇසුරින්, සරල සිද්ධියක් ද සංයුක්ත සිද්ධියක් ද ලියා දක්වන්න.
5. මල්ලක් තුළ R_1 සහ R_2 ලෙස නම් කරන ලද රතු බෝල දෙකක් ද W_1, W_2 හා W_3 ලෙස නම් කරන ලද සුදු බෝල තුනක් ද ඇත. මෙම මල්ලෙන් අහඹු ලෙස බෝලයක් ඉවතට ගැනීමේ පරීක්ෂණයේ දී ලැබිය හැකි ප්‍රතිඵල ඇතුළත් නියැදි අවකාශය ඇසුරින්, සරල සිද්ධියක් ද සංයුක්ත සිද්ධියක් ද ලියා දක්වන්න.

26.2 සිද්ධියක සම්භාවිතාව

එකම තරමේ හා එක ම හැඩයේ කාඩ්පත් පහක 1, 2, 3, 4 සහ 5 යන අංකය බැගින් යොදා ඇත. මෙම කාඩ්පත් පහෙන් එකක් අහඹු ලෙස ගැනීමේදී ලැබිය හැකි ප්‍රතිඵල ඇතුළත් නියැදි අවකාශය ලියා දක්වමු.

$$S = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

මෙහි S හි අනේකත්වය, එනම් S හි අඩංගු අවයව ගණන $n(S) = 5$ වේ. මෙහි ඕනෑ ම අවයවයක් ලැබීමේ හැකියාව සමානව පවතී. එනම්, මෙම පරීක්ෂණය සමසේ භව්‍ය ප්‍රතිඵල සහිත පරීක්ෂණයකි. මෙම නියැදි අවකාශයේ ඕනෑ ම අවයවයක් ලැබීමේ සම්භාවිතාව එකම අගයක් ගනී. A යනු නියැදි අවකාශයේ ඕනෑ ම උප කුලකයක් විට එම උප කුලකයට අදාළ සිද්ධිය සිදු වීමේ සම්භාවිතාව $P(A)$ ලෙස ලියා දැක්විය හැකි ය.

එම සිද්ධියේ සම්භාවිතාව $P(A) = \dfrac{n(A)}{n(S)}$ ලෙස අර්ථ දැක්වේ.

මෙහි $n(S)$ යනු S නියැදි අවකාශයේ අවයව ගණන ද $n(A)$ යනු A උප කුලකයේ අවයව ගණන ද වේ.

නිදසුනක් ලෙස මෙම සසම්භාවී පරීක්ෂණයේ 1 ලැබීමේ සිද්ධිය නියැදි අවකාශයේ උප කුලකයක් ලෙස $\{1\}$ ලෙස ලියා දැක්විය හැකි ය.

එම සිද්ධියේ සම්භාවිතාව $P(\{1\}) = \dfrac{n(\{1\})}{n(S)} = \dfrac{1}{5}$ වේ.

තව ද B යනු " ඉරට්ට සංඛ්‍යා ලැබීමේ සිද්ධිය" ලෙස නම් කළ විට $B = \{2, 4\}$ වේ. එවිට, $n(B) = 2$

එබැවින් ඉරට්ට සංඛ්‍යා ලැබීමේ සම්භාවිතාව $P(B) = \dfrac{n(B)}{n(S)} = \dfrac{2}{5}$ වේ.

මේ අනුව, යම්කිසි සිද්ධියක සම්භාවිතාව පහත දැක්වෙන ආකාරයට ද ලියා දැක්විය හැකි ය.

$$\text{සිද්ධියක සම්භාවිතාව} = \frac{\text{සිද්ධියට අදාළ අවයව ගණන}}{\text{නියැදි අවකාශයේ අවයව ගණන}}$$

නිදසුන 1

1 සිට 6 දක්වා අංක යොදන ලද නොනැඹුරු ඝනකාකාර දාදු කැටයක් උඩ දැමීමේ පරීක්ෂණය සලකමු.

මෙහි නියැදි අවකාශය $S = \{1,2,3,4,5,6\}$ වේ. එනම් $n(S) = 6$

මෙහි අංක 5 වැටීමේ සිද්ධිය D නම් $D = \{5\}$ වේ. එනම් $n(D) = 1$

$$D \text{ සිද්ධිය සිදු වීමේ සම්භාවිතාව} = \frac{D \text{ සිද්ධියට අදාළ අවයව ගණන}}{\text{නියැදි අවකාශයේ අවයව ගණන}}$$

$$P(D) = \frac{n(D)}{n(S)}$$

$$P(D) = \frac{1}{6}$$

එනම් D සිද්ධිය සිදු වීමේ සම්භාවිතාව $\frac{1}{6}$ වේ.

මෙම දාදු කැටය උඩ දැමූ විට සමචතුරස්‍ර සංඛ්‍යාවක් ලැබීමේ සිද්ධිය K නම්, $K = \{1, 4\}$ වන අතර එවිට, $n(K) = 2$

$$K \text{ සිද්ධිය සිදු වීමේ සම්භාවිතාව} = \frac{K \text{ සිද්ධියට අදාළ අවයව ගණන}}{\text{නියැදි අවකාශයේ අවයව ගණන}}$$

$$P(K) = \frac{n(K)}{n(S)}$$

$$P(K) = \frac{2}{6}$$

එනම් K සිද්ධිය සිදු වීමේ සම්භාවිතාව $\frac{2}{6}$ වේ. එය $\frac{1}{3}$ ලෙස ද දැක්විය හැකි ය.

26.2 අභ්‍යාසය

1. සාධාරණ කාසියක් උඩ දැමූ විට එහි "අගය" පැත්ත ලැබීමේ සම්භාවිතාව කොපමණ ද?

2. පෙට්ටියක සෑම අයුරින් ම සමාන රතු පාට බෝල 5ක් ද සුදු පාට බෝල 2ක් ද ඇත. මෙයින් අහඹු ලෙස ගත් බෝලය,
   (i) සුදු පාට වීමේ සම්භාවිතාව කොපමණ ද?
   (ii) රතු පාට වීමේ සම්භාවිතාව කොපමණ ද?

3. රඹුටන් ගොඩක ගෙඩි 50කින් 15ක් කහ පාට ගෙඩි වේ. ඉතිරි සියල්ල රතු පාට ය. මෙයින් අහඹු ලෙස ගෙඩියක් ගෙන වර්ණය සටහන් කළ විට එය,
   (i) කහ පාට එකක් වීමේ සම්භාවිතාව කොපමණ ද?
   (ii) රතු පාට එකක් වීමේ සම්භාවිතාව කොපමණ ද?

4. 1 සිට 20 තෙක් වූ පූර්ණ සංඛ්‍යා අතරින් පහේ ගුණාකාර වන සංඛ්‍යා කුලකය ලියා දක්වන්න. එම කුලකය F ලෙස ගත් විට, $n(F)$ කොපමණ ද? F කුලකයේ අවයව අතරින් සංඛ්‍යාවක් අහඹු ලෙස තේරීමේදී අග ඉලක්කම 0 වූ සංඛ්‍යාවක් ලැබීමේ සම්භාවිතාව කොපමණ ද?

5. පාසල් ශිෂ්‍ය සමිතියක සභාපති තෝරා ගැනීම සඳහා පිරිමි ළමුන් තිදෙනෙකුගේ සහ ගැහැණු ළමුන් තිදෙනෙකුගේ නම් යෝජනා වී ඇත. එම නම් ඇතුළත් කාඩ්පත් කට්ටලයකින් එක් කාඩ්පතක් අහඹු ලෙස ගත් විට එහි නම සඳහන් ශිෂ්‍යයා පිරිමි ළමයෙකු වීමේ සම්භාවිතාව කොපමණ ද?

6. භාජනයක එක හා සමාන B_1, B_2, B_3 ලෙස නම් කළ නිල් පාට බෝල 3ක් සහ W_1, W_2, W_3, W_4 ලෙස නම් කළ සුදු පාට බෝල 4ක් ඇත. ඉන් අහඹු ලෙස බෝලයක් ඉවතට ගත් විට එය,
   (i) නිල් පාට බෝලයක් වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.
   (ii) සුදු පාට බෝලයක් වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.
   (iii) B_1 බෝලය වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.
   (iv) W_1 බෝලය වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

26.3 සිද්ධියක අනුපූරකය

යම්කිසි පරීක්ෂණයකට අදාළ නියැදි අවකාශයේ උප කුලකයක් එනම්, සිද්ධියක් ගත් විට එම සිද්ධියට අයත් අවයව හැර නියැදි අවකාශයේ ඉතිරි අවයව ඇතුළත් සිද්ධිය පළමු සිද්ධියේ, අනුපූරක සිද්ධිය ලෙස හඳුන්වයි.

A සිද්ධියේ අනුපූරක සිද්ධිය A' මගින් සංකේතවත් කරනු ලැබේ.

A සිද්ධියේ සම්භාවිතාව $P(A)$ ද A හි අනුපූරක සිද්ධියේ සම්භාවිතාව $P(A')$ ද මගින් දැක්වූ විට $P(A')$ ලබා ගැනීමට 1න් $P(A)$ හි අගය අඩු කළ යුතු ය.

එනම්, $P(A') = 1 - P(A)$

නිදසුන 1

1 සිට 6 දක්වා අංක යොදන ලද නොනැඹුරු ඝනකාකාර දාදු කැටයක් උඩ දැමීමේ පරීක්ෂණයේ අංක 4 වැටීමේ සිද්ධිය A නම් $P(A) = \frac{1}{6}$ වේ.

A හි අනුපූරක සිද්ධියේ සම්භාවිතාව (4 හැර වෙනත් සංඛ්‍යාවක් වැටීමේ සම්භාවිතාව)

$$P(A') = 1 - P(A)$$
$$= 1 - \frac{1}{6}$$
$$= \frac{6}{6} - \frac{1}{6}$$
$$= \frac{5}{6}$$

මෙහි දී ඉරට්ට සංඛ්‍යාවක් ලැබීමේ සිද්ධිය B නම් $B = \{2, 4, 6\}$ වන අතර, ඒ අනුව $P(B) = \frac{3}{6}$ වේ.

Bහි අනුපූරක සිද්ධිය සිදු වීමේ සම්භාවිතාව $P(B')$ ලබා ගැනීමට 1න් $P(B)$ හි අගය අඩු කළ විට,

$$P(B') = 1 - P(B)$$
$$= 1 - \frac{3}{6}$$
$$= \frac{6}{6} - \frac{3}{6}$$
$$= \frac{3}{6}$$
$$= \frac{1}{2} \text{ වේ.}$$

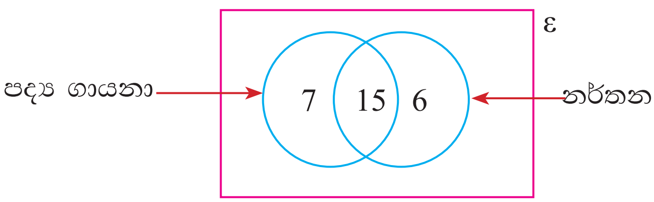
26.3 අභ්‍යාසය

1. 1 සිට 6 දක්වා අංක යොදන ලද නොනැඹුරු ඝනකාකාර දාදු කැටයක් උඩ දැමූ විට අංක 5 වැටීමේ සම්භාවිතාව කුමක් ද? අංක 5 හැර වෙනත් සංඛ්‍යාවක් වැටීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

2. බහුවරණ ප්‍රශ්න පත්‍රයක එක් ප්‍රශ්නයක් සඳහා පිළිතුරු 4ක් දී ඇත. ඒවා අතරින් නිවැරදි වන්නේ එක් පිළිතුරක් පමණි. ශිෂ්‍යයෙකු මෙයින් අහඹු ලෙස තෝරා ගත් පිළිතුරක් නිවැරදි පිළිතුර වීමේ සම්භාවිතාව කුමක් ද? ශිෂ්‍යයා තෝරා ගත් පිළිතුර වැරදි පිළිතුරක් වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

3. පොත් ගොඩක පොත් 20ක් ඇත. ඒ අතරින් 6ක් ඉංග්‍රීසි පොත් ය. අනෙක්වා සිංහල පොත් ය. මින් අහඹු ලෙස පොතක් තෝරා ගත් විට එය ඉංග්‍රීසි පොතක් වීමේ සම්භාවිතාව කොපමණ ද? ශිෂ්‍යයා තෝරා ගත් පොත ඉංග්‍රීසි පොතක් නොවීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

4. පද්‍ය ගායනා සහ නර්තන තරගයකට ඉදිරිපත් වූ සිසුන් කණ්ඩායමක් පිළිබඳ තොරතුරු මෙම වෙන් රූප සටහනෙන් දැක්වේ.
   (i) මින් අහඹු ලෙස තෝරා ගත් සිසුවෙකු පද්‍ය ගායනා තරගයට ඉදිරිපත් වූ අයෙකු වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.
   (ii) පද්‍ය ගායනා සඳහා ඉදිරිපත් නොවූ අයකු වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.



26.4 අන්‍යෝන්‍ය වශයෙන් බහිෂ්කාර සිද්ධි

යම්කිසි සිද්ධි දෙකක් සැලකීමේ දී එම සිද්ධි දෙකට පොදු අවයව නොමැති නම් එම සිද්ධි දෙක අන්‍යෝන්‍ය වශයෙන් බහිෂ්කාර යැයි කියනු ලැබේ. එනම් අන්‍යෝන්‍ය වශයෙන් බහිෂ්කාර සිද්ධි දෙකක ඡේදන කුලකය අභිශූන්‍ය වේ.

නිදසුන 1

1 සිට 6 දක්වා අංක යොදන ලද නොනැඹුරු ඝනකාකාර දාදු කැටයක් උඩ දැමීමේ පරීක්ෂණය සලකමු.

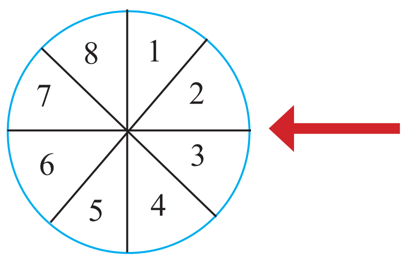
මෙහි දී ඉරට්ට සංඛ්‍යාවක් ලැබීමේ සිද්ධිය P නම් $P = \{2, 4, 6\}$ ද
ඔත්තේ සංඛ්‍යාවක් ලැබීමේ සිද්ධිය Q නම් $Q = \{1, 3, 5\}$ ද
ප්‍රථමක සංඛ්‍යාවක් ලැබීමේ සිද්ධිය R නම් $R = \{2, 3, 5\}$ ද වේ.

P සහ Q කුලක සඳහා පොදු අවයව නොමැති හෙයින් එම සිද්ධි දෙක අන්‍යෝන්‍ය වශයෙන් බහිෂ්කාර වේ. කිසියම් සිද්ධි දෙකක් එකිනෙකින් බැහැර වූ අවයවවලින් යුක්ත වූ විට එම සිද්ධීන්හි ඡේදන කුලකය අභිශූන්‍ය වේ. මේ අනුව, P හා Q යනු අන්‍යෝන්‍ය වශයෙන් බහිෂ්කාර සිද්ධි නම් $P \cap Q = \{\ \}$ හෝ $P \cap Q = \emptyset$ ලෙස ලිවිය හැකි ය.

$P \cap R = \{2\}$ නිසා P හා R සිද්ධි අන්‍යෝන්‍ය වශයෙන් බහිෂ්කාර නොවේ.
$Q \cap R = \{3, 5\}$ නිසා Q හා R සිද්ධි අන්‍යෝන්‍ය වශයෙන් බහිෂ්කාර නොවේ.

26.4 අභ්‍යාසය

1. රූපයේ දැක්වෙන ආකාරයේ 1 සිට 8 දක්වා අංක යොදන ලද වාසනා චක්‍රයක් කරකැවීමේ පරීක්ෂණය සලකන්න.



මෙහි දී ඉරට්ට සංඛ්‍යාවක් ලැබීමේ සිද්ධිය A ලෙස ද ඔත්තේ සංඛ්‍යාවක් ලැබීමේ සිද්ධිය B ලෙස ද ප්‍රථමක සංඛ්‍යාවක් ලැබීමේ සිද්ධිය C ලෙස ද පූර්ණ වර්ග සංඛ්‍යාවක් ලැබීමේ

සිද්ධිය D ලෙස ද ගෙන මෙම සිද්ධි සඟල වරහන් තුළ අවයව ඇසුරින් ලියා දක්වන්න. ඒවා ඇසුරෙන් පහත සඳහන් ප්‍රකාශනවල නිරවද්‍යතාව අනුව එක් එක් ප්‍රකාශය ඉදිරියෙන් ✓ හෝ ✗ ලකුණ යොදන්න.

(i) A හා B සිද්ධි අන්‍යෝන්‍ය වශයෙන් බහිෂ්කාර වේ. (..........)

(ii) A හා C සිද්ධි අන්‍යෝන්‍ය වශයෙන් බහිෂ්කාර නොවේ. (..........)

(iii) Aහා D සිද්ධි අන්‍යෝන්‍ය වශයෙන් බහිෂ්කාර වේ. (..........)

(iv) C හා D සිද්ධි අන්‍යෝන්‍ය වශයෙන් බහිෂ්කාර නොවේ. (..........)

2. A = {10ට අඩු තුනෙහි ගුණාකාර}
   B = {10ට අඩු හතරෙහි ගුණාකාර}

(i) A හා B හි අවයව ලියා දක්වන්න.
(iii) $A \cap B$ සොයන්න.
(iii) A හා B කුලක පිළිබඳව ලිවිය හැකි විශේෂ ලක්ෂණය කුමක් ද?

3. කිසියම් පාසලක නිවාස හතරෙහි කොඩිවල වර්ණ රතු, කොළ, කහ සහ නිල් වේ. වෙනත් පාසලකින් නිවාස හතරෙහි කොඩි වර්ණ ගැන්වී ඇත්තේ මෙසේ ය. එනම්, නිල්, දම්, තැඹිලි සහ කොළ ලෙස ය.

(i) පළමුව සඳහන් පාසලේ කොඩිවල වර්ණ P ලෙස ද අනෙක් පාසලේ කොඩිවල වර්ණ Q ලෙස ද ගෙන P හා Q කුලක දෙක වෙන වෙනම ලියා දක්වන්න.

(ii) $P \cap Q$ සොයන්න.

(iii) P හා Q අන්‍යෝන්‍ය වශයෙන් බහිෂ්කාර සිද්ධි ද? ඔබගේ පිළිතුරට හේතු දක්වන්න.

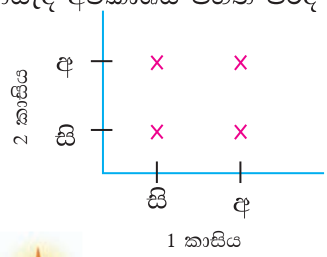
26.5 නියැදි අවකාශය කොටු ජාලයක නිරූපණය

නොනැඹුරු එක හා සමාන වූ කාසි දෙකක් එකවර උඩ දමා බිමට වැටුණු විට, උඩු පැත්තට හැරී වැටෙන පැත්ත පරීක්ෂා කිරීමේ පරීක්ෂණය සළකමු.

මෙම පරීක්ෂණයේදී ලැබිය හැකි සියලුම ප්‍රතිඵල ඇතුළත් නියැදි අවකාශය පටිපාටිගත යුගල මගින් මෙසේ නිරූපණය කළ හැකි වේ.

(සිරස, සිරස), (සිරස, අගය)
(අගය, සිරස), (අගය, අගය)

මෙම නියැදි අවකාශය පහත පරිදි කොටු දැලක නිරූපණය කළ හැකි වේ.



ඉහත × මගින් දක්වා ඇති එක් එක් ප්‍රතිඵලය සමසේ භව්‍ය වේ. මේ අනුව, පහත ඒවායේ සම්භාවිතාව සොයමු.

(i) කාසි දෙකේ ම සිරස ලැබීමේ සම්භාවිතාව $= \frac{1}{4}$

(ii) පළමු කාසියේ අගය හා දෙවන කාසියේ සිරස ලැබීමේ සම්භාවිතාව $= \frac{1}{4}$

(iii) එක කාසියක සිරස හා අනෙක් කාසියේ අගය ලැබීමේ සම්භාවිතාව $= \frac{2}{4}$

(iv) සමාන පැති වැටීමේ සම්භාවිතාව $= \frac{2}{4}$

26.6 ස්වායත්ත සිද්ධි

එක් සිද්ධියක සිදුවීම හෝ සිදු නොවීම තවත් සිද්ධියක සිදු වීම හෝ සිදු නොවීම කෙරෙහි බල නොපායි නම්, එම සිද්ධී දෙක ස්වායත්ත සිද්ධි දෙකක් ලෙස හඳුන්වයි.

නිදසුන 1

කාසියක් සහ 1 සිට 6 දක්වා අංක යොදන ලද නොනැඹුරු ඝනකාකාර දාදු කැටයක් එකවර උඩ දමනු ලැබේ. මෙහිදි කාසියේ වැටෙන පැත්ත දාදු කැටයේ වැටෙන පැත්ත කෙරෙහි බලපෑම් ඇති නොකරයි. එනිසා මෙම සිද්ධි දෙක ස්වායත්ත සිද්ධි වේ.

නිදසුන 2

මල්ලක් තුළ සුදු පාට පබළු 3ක් සහ කළු පාට පබළු 5ක් ඇත. ළමයෙකු අහඹු ලෙස මල්ලෙන් පබළුවක් ගෙන එහි පාට බලා නැවත ආපසු දමා තවත් වරක් පබළුවක් ඉවතට ගෙන එහි පාට සටහන් කරගනී. මෙම අවස්ථාවේදී පළමුවර ලැබෙන පබළුවේ වර්ණය දෙවනවර ලැබෙන පබළුවේ වර්ණය කෙරෙහි බලපෑමක් ඇති නොකරයි. එනම් මෙම සිද්ධි දෙක ස්වායත්ත සිද්ධි වේ.

ස්වායත්ත සිද්ධිවලට අදාළ පරීක්ෂණයක නියැදි අවකාශය කොටු දැලක දක්වන ආකාරය පහත නිදසුනෙන් දැක්වේ.

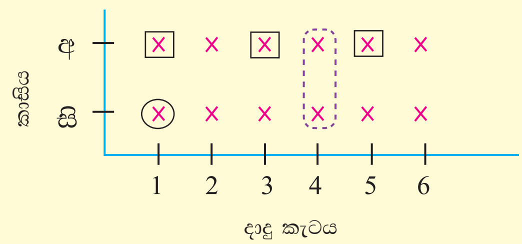
නිදසුන 3

1 සිට 6 තෙක් අංක ලියන ලද ඝනකාකාර දාදු කැටයක් සහ කාසියක් එකවර උඩ දමා උඩට හැරී වැටෙන පැත්ත පරීක්ෂා කිරීමේ පරීක්ෂණයේ නියැදි අවකාශය කොටු දැලක දක්වා පහත සඳහන් ඒවායේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

(i) දාදු කැටයේ අංක 1 හා කාසියේ සිරස ලැබීම.

(ii) දාදු කැටයේ ඔත්තේ සංඛ්‍යාවක් හා කාසියේ අගය ලැබීම.

(iii) දාදු කැටයේ අංක 4 ලැබීම.



(i) අවශ්‍ය පෙදෙස ◯ මගින් දක්වා ඇත.

∴ දාදු කැටයේ අංක 1 හා කාසියේ සිරස ලැබීම $= \frac{1}{12}$

(ii) අවශ්‍ය පෙදෙස □ මගින් දක්වා ඇත.

∴ දාදු කැටයේ ඔත්තේ සංඛ්‍යාවක් හා කාසියේ අගය ලැබීම $= \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$

(ii) අවශ්‍ය පෙදෙස ⬚ මගින් දක්වා ඇත.

∴ දාදු කැටයේ අංක 4 ලැබීම $= \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$

26.5 අභ්‍යාසය

1. පැති හයෙහි 1, 2, 3, 4, 5, 6 යන අංකය බැගින් යෙදූ සාධාරණ දාදු කැටයක් සහ සාධාරණ කාසියක් එකවර උඩ දමන ලදි.
   (i) විය හැකි සියළු සිද්ධීන් නිරූපණය කිරීමට කාටිසීය ප්‍රස්තාරයක් අඳින්න.
   (ii) දාදු කැටයේ 6 ලැබීමේ සිද්ධිය A ලෙස ලකුණු කර $P(\mathrm{A})$ සොයන්න.
   (iii) කාසියෙන් අගය පැත්ත ද දාදු කැටයෙන් ඔත්තේ අගයක් ද ලැබීමේ සිද්ධිය B ලෙස නම් කර $P(\mathrm{B})$ සොයන්න.
   (iv) A හා B අන්‍යෝන්‍ය වශයෙන් බහිෂ්කාර ද?
   $P(\mathrm{A} \cup \mathrm{B}) = P(\mathrm{A}) + P(\mathrm{B})$ වේ ද?

2. සවිධි චතුස්තලාකාර කැටයක පැති 2, 4, 6, 8 ලෙස අංක කර ඇත. මෙම කැටය දෙවරක් දැමූ විට,
   (i) විය හැකි සිද්ධීන් හී නියැදි අවකාශය කාටිසීය ප්‍රස්තාරයක් මගින් දක්වන්න.
   (ii) අය ගණන් දෙකම සමානවීමේ සිද්ධිය ප්‍රස්තාරය මත x ලෙස ලකුණු කර $P(x)$ සොයන්න.
   (iii) එක් වරක් හෝ 8 වැටීමේ සිද්ධිය ප්‍රස්තාරය මත y ලෙස ලකුණු කර $P(y)$ සොයන්න.
   (iv) x හා y සිද්ධි අන්‍යෝන්‍ය වශයෙන් බහිෂ්කාර ද?

3. පහත රූපයේ දැක්වෙන පරිදි වූ තැටි දෙකක් නිදහසේ භ්‍රමණය කිරීමට ඉඩ සලස්වා ඇත. මෙමගින් කෙරෙන තරගයකදී තරගකරුට වර්ණයක් හා අංකයක් තෝරා ගැනීමට නියම කරන අතර තැටි දෙක කරකැවී නතර වූ විට සූචකය ඉදිරියෙන් ඇති වර්ණය හා අංකය අනුව ජයග්‍රාහකයා තෝරා ගනු ලැබේ.

   (i) මෙහිදී ලැබිය හැකි වර්ණ හා අංක නිරූපණය කිරීමට කාටිසීය ප්‍රස්තාරයක් අඳින්න.
   (ii) (රතු, 8) තෝරා ගත් කරගකරුවෙකු ජයග්‍රාහකයා වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

4. 1, 2, 3, 4, 5 යන එක් එක් අංකය ලියූ කාඩ්පත් 5ක් පෙට්ටියක් තුළ ඇත. මෙයින් අහඹුව කාඩ්පතක් ගෙන අංකය සටහන් කර නැවත පෙට්ටිය තුළට දමා දෙවන වරට ද කාඩ්පතක් අහඹුව ගෙන අංකය සටහන් කරනු ලැබේ. ලැබිය හැකි අංක යුගල දැක්වීමට කාටීසීය ප්‍රස්තාරයක් අඳින්න. පළමු ගැනීම දහය ස්ථානය ලෙස ද දෙවන ගැනීම එකස්ථානය ලෙස ද සැළකූ විට 40 ට වැඩි සංඛ්‍යා කුලකය ප්‍රස්තාරයෙහි A ලෙස ලකුණු කර $P(A)$ සොයන්න.

5. පෙට්ටියක් තුළ රතු පාට විදුලි බුබුළු 3ක් ද කොළ පාට විදුලි බුබුළු 2ක් ද සුදු පාට විදුලි බුබුළක් ද ඇත. මෙයින් අහඹුව විදුලි බුබුළක් ගෙන වර්ණය සටහන් කර එය ආපසු දමා නැවත ද අහඹුව විදුලි බුබුළක් ගෙන වර්ණය සටහන් කර ගන්නා ලදි.
   (i) ලැබිය හැකි සියළු ප්‍රතිඵල නිරූපණය කරන කාටීසීය ප්‍රස්තාරය අඳින්න.
   (ii) ප්‍රස්තාරය මත පහත දැක්වෙන එක් එක් සිදුවීම් සළකුණු කර ඒවායේ සම්භාවිතා ලබා ගන්න.
      (a) බුබුළු දෙකම රතු වීම (R)
      (b) බුබුළු දෙකම එකම වර්ණයේ වීම (S)

26 .7 පරායත්ත සිද්ධි

සසම්භාවී පරීක්ෂණයකදී එක් සිද්ධියක සිදුවීම හෝ සිදු නොවීම තවත් සිද්ධියක සිදුවීම හෝ සිදු නොවීම කෙරෙහි බලපෑමක් ඇතිකරයි නම් එම සිද්ධි දෙක පරායත්ත සිද්ධි ලෙස හඳුන්වයි.

නිදසුන 1

එක්තරා පිරිවෙණක 5 ශ්‍රේණියේ සිසුන් 10ක් ඇත. මේ අය අතරින් පළමුව පන්ති නායකයා තෝරා ගන්නා අතර ඉතිරි අයගෙන් ඉන්පසුව උපනායකයා තෝරා ගනී. පන්ති නායකයා තෝරාගැනීම උපනායකයා තෝරාගැනීම කෙරෙහි බලපෑමක් ඇතිකරයි. එනම් මෙම සිද්ධි දෙක පරායත්ත සිද්ධි වේ.

නිදසුන 2

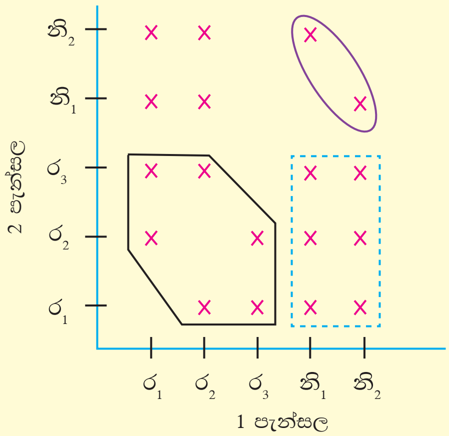
මල්ලක් තුළ සුදු පාට පබළු 3ක් සහ කළු පාට පබළු 5ක් ඇත. ළමයෙකු අහඹු ලෙස මල්ලෙන් පබළුවක් ගෙන එහි පාට බලා නැවත ආපසු නොදමා තවත් පබළුවක් ඉවතට ගෙන එහි පාට සටහන් කරගනී. මෙම අවස්ථාවේදී පළමුවර ලැබෙන පබළුවේ වර්ණය දෙවනවර ලැබෙන පබළුවේ වර්ණය කෙරෙහි බලපෑමක් ඇති කරයි. එනම් මෙම සිද්ධි දෙක පරායත්ත සිද්ධි වේ.

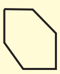
පරායත්ත සිද්ධිවලට අදාළ පරීක්ෂණයක නියැදි අවකාශය කොටු දැලක දක්වන ආකාරය පහත නිදසුනෙන් දැක්වේ.

නිදසුන 3

පැන්සල් පෙට්ටියක සර්වසම රතු පාට පැන්සල් 3ක් හා නිල් පාට පැන්සල් 2ක් ඇත. පළමුව අහඹු ලෙස පැන්සලක් ගෙන පාට ලකුණු කර නැවත පෙට්ටියට නොදමා (ප්‍රතිස්ථාපනය රහිතව) දෙවැනි පැන්සලක් ගනු ලැබේ. විය හැකි සියලු ප්‍රතිඵල ඇතුළත් නියැදි අවකාශය කොටු දැලක දක්වා මේවායේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

(i) පැන්සල් දෙකම රතු පාට වීම.
(ii) පළමු පැන්සල නිල් පාට වී දෙවැන්න රතු පාට වීම.
(iii) පැන්සල් දෙකම නිල් පාට වීම.



(i) අවශ්‍ය පෙදෙස  මගින් දක්වා ඇත.
පැන්සල් දෙකම රතු පාට වීමේ සම්භාවිතාව. $= \frac{9}{25}$

(ii) අවශ්‍ය පෙදෙස මගින් දක්වා ඇත.
පළමු පැන්සල නිල් පාට වී දෙවැන්න රතු පාටවීමේ සම්භාවිතාව $= \frac{6}{25}$

(ii) අවශ්‍ය පෙදෙස මගින් දක්වා ඇත.
පැන්සල් දෙකම නිල් පාට වීමේ සම්භාවිතාව $= \frac{2}{25}$

26.6 අභ්‍යාසය

1. 1, 2, 3, 4, 5 යන එක් එක් අංකය ලියූ කාඩ්පත් 5ක් පෙට්ටියක් තුළ ඇත. මෙයින් අහඹුව කාඩ්පතක් ගෙන අංකය සටහන් කර නැවත පෙට්ටිය තුළට නොදමයි. දෙවන වරට ද කාඩ්පතක් අහඹුව ගෙන අංකය සටහන් කරනු ලැබේ. ලැබිය හැකි අංක යුගල දැක්වීමට කාටීසීය ප්‍රස්තාරයක් අඳින්න.

2. පෙට්ටියක් තුළ රතු පාට විදුලි බුබුළු 3ක් ද කොළ පාට විදුලි බුබුළු 2ක් ද සුදු පාට විදුලි බුබුළක් ද ඇත. මෙයින් අහඹුව විදුලි බුබුළක් ගෙන වර්ණය සටහන් කර එය ආපසු නොදමා නැවත ද අහඹුව විදුලි බුබුළක් ගෙන වර්ණය සටහන් කර ගනී.
   (i) ලැබිය හැකි සියළු ප්‍රතිඵල නිරූපණය කරන කාටිසීය ප්‍රස්තාරය අඳින්න.
   (ii) එක විදුලි බුබුළක්වත් රතු පාට නොවීමේ සිද්ධිය ප්‍රස්තාරයේ ලකුණු කර එහි සම්භාවිතාව සොයන්න.

3. මල්ලක එකම තරමේ දොඩම් ගෙඩි 7ක් ඇත. ඒවායින් 3ක් ඇඹුල් දොඩම් වේ. ඉතිරි ඒවා පැණි දොඩම් වේ. මල්ලෙන් අහඹුව දොඩම් ගෙඩි දෙකක් ගතහොත් (ගත් දොඩම් නැවත මල්ලට දමනු නොලැබේ යැයි සළකා) විය හැකි සියළු සිද්ධි කාටිසීය ප්‍රස්තාරයක අඳින්න. එමගින්,
   (i) ගත් දොඩම් දෙකම පැණි දොඩම් වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.
   (ii) එක් ගෙඩියක් හෝ පැණි දොඩම් ගෙඩියක් වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

සාරාංශය

- සිද්ධියක් යනු යම්කිසි පරීක්ෂණයකට අදාළ නියැදි අවකාශයෙහි උපකුලකයකි.
- යම්කිසි නියැදි අවකාශයකින් එක් අවයවයක් පමණක් අඩංගු සිද්ධි, සරල සිද්ධි ලෙස හැඳින්වේ.
- කිසියම් නියැදි අවකාශයක අවයව කිහිපයක් අඩංගු සිද්ධි, සංයුක්ත සිද්ධි ලෙස හැඳින්වේ.
- සිද්ධියක සම්භාවිතාව $= \dfrac{\text{සිද්ධියට අදාළ අවයව ගණන}}{\text{නියැදි අවකාශයේ මුළු අවයව ගණන}}$
- යම්කිසි පරීක්ෂණයකට අදාළ නියැදි අවකාශයේ උප කුලකයක් වන සිද්ධියක් සැළකූ විට, එම සිද්ධියට අයත් අවයව හැර නියැදි අවකාශයේ ඉතිරි අවයව ඇතුළත් සිද්ධිය පළමු සිද්ධියේ අනුපූරක සිද්ධිය ලෙස හඳුන්වයි.
- යම්කිසි සිද්ධි දෙකක් සැලකීමේදී එම සිද්ධි දෙකට පොදු අවයව නොමැති නම් එම සිද්ධි දෙක අන්‍යෝන්‍ය වශයෙන් බහිෂ්කාර යැයි කියනු ලැබේ.

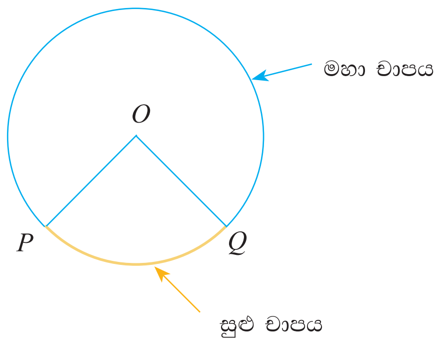
27 වෘත්තයක කෝණ

මෙම පාඩම අධ්‍යයනය කිරීමෙන් ඔබට,

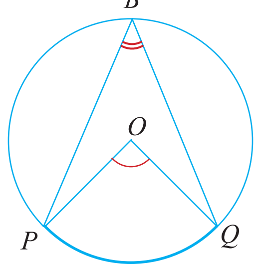
- වෘත්ත චාපයක් මගින් කේන්ද්‍රයේ හා වෘත්තය මත (පරිධිය) ආපාතනය කරන කෝණ අතර සම්බන්ධතාව පිළිබඳ ව හඳුනා ගැනීමට,
- වෘත්ත චාපයක් මගින් ආපාතනය කරන එකම වෘත්ත ඛණ්ඩයේ කෝණ පිළිබඳ ව හඳුනා ගැනීමට,
- අර්ධ වෘත්තයේ කෝණ පිළිබඳව හැදෑරීමට,
- ඒ ආශ්‍රිත ප්‍රමේයයන් හඳුනා ගෙන ඒවා භාවිතා කිරීමට

හැකියාව ලැබේ.

27.1 වෘත්ත චාපයක් මගින් වෘත්තයේ කේන්ද්‍රය මත සහ වෘත්තය මත ආපාතනය කරන කෝණ



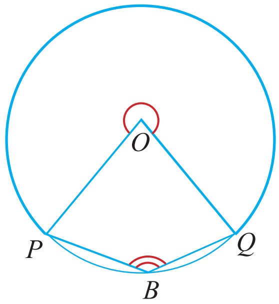
වෘත්තය මත P හා Q ලක්ෂ්‍ය 2ක් සලකමු. එමගින් වෘත්තය කොටස් 2කට වෙන් වේ. මෙහි දී දිගින් අඩු චාපයට සුළු චාපය යැයි ද දිගින් වැඩි චාපයට මහා චාපය යැයි ද කියනු ලැබේ.



සුළු චාපය දෙකෙළවර ඇති P හා Q ලක්ෂ්‍ය කේන්ද්‍රයට යා කළ විට ලැබෙන $P\hat{O}Q$, PQ සුළු චාපය මගින් කේන්ද්‍රය මත ආපාතනය කෙරෙන කෝණය ලෙස හඳුන්වයි. එලෙස ම $P\hat{B}Q$, PQ සුළු චාපය මගින් වෘත්තය මත ආපාතනය කෙරෙන කෝණය ලෙස හඳුන්වයි.

පහත දැක්වෙන රූපය දෙස බලන්න. මහා චාපයේ දෙකෙළවර කේන්ද්‍රයට යා කිරීමෙන් ලැබෙන $P\hat{O}Q$ පරාවර්තන කෝණය PQ මහා චාපය මගින් කේන්ද්‍රයේ ආපාතනය කෙරෙන කෝණය ලෙස හඳුන්වයි.

මෙලෙස ම $P\hat{B}Q$, PQ මහා චාපය මගින් වෘත්තය මත ආපාතනය කෙරෙන කෝණය ලෙස හඳුන්වයි.



27.2 වෘත්ත චාපයකින් කේන්ද්‍රය හා වෘත්තය මත ආපාතනය කරන කෝණ අතර සම්බන්ධය

ක්‍රියාකාරකම 1

පියවර 1 - අරය 5 cm වන වෘත්තයක් අඳින්න. කේන්ද්‍රය O ලෙස නම් කරන්න.

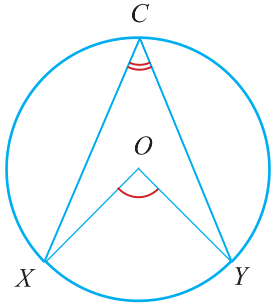
පියවර 2 - වෘත්තය මත X හා Y ලක්ෂ්‍ය 2ක් ලකුණු කරන්න.

පියවර 3 - OX හා OY යා කරන්න. $X\hat{O}Y$ මැන අගය ලියන්න.

පියවර 4 - XY මහා චාපය මත C ලක්ෂ්‍යයක් ලකුණු කරන්න.

පියවර 5 - XC හා YC යා කරන්න. $X\hat{C}Y$ මැන අගය ලියන්න.

ඉහත ක්‍රියාකාරකම විවිධ අරයන් සහිත වෘත්ත ඇඳ සිදු කරන්න. $X\hat{O}Y$ හා $X\hat{C}Y$ අතර ඇති සම්බන්ධතාව ලබා ගන්න.



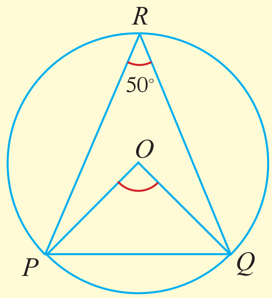
ඉහත ක්‍රියාකාරකම අනුව $X\hat{O}Y$, $X\hat{C}Y$ මෙන් දෙගුණයක් වන බව ඔබට තහවුරු වනු ඇත. ඒ අනුව වෘත්ත චාපයකින් කේන්ද්‍රය මත ආපාතනය කෙරෙන කෝණය, ඉතිරි කොටස මත පරිධියේ ආපාතනය කෙරෙන කෝණය මෙන් දෙගුණයක් වන බව ඔබට තහවුරු වනු ඇත.

ප්‍රමේයය

වෘත්ත චාපයකින් කේන්ද්‍රය මත ආපාතනය කෙරෙන කෝණය, එම චාපය මගින් වෘත්තයේ ඉතිරි කොටස මත ආපාතනය කෙරෙන කෝණය මෙන් දෙගුණයක් වේ.

නිදසුන 1

O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තයක P, Q, R වෘත්තය මත පිහිටි ලක්ෂ්‍ය තුනකි. $P\hat{R}Q = 50^o$ නම් $O\hat{P}Q$ අගය සොයන්න.



$P\hat{O}Q = 2\ P\hat{R}Q$ (ඉහත ප්‍රමේයය අනුව)

$\therefore\ P\hat{O}Q = 2 \times 50^\circ$

$P\hat{O}Q = 100^\circ$

දැන් POQ ත්‍රිකෝණය සැලකීමෙන්,

$OP = OQ$ (එකම වෘත්තයේ අරයයන් බැවින්)

$\therefore\ O\hat{P}Q = O\hat{Q}P$ (සමද්විපාද ත්‍රිකෝණ ප්‍රමේයය අනුව)

$P\hat{O}Q + O\hat{P}Q + O\hat{Q}P = 180^o$ (ත්‍රිකෝණයක අභ්‍යන්තර කෝණ එකතුව 180^o නිසා)

$P\hat{O}Q + 2\ O\hat{P}Q = 180^o$ ($O\hat{P}Q = O\hat{Q}P$ බැවින්)

$100^o + 2\ O\hat{P}Q = 180^o$

$2\ O\hat{P}Q = 180^o - 100^o$

$2\ O\hat{P}Q = 80^o$

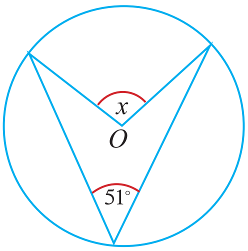
$O\hat{P}Q = \frac{80^o}{2}$

$\therefore\ O\hat{P}Q = 40^o$

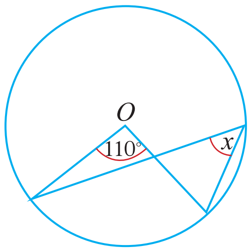
27.1 අභ්‍යාසය

1. පහත එක් එක් වෘත්තයේ කේන්ද්‍රය O වේ. දී ඇති දත්ත අනුව x හි අගය සොයන්න.

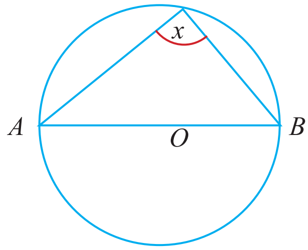
(i)



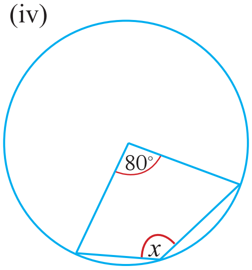
(ii)



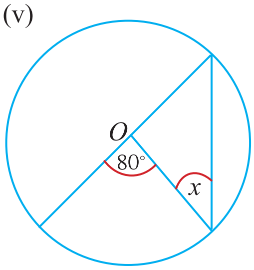
(iii)



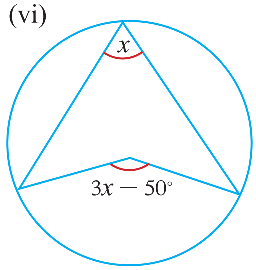
(iv)



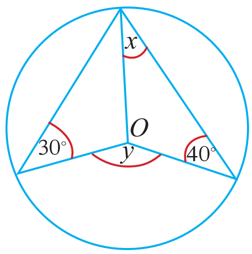
(v)



(vi)



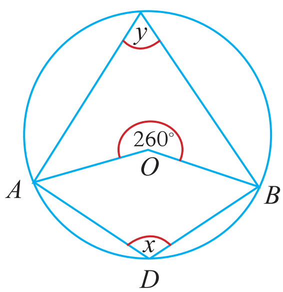
2. දී ඇති වෘත්තයේ කේන්ද්‍රය O වේ. x හා y අගයන් සොයන්න.



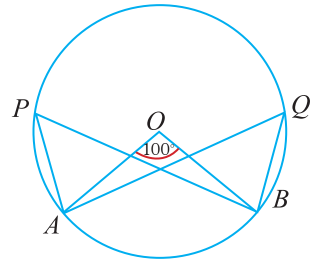
3. දී ඇති රූපයේ දැක්වෙන වෘත්තයේ කේන්ද්‍රය O වේ. $A\hat{O}B$ පරාවර්ත කෝණය 260° කි.

(i) x හි අගය සොයන්න.

(ii) $x + y$ හි අගය සොයන්න.

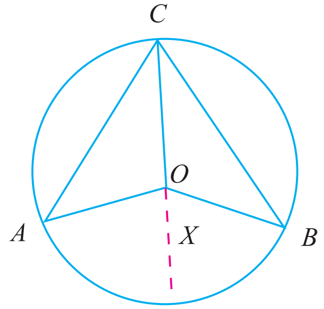


4. රූපයේ දී ඇති වෘත්තයේ කේන්ද්‍රය O වේ.
$A\hat{O}B = 100^\circ$ නම්



(i) $A\hat{P}B$ සොයන්න.
(ii) $A\hat{Q}B$ සොයන්න.

"වෘත්ත චාපයකින් කේන්ද්‍රය මත ආපාතනය කරන කෝණය එම චාපය මගින් වෘත්තයේ ඉතිරි කොටස මත ආපාතනය කරන කෝණය මෙන් දෙගුණයක් වේ" යන ප්‍රමේයයේ විධිමත් සාධනය



දත්තය : O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තය මත A, B හා C ලක්ෂ්‍ය පිහිටා ඇත.

සාධනය කළ යුත්ත : $A\hat{O}B = 2\ A\hat{C}B$ බව

නිර්මාණය : CO රේඛාව X දක්වා දික් කිරීම

සාධනය : AOC ත්‍රිකෝණය සැලකීමෙන්,

$OA = OC$ (එකම වෘත්තයේ අර සමාන වේ.)

$\therefore\ O\hat{A}C = O\hat{C}A \longrightarrow (1)$ (සමද්විපාද ත්‍රිකෝණයක සමාන පාදවලට සම්මුඛ කෝණ සමාන නිසා)

$O\hat{A}C + O\hat{C}A = A\hat{O}X \longrightarrow (2)$
(ත්‍රිකෝණයක පාදයක් දික් කිරීමෙන් සෑදෙන බාහිර කෝණය අභ්‍යන්තර සම්මුඛ කෝණ දෙකේ එකතුවට සමාන නිසා)

(1) හා (2) න්, $A\hat{O}X = 2\ O\hat{C}A \longrightarrow (3)$

එලෙසම BOC ත්‍රිකෝණය සැලකීමෙන්,

$B\hat{O}X = 2\ O\hat{C}B \longrightarrow (4)$ බව ද පෙන්විය හැකි ය.

(3) + (4) මගින්, $A\hat{O}X + B\hat{O}X = 2\ O\hat{C}A + 2\ O\hat{C}B$

$A\hat{O}X + B\hat{O}X = 2\ (O\hat{C}A + O\hat{C}B)$

$A\hat{O}B = 2\ A\hat{C}B$

ඉහත සාධනය කළ ප්‍රමේයය ඇසුරෙන් ජ්‍යාමිතික ගැටලු සාධනය කරන ආකාරය විමසා බලමු.

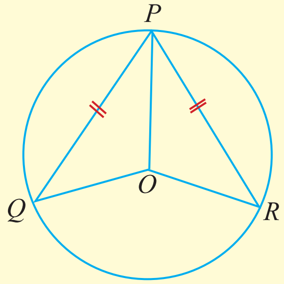
නිදසුන 2

O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තයක් මත P, Q, R ලක්ෂ්‍ය පිහිටා ඇත්තේ $PQ = PR$ වන පරිදි ය.

(i) $POQ\triangle \equiv POR\triangle$ බව සාධනය කරන්න.

(ii) $Q\hat{O}R = 4\ Q\hat{P}O$ බව සාධනය කරන්න.

ඉහත දත්තවලට අදාළ ව රූප සටහනක් අඳිමු.



දත්තය : O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තයක් මත P, Q, R පිහිටා ඇත්තේ $PQ = PR$ වන පරිදි ය.

සාධනය කළ යුත්ත : (i) $POQ\triangle \equiv POR\triangle$ බව

(ii) $Q\hat{O}R = 4\ Q\hat{P}O$ බව

සාධනය :

(i) POQ හා POR ත්‍රිකෝණ සළකමු.

$PQ = PR$ (දත්තය)

$PO = PO$ (පොදු පාදය)

$OQ = OR$ (එකම වෘත්තයක අර සමාන නිසා)

$\therefore\ POQ\triangle \equiv POR\triangle$ (පා.පා.පා. අවස්ථාව)

(ii) $Q\hat{O}R = 2\ Q\hat{P}R \longrightarrow$ (1)

(වෘත්ත චාපයකින් කේන්ද්‍රය මත ආපාතනය කරන කෝණය එම චාපයෙන් වෘත්තයේ ඉතිරි චාප කොටස මත ආපාතනය කරන කෝණය මෙන් දෙගුණයක් නිසා)

$Q\hat{P}O = R\hat{P}O$ (ඉහත $POQ\triangle \equiv POQ\triangle$ හි අනුරූප අංග නිසා)

$Q\hat{P}R = 2\ Q\hat{P}O \longrightarrow$ (2)

(2) න් (1) ට ආදේශයෙන්,

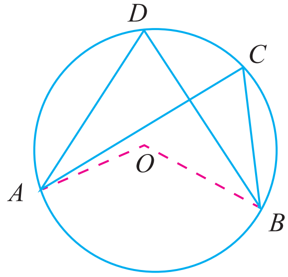
$Q\hat{O}R = 2\ Q\hat{P}R$

$Q\hat{O}R = 2\ (2\ Q\hat{P}O)$

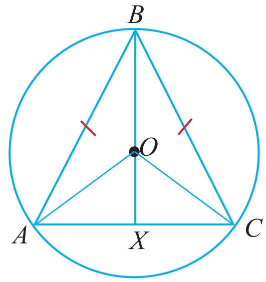
$\therefore\ Q\hat{O}R = 4\ Q\hat{P}O$

27.2 අභ්‍යාසය

1. O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තයක A, B, C හා D ලක්ෂ්‍ය පහත රූපයේ පරිදි වෘත්තය මත පිහිටයි. $A\hat{D}B = A\hat{C}B$ බව සාධනය කරන්න.

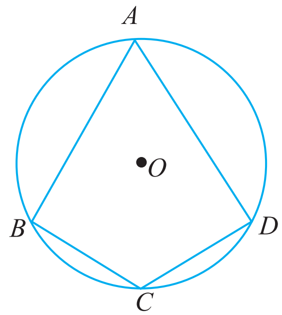


2. O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තයක් මත A, B හා C ලක්ෂ්‍ය පිහිටා ඇත්තේ $AB = BC$ වන පරිදි ය. දික් කළ BO රේඛාව X හි දී AC හමු වේ.

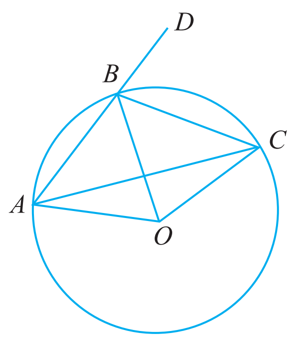


   (i) $AOB\triangle \equiv BOC\triangle$ බව
   (ii) $ABX\triangle \equiv CBX\triangle$ බව
   (iii) $AOX\triangle \equiv COX\triangle$ බව
   (iv) $C\hat{O}X = 2\,C\hat{B}X$ බව
   සාධනය කරන්න.

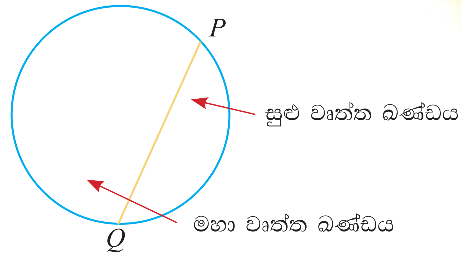
3. O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තයක් මත A, B, C හා D ලක්ෂ්‍ය පිහිටයි. BO හා OD යා කිරීමෙන් $B\hat{A}D + B\hat{C}D = 180^\circ$ බව සාධනය කරන්න.



4. A, B හා C ලක්ෂ්‍ය රූප සටහනේ පරිදි O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තයක් මත පිහිටයි. AB රේඛාව D දක්වා දික්කර ඇත. $A\hat{O}C = 2\,D\hat{B}C$ බව සාධනය කරන්න.



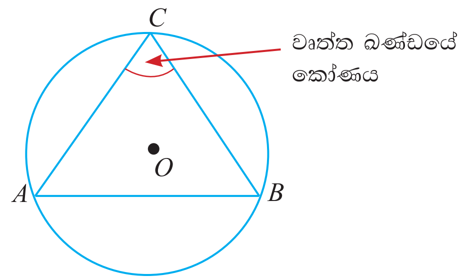
27.3 වෘත්තයක එකම ඛණ්ඩයේ කෝණ අතර සම්බන්ධය



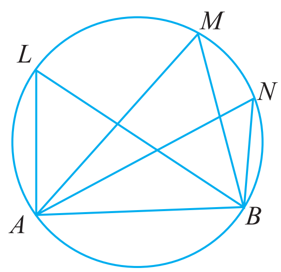
වෘත්තයක ජ්‍යායක් මගින් එම වෘත්තය කොටස් දෙකකට වෙන් වේ. මේවා වෘත්ත ඛණ්ඩ ලෙස හැඳින්වේ. *PQ* ජ්‍යාය හා මහා වෘත්ත චාපය මගින් වට වූ කොටස මහා වෘත්ත ඛණ්ඩය ලෙස හැඳින්වේ. *PQ* ජ්‍යාය හා සුළු වෘත්ත චාපය මගින් වට වූ කොටස සුළු වෘත්ත ඛණ්ඩය නමින් හැඳින් වේ.

අඳින ලද ජ්‍යාය, වෘත්තයේ කේන්ද්‍රය හරහා යන විට එම ජ්‍යාය, වෘත්තයේ විෂ්කම්භයක් වන අතර අදාළ වෘත්ත ඛණ්ඩ වර්ගඵලයෙන් සමාන වේ.

A හා *B* ලක්ෂ්‍ය මගින් මහා වෘත්ත ඛණ්ඩයේ හෝ සුළු වෘත්ත ඛණ්ඩයේ ආපාතනය කරන කෝණය, වෘත්ත ඛණ්ඩයේ කෝණය නමින් හැඳින්වේ.



A හා *B* ලක්ෂ්‍ය මගින් මහා වෘත්ත ඛණ්ඩය මත ආපාතනය කරන කෝණ $A\hat{L}B$, $A\hat{M}B$, $A\hat{N}B$ වේ. මේවාට, එකම වෘත්ත ඛණ්ඩයේ කෝණ යැයි කියනු ලැබේ.



ක්‍රියාකාරකම 2

පියවර 1 - අරය 5 cm වූ ද කේන්ද්‍රය *O* වූ ද වෘත්තයක් අඳින්න.

පියවර 2 - විෂ්කම්භයක් නොවන *AB* ජ්‍යායක් අඳින්න.

පියවර 3 - මහා වෘත්ත ඛණ්ඩය මත *P, Q, R, S* ලක්ෂ්‍ය ලකුණු කරන්න.

පියවර 4 - *AB* චාපය මගින් *P, Q, R* හා *S* ලක්ෂ්‍ය මත ආපාතනය කරන කෝණ ලකුණු කරන්න.

පියවර 5 - $A\hat{P}B$, $A\hat{Q}B$, $A\hat{R}B$, $A\hat{S}B$ කෝණ මනින්න.

ඔබට ලබා ගත හැකි නිගමනය ලියා දක්වන්න.

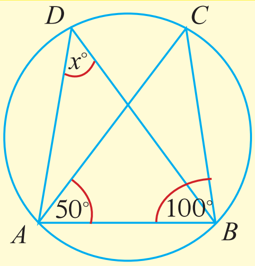
අරය වෙනස් කරමින් ඉහත ආකාරයට ම සුළු වෘත්ත ඛණ්ඩය මතත්, ඉහත ක්‍රියාකාරකම සිදු කරන්න. ඉහත දී ඔබ ලබා ගත් නිගමනය ම එමගින් ලැබේ ද?

ඉහත දී ලබා ගත් නිගමනය ප්‍රමේයයක් ලෙස පහත දැක්වේ.

ප්‍රමේයය

වෘත්තයක එකම ඛණ්ඩයේ කෝණ සමාන වේ.

නිදසුන 1



දී ඇති තොරතුරු අනුව x හි අගය සොයන්න.

$ABC\,\triangle$ යේ

$B\hat{A}C + A\hat{B}C + A\hat{C}B = 180^\circ$

(ත්‍රිකෝණයක අභ්‍යන්තර කෝණවල එකතුව 180° නිසා)

$50^\circ + 100^\circ + A\hat{C}B = 180^\circ$

$150^\circ + A\hat{C}B = 180^\circ$

$A\hat{C}B = 180^\circ - 150^\circ$

$A\hat{C}B = 30^\circ$

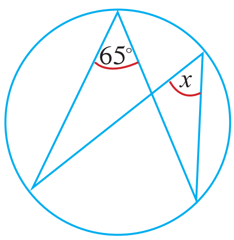
$A\hat{C}B = A\hat{D}B$ (එකම වෘත්ත ඛණ්ඩයේ කෝණ සමාන නිසා)

$\therefore\ x = 30^\circ$

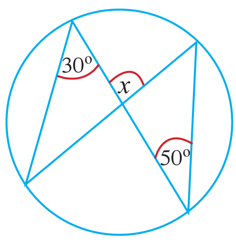
27.3 අභ්‍යාසය

1. පහත දී ඇති රූප සටහන්වල දක්වා ඇති x හි අගයන් සොයන්න.

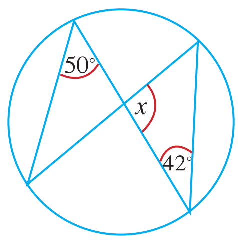
(i)



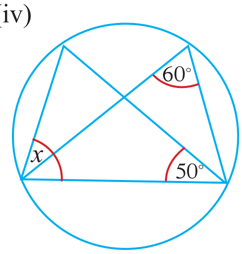
(ii)



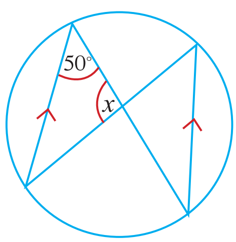
(iii)



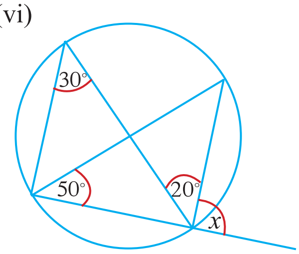
(iv)



(v)



(vi)

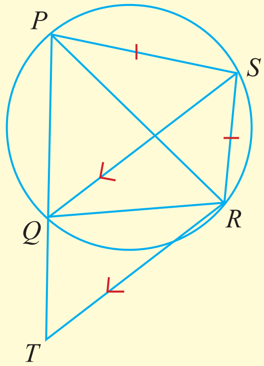


27.4 "එකම වෘත්ත ඛණ්ඩයේ කෝණ සමාන වේ" යන ප්‍රමේයය භාවිතයෙන් අනුමේයයන් සාධනය කිරීම

නිදසුන 1

රූපයේ පරිදි P, Q, R සහ S ලක්ෂ්‍ය වෘත්තය මත පිහිටයි. $PS = SR$ වේ. SQ ට සමාන්තර ලෙස R හරහා අඳින ලද රේඛාවට දික් කළ PQ, T හි දී හමු වේ.

$P\hat{T}R = R\hat{P}S$ බව සාධනය කරන්න.



දත්තය : P, Q, R සහ S ලක්ෂ්‍ය වෘත්තය මත පිහිටයි. $PS = SR$ වේ. SQ ට සමාන්තර ලෙස R හරහා අඳින ලද රේඛාවට දික් කළ PQ, T හි දී හමු වේ.

සාධනය කළ යුත්ත : $P\hat{T}R = R\hat{P}S$ බව

සාධනය : PSR ත්‍රිකෝණයේ $PS = SR$ (දී ඇත.)

$\therefore\ R\hat{P}S = P\hat{R}S \longrightarrow$ (1) (සමද්විපාද ත්‍රිකෝණයක සමාන පාදවලට සම්මුඛ කෝණ සමාන නිසා)

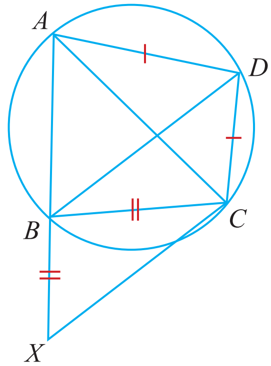
නමුත් $P\hat{R}S = P\hat{Q}S$ (වෘත්තයක එකම ඛණ්ඩයේ කෝණ සමාන නිසා)

$\therefore\ R\hat{P}S = P\hat{Q}S \longrightarrow$ (2)

තව ද, $P\hat{Q}S = P\hat{T}R \longrightarrow$ (3) ($QS//TR$ හා අනුරූප කෝණ සමාන වේ.)

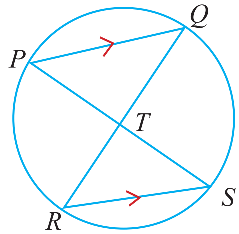
(2) හා (3) න්, $P\hat{T}R = R\hat{P}S$

27.4 අභ්‍යාසය



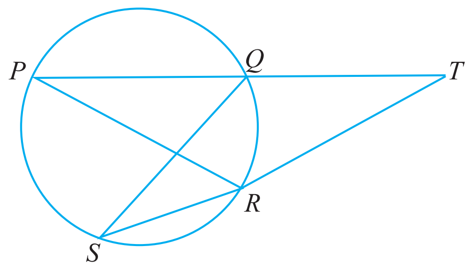
1. වෘත්තයක් මත A, B, C හා D ලක්ෂ්‍ය පිහිටා ඇත. $AD = DC$ වේ. $BX = BC$ වන පරිදි AB පාදය X දක්වා දික් කර ඇත. BD හා XC සමාන්තර බව සාධනය කරන්න.

2. PQ හා RS වෘත්තයක සමාන්තර ජ්‍යා 2කි. PS හා RQ රේඛා T හි දී එකිනෙක හරහා යයි. $P\hat{T}R = 2\,Q\hat{P}T$ බව සාධනය කරන්න.

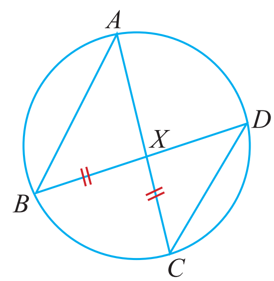


3. වෘත්තයක් මත P, Q, R හා S ලක්ෂ්‍ය රූපයේ පරිදි පිහිටා ඇත. $PR = QS$ නම්,

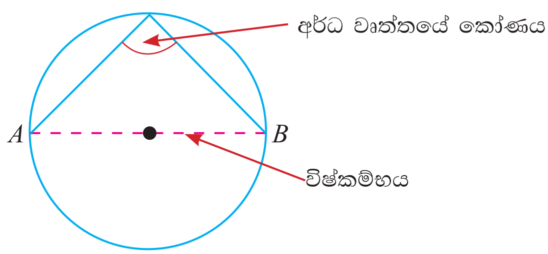
(i) $PRT\triangle \equiv QST\triangle$ බව
(ii) $TQ = TR$ බව
සාධනය කරන්න.



4. වෘත්තයක් මත A, B, C හා D ලක්ෂ්‍ය පහත පරිදි පිහිටා ඇත. AC හා BD සරල රේඛා X හි දී ඡේදනය වේ. $BX = XC$ නම්, AXD සමද්විපාද ත්‍රිකෝණයක් බව සාධනය කරන්න.



27.5 අර්ධ වෘත්තයක පිහිටි කෝණ අතර සම්බන්ධය



වෘත්තයේ කේන්ද්‍රය හරහා යන පරිදි සරල රේඛාවක් අඳින්න. එවිට වෘත්තය සමාන කොටස් දෙකකට වෙන් වේ. ඉන් එක් කොටසකට අර්ධ වෘත්තයක් යැයි කියනු ලැබේ. අර්ධ වෘත්තයේ දෙකෙළවර හා අර්ධ වෘත්තය මත ලක්ෂ්‍යයක් යා කිරීමෙන් අර්ධ වෘත්තයේ කෝණය ලැබේ.

ක්‍රියාකාරකම 3

පියවර 1 - අරය 5 cm වන වෘත්තයක් අඳින්න.

පියවර 2 - කේන්ද්‍රය හරහා විෂ්කම්භයක් අඳින්න.

පියවර 3 - ඕනෑ ම අර්ධ වෘත්තයක් මත ලක්ෂ්‍යයක් ලකුණු කර එය විෂ්කම්භය දෙකෙළවර ලක්ෂ්‍ය දෙක හා යා කරන්න.

පියවර 4 - කෝණමානය භාවිතයෙන් අර්ධ වෘත්තයේ කෝණය මැන ලියන්න.

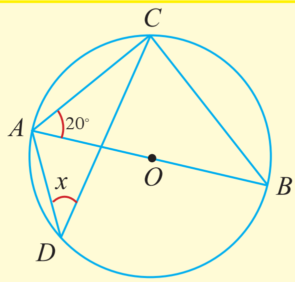
ඉහත ක්‍රියාකාරකම වෙනස් අර සහිත වෘත්ත සඳහා සිදු කර ලැබෙන ප්‍රතිඵලය අනෙක් සිසුන් සමඟ සාකච්ඡා කරන්න.

ඉහත තහවුරු කර ගන්නා ලද ප්‍රතිඵලය ප්‍රමේයයක් ලෙස පහත දැක්වේ.

ප්‍රමේයය

අර්ධ වෘත්තයේ කෝණය සෘජුකෝණයක් වේ.

නිදසුන 1



දී ඇති රූපයේ AB විෂ්කම්භයකි. $B\hat{A}C = 20^\circ$ නම් x හි අගය සොයන්න.

$ABC \triangle$ යේ

$A\hat{C}B = 90^\circ$ (අර්ධ වෘත්තයේ කෝණය)

$A\hat{B}C + B\hat{A}C + A\hat{C}B = 180^\circ$ (ත්‍රිකෝණයක අභ්‍යන්තර කෝණ 3හි එකතුව 180° නිසා)

$A\hat{B}C + 20^\circ + 90^\circ = 180^\circ$

$A\hat{B}C + 110^\circ = 180^\circ$

$A\hat{B}C = 180^\circ - 110^\circ$

$A\hat{B}C = 70^\circ$

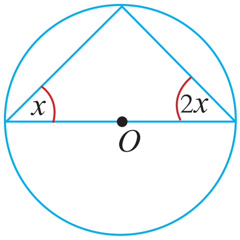
$A\hat{B}C = A\hat{D}C$ (වෘත්තයක එකම ඛණ්ඩයේ කෝණ සමාන වේ.)

$\therefore x = 70^\circ$

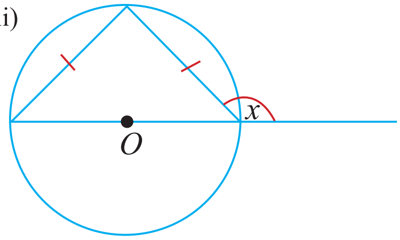
27.5 අභ්‍යාසය

1. ඉහත එක් එක් වෘත්තයේ කේන්ද්‍රය O වේ. දී ඇති දත්ත අනුව x හි අගය සොයන්න.

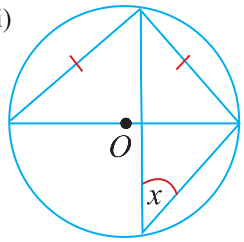
(i)



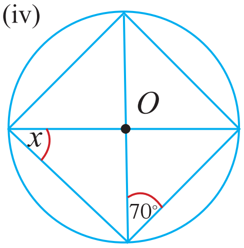
(ii)



(iii)



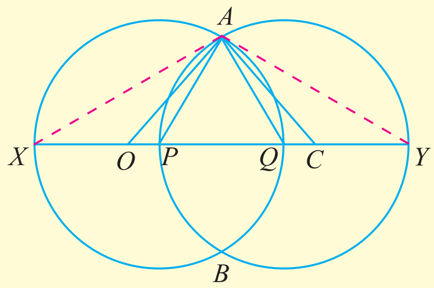
(iv)



27.6 "අර්ධ වෘත්තයක කෝණය සෘජුකෝණයක් වේ" යන ප්‍රමේයය භාවිතයෙන් අනුමේයයන් සාධනය කිරීම

නිදසුන 1

O හා C කේන්ද්‍රය වන වෘත්ත 2ක් A හා B හි දී ඡේදනය වේ. රූපයේ දී ඇති තොරතුරු අනුව $X\hat{A}P = Y\hat{A}Q$ බව සාධනය කරන්න.



දත්තය : O හා C කේන්ද්‍රය වන වෘත්ත 2ක් A හා B හි දී ඡේදනය වේ.

සාධනය කළ යුත්ත : $X\hat{A}P = Y\hat{A}Q$ බව

සාධනය : $X\hat{A}Q = 90^\circ$ (අර්ධ වෘත්තයක කෝණය 90° වේ.)

$Y\hat{A}P = 90^\circ$ (අර්ධ වෘත්තයක කෝණය 90° වේ.)

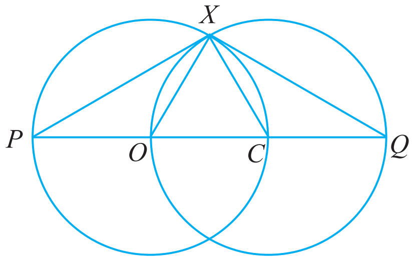
$\therefore\ X\hat{A}Q = Y\hat{A}P$

$X\hat{A}Q - P\hat{A}Q = Y\hat{A}P - P\hat{A}Q$ (දෙපසින් ම $P\hat{A}Q$ අඩු කිරීමෙන්)

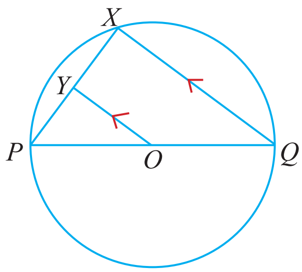
$X\hat{A}P = Y\hat{A}Q$

27.6 අභ්‍යාසය

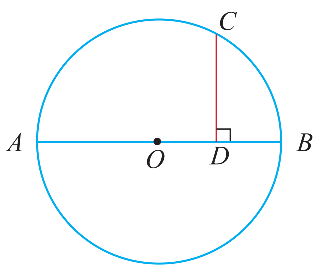
1. රූපයේ දැක්වෙන පරිදි O හා C කේන්ද්‍ර වන වෘත්ත 2ක් ඡේදනය වන්නේ එක් එක් වෘත්තයක අනෙක් වෘත්තයේ කේන්ද්‍රය හරහා යන පරිදි ය. වෘත්ත 2හි එක් ඡේදන ලක්ෂ්‍යයක් X වන අතර POC හා OCQ යනු වෘත්ත දෙකේ විෂ්කම්භ දෙකකි. PXQ සමද්විපාද ත්‍රිකෝණයක් බව සාධනය කරන්න.



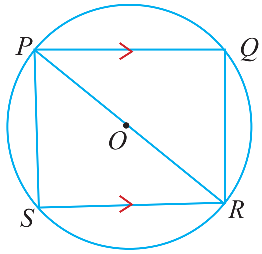
2. O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තයක PQ විෂ්කම්භයක් වේ. PX යනු වෘත්තය මත ඕනෑ ම ජ්‍යායක් වන අතර PX මත Y පිහිටා ඇත්තේ QX හා OY සමාන්තර වන පරිදි ය. PX හා OY ලම්බක බව සාධනය කරන්න.



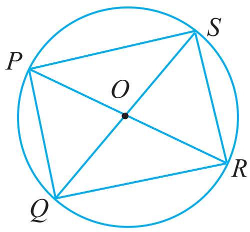
3. O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තයක AB විෂ්කම්භයක් වේ. C , වෘත්තය මත පිහිටි ලක්ෂ්‍යයක් වේ. C සිට AB ට ඇඳි ලම්බය CD නම් $B\hat{C}D = B\hat{A}C$ බව සාධනය කරන්න.



4. P, Q, R හා S යනු O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තයක් මත පිහිටි ලක්ෂ්‍ය 4කි. PQ හා SR සමාන්තර වේ. P හා R යනු වෘත්තයේ විෂ්කම්භය දෙකෙළවර ලක්ෂ්‍ය 2ක් හා $PQ = QR$ නම් $PQRS$ සමචතුරස්‍රයක් බව සාධනය කරන්න.



5. P, Q, R හා S යනු O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තයක් මත පිහිටි ලක්ෂ්‍ය 4කි. PR හා QS විෂ්කම්භ නම්, $PQRS$ සෘජුකෝණාස්‍රයක් බව සාධනය කරන්න.



සාරාංශය

- වෘත්ත චාපයකින් කේන්ද්‍රය මත ආපාතනය කෙරෙන කෝණය, එම චාපය මගින් වෘත්තයේ ඉතිරි කොටස මත ආපාතනය කෙරෙන කෝණය මෙන් දෙගුණයක් වේ.
- වෘත්තයක එකම ඛණ්ඩයේ කෝණ සමාන වේ.
- අර්ධ වෘත්තයේ කෝණය සෘජුකෝණයක් වේ.

28 ජ්‍යාමිතික නිර්මාණ

මෙම පාඩම අධ්‍යයනය කිරීමෙන් ඔබට,

- රේඛාවකට බාහිරින් පිහිටි ලක්ෂ්‍යයක් හරහා එම රේඛාවට සමාන්තර රේඛාවක් නිර්මාණය කර ගැනීමට,
- සමාන්තර රේඛා ආශ්‍රිත තල රූප නිර්මාණය කර ගැනීමට,
- ත්‍රිකෝණයක අන්තර් වෘත්තය හා පරිවෘත්තය හඳුනා ගැනීම සහ ඒවා නිර්මාණය කර ගැනීමට

හැකියාව ලැබේ.

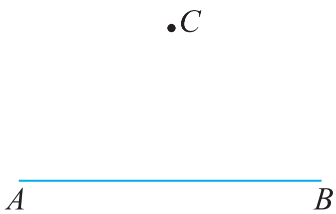
28.1 සමාන්තර රේඛා

විහිත චතුරස්‍රය සහ සරල දාරය භාවිතයෙන් සමාන්තර රේඛා නිර්මාණය කරන ආකාරය ඔබ අධ්‍යයනය කර ඇත. කවකටුව සහ සරල දාරය භාවිතයෙන් සමාන්තර රේඛා නිර්මාණය කරන ආකාරය බලමු.

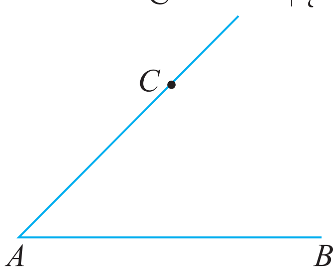
සරල රේඛාවකට බාහිරින් පිහිටි ලක්ෂ්‍යයක් හරහා එම රේඛාවට සමාන්තර රේඛාවක් නිර්මාණය කිරීම.

I ක්‍රමය - අනුරූප කෝණ ඇසුරින්

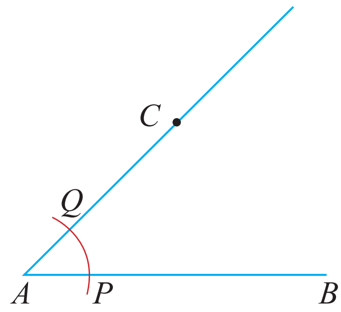
දී ඇති රේඛාව AB යැයි ද බාහිර ලක්ෂ්‍යය C යැයි ද සිතමු.



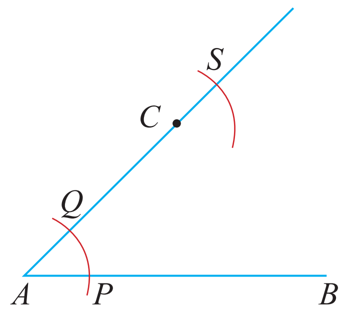
පියවර 1 - A හා C හරහා ගමන් කරන සරල රේඛාව අඳින්න.



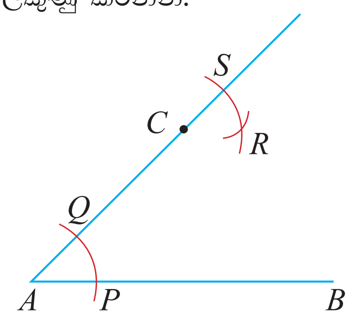
පියවර 2 - A කේන්ද්‍රය ලෙස ගෙන $B\hat{A}C$ මත වෘත්ත චාපයක් අඳින්න. එය PQ ලෙස නම් කරන්න.



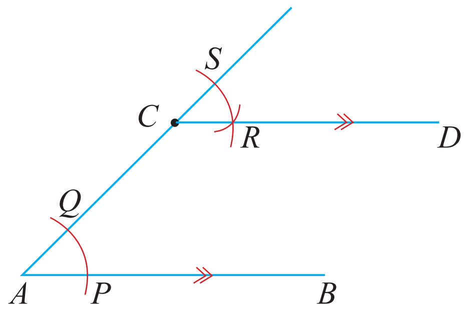
පියවර 3 - එම අරය ම සහිතව (එනම් කවකටුව වෙනස් නොකර) C කේන්ද්‍රය කොට ගෙන දික්කළ AC , S හි දී ඡේදනය වන සේ තවත් වෘත්ත චාපයක් අඳින්න.



පියවර 4 - PQ හි දිගට සමාන දිගක් ගෙන S කේන්ද්‍රය කොට ගෙන, C කේන්ද්‍රය කර ගත් වෘත්ත චාපය කැපෙන සේ තවත් වෘත්ත චාපයක් අඳින්න. එම කැපෙන ලක්ෂ්‍යය R ලෙස ලකුණු කරන්න.

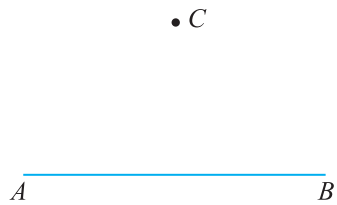


පියවර 5 - CR යා වන සේ CD රේඛාව අඳින්න. එවිට ලැබෙන $R\hat{C}S$ කෝණය $B\hat{A}C$ ට සමාන අනුරූප කෝණයක් වන නිසා AB හා CD රේඛා සමාන්තර වේ.

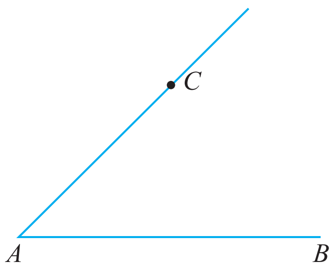


II ක්‍රමය - ඒකාන්තර කෝණ ඇසුරෙන්

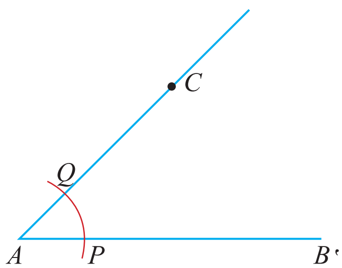
දී ඇති රේඛාව AB යැයි ද බාහිර ලක්ෂ්‍යය C යැයි ද ගනිමු.



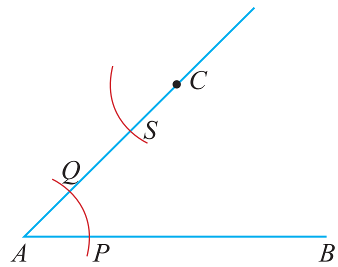
පියවර 1 - AC යා කරන්න.



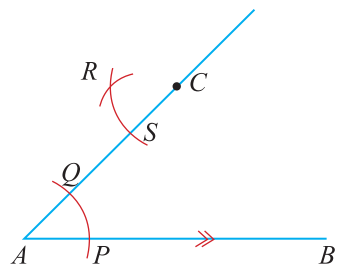
පියවර 2 - A කේන්ද්‍රය ලෙස ගෙන $B\hat{A}C$ මත වෘත්ත චාපයක් අඳින්න. එය PQ ලෙස නම් කරන්න.



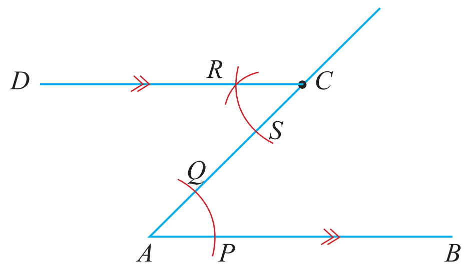
පියවර 3 - PQ වෘත්ත චාපයට අරයෙන් සමාන වෘත්ත චාපයක් C කේන්ද්‍රය කර ගෙන AC ඡේදනය වන සේ අඳින්න.



පියවර 4 - PQ ට සමාන දිගක් S කේන්ද්‍රය කොට ගෙන දෙවන වෘත්ත චාපය මත ලකුණු කරන්න. එම ඡේදන ලක්ෂ්‍යය R ලෙස නම් කරන්න.



පියවර 5 - CR ට යා වන සේ CD රේඛාව අඳින්න. එවිට ලැබෙන $R\hat{C}S$ කෝණය $B\hat{A}C$ ට සමාන ඒකාන්තර කෝණයක් වන නිසා AB හා CD රේඛා සමාන්තර වේ.



ක්‍රියාකාරකම 1

1. 60^o කෝණයක් නිර්මාණය කර එහි ශීර්ෂය A ලෙස නම් කරන්න. මෙම කෝණයෙහි එක් බාහුවක් මත 8 cm දිග AB රේඛා ඛණ්ඩයකුත් අනෙක් බාහුව මත 5 cm ක් දිග AC රේඛා ඛණ්ඩයකුත් නිර්මාණය කරන්න. (දැන් කවකටුව සහ සරල දාරය භාවිත කර $ABDC$ සමාන්තරාස්‍රය සම්පූර්ණ කරන්න.)

2. සමාන්තර රේඛා අතර දුර 4 cm වන පරිදි වූ සමාන්තර රේඛා දෙකක් නිර්මාණය කරන්න. එක් රේඛාවක් මත AB = 7 cm වන පරිදි A හා B ලක්ෂ්‍ය ලකුණු කරන්න. AC = 5 cm වන පරිදි C ලක්ෂ්‍යය අනෙක් රේඛාව මත ලකුණු කරන්න. දැන් $ABCD$ සමාන්තරාස්‍රය සම්පූර්ණ කරන්න.

28.1 අභ්‍යාසය

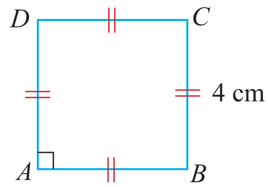
1. ඕනෑ ම සුළු කෝණයක් ඇඳ එය $P\hat{Q}R$ ලෙස නම් කරන්න. P හරහා QR ට සමාන්තර රේඛාවක් නිර්මාණය කරන්න.
2. මහා කෝණයක් ඇඳ එය $P\hat{Q}R$ ලෙස නම් කරන්න. PQ රේඛාවට R හරහා සමාන්තර රේඛාවක් නිර්මාණය කරන්න.

28.2 සමාන්තර රේඛා ආශ්‍රිත චතුරස්‍ර නිර්මාණය කිරීම

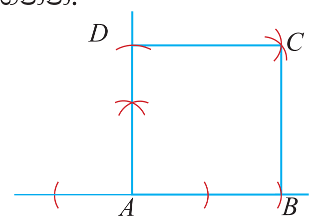
සමචතුරස්‍රය නිර්මාණය

පාදයක් 4 cm ක් වන $ABCD$ සමචතුරස්‍රයක් නිර්මාණය කරන්න.

පියවර 1 - පහත රූපයේ පරිදි දළ සටහනක් අඳින්න.



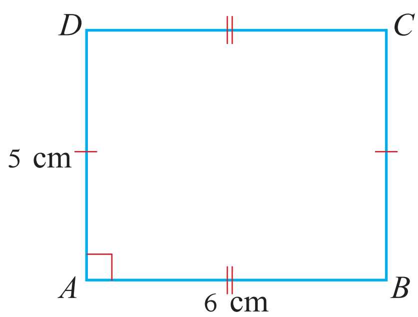
පියවර 2 - පළමුව 4 cmක් දිග AB සරල රේඛා ඛණ්ඩයක් අඳින්න. A හිදී 90° කෝණයක් නිර්මාණය කර ඒ මත 4 cmක් දුරින් D පිහිටුවන්න. C ලක්ෂ්‍යය B ට හා D ට සමදුරින් පිහිටි නිසා කවකටුවට 4 cm ක් ගෙන B සහ D හි සිට චාප ලකුණු කර C පිහිටීම ලබා ගන්න.



සෘජුකෝණාස්‍රය නිර්මාණය කිරීම

$AB = 6$ cm, $AD = 5$ cm, ද වන පරිදි $ABCD$ සෘජුකෝණාස්‍රය නිර්මාණය කරන්න.

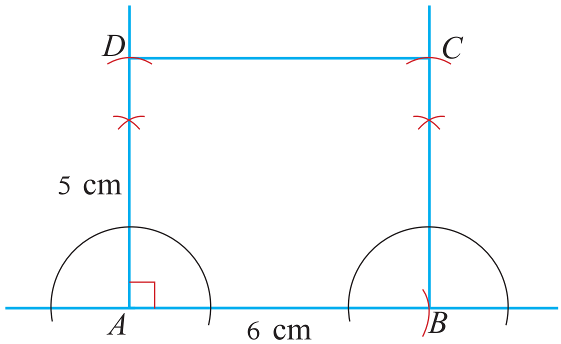
පියවර 1 - දළ සටහන් ඇඳ $ABCD$ ලෙස නම් කරන්න.



පියවර 2 - ⋆ 6 cm ක් දිග AB සරල රේඛා ඛණ්ඩය නිර්මාණය කර ගන්න.

⋆ A හිදී 90^{o} ක කෝණයක් නිර්මාණය කර එය මත A හි සිට 5 cm ක් දුරින් D පිහිටුවා නැවත B හිදී ද 90^{o} කෝණයක් නිර්මාණය කර එය මත ද 5 cmක් දුරින් C පිහිටුවා DC යා කරන්න.

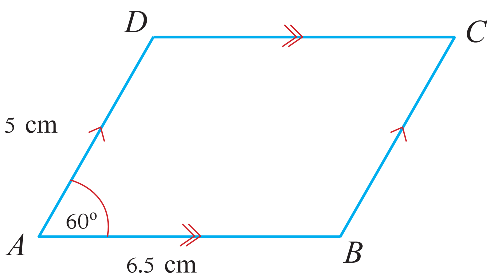
(මෙහිදී ද සම්මුඛ පාද යුගල දිගින් සමාන වේ යන්න යොදා ගන්න.)



සමාන්තරාස්‍රය නිර්මාණය කිරීම

$AB = 6.5$ cm, $B\hat{A}D = 60^{o}$, $AD = 5$ cm වන $ABCD$ සමාන්තරාස්‍රය නිර්මාණය කරන්න.

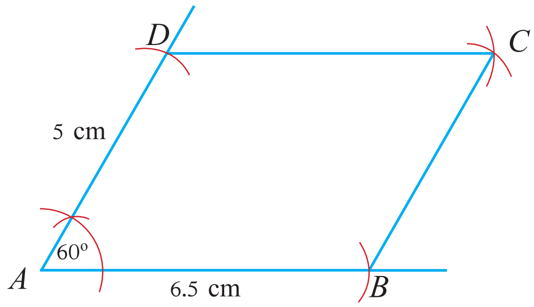
පියවර 1 - පළමුව දළ සටහනක් ඇඳ ගන්න.



පියවර 2 - ⋆ 6.5 cmක් දිග AB සරල රේඛා ඛණ්ඩය අඳින්න.

⋆ A හිදී 60^{o} ක කෝණයක් නිර්මාණය කර එය මත $AD = 5$ cm වන පරිදි D ලක්ෂ්‍යය පිහිටුවන්න.

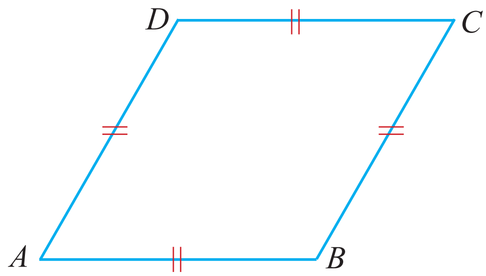
⋆ ''චතුරස්‍රයක සම්මුඛ පාද සමාන වේ නම් එය සමාන්තරාස්‍රයකි.'' යන ගුණය යොදා ගෙන D හි සිට 6.5 cm ක් දුරින් හා B හි සිට 5 cmක් දුරින් වන C පිහිටීම චාප ඇඳීමෙන් ලබා ගන්න.



රොම්බසය නිර්මාණය කිරීම

$AB = 5$ cm, $B\hat{A}D = 60^{o}$, ද වන රොම්බසය නිර්මාණය කරන්න.

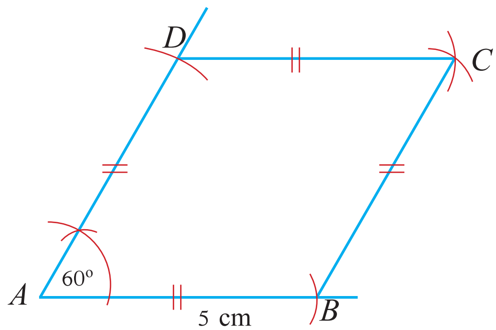
පියවර 1 - පළමුව දළ සටහනක් ඇඳ ගන්න.



පියවර 2 - ⋆ 5 cm ක් දිග AB සරල රේඛා ඛණ්ඩය නිර්මාණය කරන්න.

⋆ $B\hat{A}D = 60^{o}$ වන පරිදි A හිදී 60^{o} ක කෝණයක් නිර්මාණය කර $AD = 5$ cm වන පරිදි D පිහිටීම ලබා ගන්න.

⋆ ''පාද දිගින් සමාන චතුරස්‍රයක් රොම්බසයක් වේ.'' යන ගුණය භාවිත කර B හා Dහි සිට චාප ඇඳ C ලබා ගන්න.



28.2 අභ්‍යාසය

1. $AB = 6$ cm, $A\hat{B}C = 120^{o}$, $BC = 5$ cm වන $ABCD$ සමාන්තරාස්‍රය නිර්මාණය කරන්න.
2. පාදයක් 5.5 cm ක් වන $ABCD$ සමචතුරස්‍රය නිර්මාණය කරන්න.
3. $PQ = 6.5$ cm, $P\hat{Q}R = 75^{o}$ ද වන $PQRS$ රොම්බසය නිර්මාණය කරන්න.
4. $PQ = 6.5$ cm, $PS = 4.5$ cm, ද වන $PQRS$ සෘජුකෝණාස්‍රය නිර්මාණය කරන්න.

28.3 ත්‍රිකෝණයක පරිවෘත්තය හා අන්තර් වෘත්තය නිර්මාණය

ක්‍රියාකාරකම 2

පියවර 1 - ත්‍රිකෝණයක් ඇඳ එය ABC යැයි නම් කරන්න.

පියවර 2 - ඉහත ත්‍රිකෝණයේ A සහ B ලක්ෂ්‍යවලට සමදුරින් යන ලක්ෂ්‍යයන්ගේ පථය සහ B හා C ලක්ෂ්‍යවලට සමදුරින් යන ලක්ෂ්‍යයන්ගේ පථය ද නිර්මාණය කර ඉහත පථ දෙකෙහි ඡේදන ලක්ෂ්‍යය O යැයි නම් කරන්න.

පියවර 3 - O කේන්ද්‍රය ලෙස ද O ලක්ෂ්‍යයේ සිට ත්‍රිකෝණයේ ඕනෑ ම ශීර්ෂයකට ඇති දුර අරය ලෙස ද ගෙන වෘත්තයක් අඳින්න.

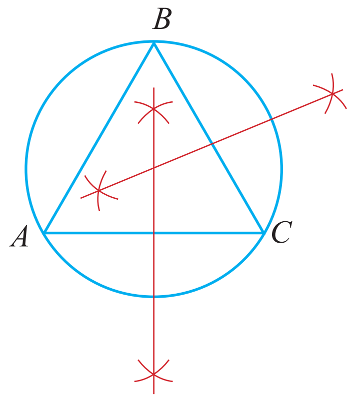
පියවර 4 - එම වෘත්තයේ විශේෂ ලක්ෂණය කුමක් ද?

ත්‍රිකෝණයක පරිවෘත්තය

ත්‍රිකෝණයක ශීර්ෂ තුන හරහා ගමන් කරන වෘත්තය එම ත්‍රිකෝණයේ පරිවෘත්තය නම් වේ. ත්‍රිකෝණයක පාද දෙකක ලම්බ සමච්ඡේදක නිර්මාණය කර ඒවායේ ඡේදන ලක්ෂ්‍යය කේන්ද්‍රය ලෙස ද එහි සිට ඕනෑ ම ශීර්ෂයකට ඇති දුර අරය ලෙස ද ගෙන අඳිනු ලබන වෘත්තය අනෙක් ශීර්ෂ දෙක හරහා ද යනු ලැබේ. එය එම ත්‍රිකෝණයේ පරිවෘත්තය නම් වේ.

සුළු කෝණික ත්‍රිකෝණය, සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණය සහ මහා කෝණික ත්‍රිකෝණය සඳහා වෙන් වෙන් ව පරිවෘත්ත නිර්මාණය කර කේන්ද්‍රයේ පිහිටීම සොයා බලන්න. මෙම කේන්ද්‍රය, පරිකේන්ද්‍රය නමින් හඳුන්වනු ලැබේ.

සුළු කෝණික ත්‍රිකෝණයක් සඳහා නිර්මාණය කරන ලද පරිවෘත්තයක් පහත දැක්වේ. එහි පරිකේන්ද්‍රය ත්‍රිකෝණය තුළ පිහිටයි.



එසේ ම මහා කෝණික ත්‍රිකෝණය නම්, පරිකේන්ද්‍රය ත්‍රිකෝණයට පිටතින් ද සෘජුකෝණී ත්‍රිකෝණයක නම් පරිකේන්ද්‍රය, ත්‍රිකෝණයේ කර්ණය මත ද පිහිටයි.

ක්‍රියාකාරකම 3

පියවර 1 - ත්‍රිකෝණයක් ඇඳ එය ABC යැයි නම් කරන්න.

පියවර 2 - එම ත්‍රිකෝණයේ ඕනෑ ම කෝණ දෙකක සමච්ඡේදක නිර්මාණය කර ඒවායේ ඡේදන ලක්ෂ්‍යය O යැයි නම් කරන්න.

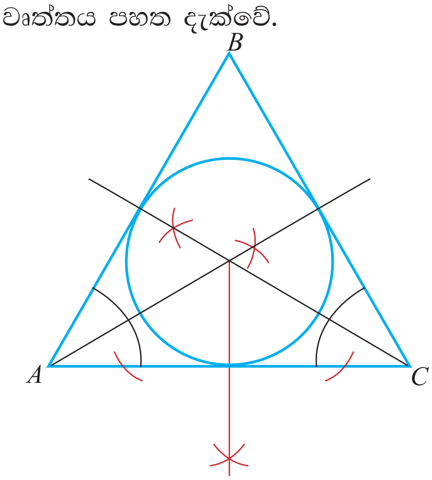
පියවර 3 - Oහි සිට ත්‍රිකෝණයේ ඕනෑ ම පාදයකට ලම්බකයක් නිර්මාණය කර එය හමුවන ලක්ෂ්‍යය D යැයි නම් කරන්න.

පියවර 4 - O කේන්ද්‍රය ලෙස ද OD අරය ලෙස ද ගෙන වෘත්තයක් අඳින්න.

පියවර 5 - එම වෘත්තයේ විශේෂ ලක්ෂණය කුමක් ද?

ත්‍රිකෝණයක අන්තර් වෘත්තය

ත්‍රිකෝණයක පාද තුන අභ්‍යන්තරව ස්පර්ශ කරන වෘත්තය එම ත්‍රිකෝණයේ අන්තර් වෘත්තය නම් වේ. ත්‍රිකෝණයක කෝණ දෙකක සමච්ඡේදක නිර්මාණය කර ඒවායේ ඡේදන ලක්ෂ්‍යය කේන්ද්‍රය ලෙස ද එහි පාදයකට ඇති ලම්බ දුර අරය ලෙස ද ගෙන අඳිනු ලබන වෘත්තය අන්තර් වෘත්තය නම් වේ. ABC සුළු කෝණී ත්‍රිකෝණයක් සඳහා නිර්මාණය කරන ලද අන්තර් වෘත්තය පහත දැක්වේ.



පරිවෘත්තයේ දී මෙන් නොව සුළු කෝණික, මහා කෝණික, ඍජු කෝණික යන ඕනෑ ම ත්‍රිකෝණයක අන්තර් වෘත්තයේ කේන්ද්‍රය එම ත්‍රිකෝණය ඇතුළත පිහිටයි.

28.3 අභ්‍යාසය

1. (i) $AB = 4.5$ cm, $BC = 5$ cm හා $AC = 6.5$ cm වන ABC ත්‍රිකෝණය නිර්මාණය කරන්න.
   (ii) ඉහත ත්‍රිකෝණයේ පරිවෘත්තය නිර්මාණය කර එහි අරය මැන ලියන්න.

2. (i) $AB = 6$ cm, $AC = 8$ cm හා $BC = 10$ cm වන ABC ත්‍රිකෝණය නිර්මාණය කරන්න.
   (ii) ඉහත ත්‍රිකෝණයේ $B\hat{A}C$ මැන එහි අගය ලියන්න.
   (iii) ඉහත ත්‍රිකෝණයේ පරිවෘත්තය නිර්මාණය කර එහි අරය මැන ලියන්න.

3. (i) $AB = 5$ cm, $A\hat{B}C = 60^{o}$, $C\hat{A}B = 75^{o}$ වන ABC ත්‍රිකෝණය නිර්මාණය කරන්න.
   (ii) ඉහත ත්‍රිකෝණයේ පරිවෘත්තය නිර්මාණය කර එහි අරය මැන ලියන්න.

4. (i) $AB = 5.5$ cm, $B\hat{A}C = 45^{o}$, $AC = 4.8$ cm වන ABC ත්‍රිකෝණය නිර්මාණය කරන්න.
   (ii) ඉහත ත්‍රිකෝණයේ අන්තර් වෘත්තය නිර්මාණය කර එහි අරය මැන ලියන්න.

5. (i) $AB = 7$ cm, $B\hat{A}D = 60^{o}$, $BD = 8$ cm වන ABD ත්‍රිකෝණය නිර්මාණය කරන්න.
   (ii) $ABCD$ සමාන්තරාස්‍රයක් වන පරිදි C පිහිටීම ලබා ගන්න.
   (iii) ABD ත්‍රිකෝණයේ පාද ස්පර්ශ කරන වෘත්තය නිර්මාණය කර එහි අරය මැන ලියන්න.