ගණිතය

තුන්වන ශ්‍රේණිය

මූලික පිරිවෙණ

අධ්‍යාපන ප්‍රකාශන දෙපාර්තමේන්තුව

ප්‍රථම මුද්‍රණය 2017
දෙවන මුද්‍රණය 2018
තෙවන මුද්‍රණය 2019
සිව්වන මුද්‍රණය 2020

සියලු හිමිකම් ඇවිරිණි.

ISBN 978-955-25-0446-4

අධ්‍යාපන ප්‍රකාශන දෙපාර්තමේන්තුව විසින්
බත්මීගස් වැව පාර, පෝරේ, අතුරුගිරිය, 164/4 දරන ස්ථානයේ
පිහිටි ප්‍රින්ට්එක්සෙල් (පුද්ගලික) සමාගමෙහි
මුද්‍රණය කරවා ප්‍රකාශයට පත් කරන ලදි.

ශ්‍රී ලංකා ජාතික ගීය

ශ්‍රී ලංකා මාතා

අප ශ්‍රී ලංකා, නමෝ නමෝ නමෝ නමෝ මාතා

සුන්දර සිරිබරිනී, සුරැඳි අති සෝබමාන ලංකා

ධාන්‍ය ධනය නෙක මල් පලතුරු පිරි ජය භූමිය රම්‍යා

අපහට සැප සිරි සෙත සදනා ජීවනයේ මාතා

පිළිගනු මැන අප භක්ති පූජා

නමෝ නමෝ මාතා

අප ශ්‍රී ලංකා, නමෝ නමෝ නමෝ නමෝ මාතා

ඔබ වේ අප විද්‍යා ඔබ ම ය අප සත්‍යා

ඔබ වේ අප ශක්ති අප හද තුළ භක්ති

ඔබ අප ආලෝකේ අපගේ අනුප්‍රාණේ

ඔබ අප ජීවන වේ අප මුක්තිය ඔබ වේ

නව ජීවන දෙමිනේ නිතින අප පුබුදු කරන් මාතා

ඥාන වීර්ය වඩවමින රැගෙන යනු මැන ජය භූමි කරා

එක මවකගෙ දරු කැල බැවිනා

යමු යමු වී නොපමා

ප්‍රේම වඩා සැම භේද දුරැර ද නමෝ නමෝ මාතා

අප ශ්‍රී ලංකා, නමෝ නමෝ නමෝ නමෝ මාතා

අපි වෙමු එක මවකගෙ දරුවෝ
එක නිවසෙහි වෙසෙනා
එක පාටැති එක රුධිරය වේ
අප කය තුළ දුවනා

එබැවිනි අපි වෙමු සොයුරු සොයුරියෝ
එක ලෙස එහි වැඩෙනා
ජීවත් වන අප මෙම නිවසේ
සොඳින සිටිය යුතු වේ

සැමට ම මෙත් කරුණා ගුණෙනී
වෙළී සමගි දමිනී
රන් මිණි මුතු නො ව එය ම ය සැපතා
කිසි කල නොම දිරනා

ආනන්ද සමරකෝන්

පෙරවදන

"පිරිවෙන" නම් විද්‍යාස්ථානය ශ්‍රී ලංකාවේ අධ්‍යාපනයේ ඉපැරණි කේන්ද්‍රස්ථානය විය. මහාවිහාරය හා අභයගිරිය ඇසුරෙහි වැඩුණු පිරිවෙන් වෙතින් පැතිරී ගිය ශාස්ත්‍රාලෝකය අපරිමිත ය. කෝට්ටේ යුගය වන විට තොටගමුවේ විජයබා පිරිවෙන, කැරගල පද්මාවතී පිරිවෙන, වීදාගම සිරි සනානන්ද පිරිවෙන, දෙවිනුවර තිලක පිරිවෙන, පැපිලියානේ සුනේත්‍රාදේවී පිරිවෙන ආදියෙහි කීර්තිය දසදිග පැතිර ගොස් තිබිණි. එකල පිරිවෙන්හි ශාස්ත්‍ර ඉගැන්වීමෙහි නිරතව සිටි පඬිවරුන්, විවිධ විෂය ක්ෂේත්‍රයන්හි පරතෙරට පැමිණ සිටි බව සුප්‍රකට ය. එකී වියත් ආචාර්යවරුන් සමීපයෙහි ශිල්ප ශාස්ත්‍ර ප්‍රගුණ කරමින් නැණ ගුණ වඩවා ගත් පැවිදි හා ගිහි ශිෂ්‍ය ගණයා බොහෝ ය. අන්ධකාර සමයන්හි විවිධ පිරිහීම්වලට නතු වූ පිරිවෙන් අධ්‍යාපනය යළි නඟා සිටුවීමේ අද්විතීය නියමුවාණන් වූ වැලිවිට අසරණ සරණ සරණංකර නාහිමිපාණන් ද ගෞරවයෙන් සිහිපත් කළ යුතු ය. වඩාත් සුපසන් සමාජයක් ගොඩනැගීම විෂයෙහි "පිරිවෙන" ඉටු කරන අනගි මෙහෙවර උත්කෘෂ්ට වේ.

වර්තමානයේ පිරිවෙන් අධ්‍යාපන ක්ෂේත්‍රය, අතීත සම්භාවනීය අධ්‍යාපන උරුමය සුරක්ෂිත කරගනිමින් හා නූතන ලෝකයට අවැසි යහපත් දේ එක්කොට ගෙන සුවිශේෂ දියුණුවක් අත්කරගෙන තිබේ. එයට තවත් සවිබලයක් සපයනු වස් මෙම පිරිවෙන් පාඨ ග්‍රන්ථය සම්පාදනය කර ඇත්තේ දැනුම, කුසලතා හා ආකල්පවලින් සුසැදි යහපත් ශිෂ්‍ය ප්‍රජාවක් බිහිකරලීමේ ඒකායන අරමුණ පෙරදැරි කොටගෙන ය. මෙම සත්කාර්යය සඳහා දායකත්වය සැපයූ උපදේශක, ලේඛක හා සංස්කාරක මණ්ඩල සාමාජික පිරිස ඇතුළු සියලු පිරිවරත් අධ්‍යාපන ප්‍රකාශන දෙපාර්තමේන්තුවේ නිලධාරීන් ඇතුළු කාර්ය මණ්ඩලයේ සියලුදෙනාටත් මාගේ ස්තුතිය පිරිනමමි.

පී. එන්. අයිලප්පෙරුම
අධ්‍යාපන ප්‍රකාශන කොමසාරිස් ජනරාල්
අධ්‍යාපන ප්‍රකාශන දෙපාර්තමේන්තුව
ඉසුරුපාය
බත්තරමුල්ල
2020.06.26

නියාමනය හා අධීක්ෂණය

පී. එන්. අයිලප්පෙරුම - අධ්‍යාපන ප්‍රකාශන කොමසාරිස් ජනරාල්
අධ්‍යාපන ප්‍රකාශන දෙපාර්තමේන්තුව

මෙහෙයවීම

පූජ්‍ය වටිනාපහ සෝමානන්ද හිමි - අධ්‍යාපන අධ්‍යක්ෂක (පිරිවෙන්),
අධ්‍යාපන අමාත්‍යාංශය

ඩබ්ලිව්. ඒ. නිර්මලා පියසීලි - අධ්‍යාපන ප්‍රකාශන කොමසාරිස් (සංවර්ධන)
අධ්‍යාපන ප්‍රකාශන දෙපාර්තමේන්තුව

සම්බන්ධීකරණය

ටී.ඩී.සී. කල්හාරි ගුණසේකර - නියෝජ්‍ය කොමසාරිස්
අධ්‍යාපන ප්‍රකාශන දෙපාර්තමේන්තුව

යූ.එල්.ඩී.ජේ. පද්මසිරි - ගණිතය විෂය උපදේශක (පිරිවෙන්)
අධ්‍යාපන අමාත්‍යාංශය

සභාපති

ආචාර්ය අනුරාධ මහසිංහ - කථිකාචාර්ය
ගණිත අධ්‍යනාංශය
කොළඹ විශ්වවිද්‍යාලය

උපදේශකත්වය

විජේදාස හේවාවිතාරණ - ගණිත අධ්‍යක්ෂ (විශ්‍රාමික)

සංස්කාරක මණ්ඩලය

ජී.පී.එච්. ජගත් කුමාර - ජ්‍යෙෂ්ඨ කථිකාචාර්ය
ගණිත දෙපාර්තමේන්තුව,
ජාතික අධ්‍යාපන ආයතනය, මහරගම

ටී.ඩී.සී. කල්හාරි ගුණසේකර - සහකාර කොමසාරිස්
අධ්‍යාපන ප්‍රකාශන දෙපාර්තමේන්තුව

ලේඛක මණ්ඩලය

ලලිත් රත්නායක - ගුරු උපදේශක (පිරිවෙන්)
හම්බන්තොට දිස්ත්‍රික්කය

ටී. ඒ. ඩී. සී. ද අල්විස් - ගුරු උපදේශක (පිරිවෙන්)
කළුතර දිස්ත්‍රික්කය

ටී. ඩී. සුනිල් ශාන්ත - ගුරු උපදේශක (පිරිවෙන්)
ගාල්ල දිස්ත්‍රික්කය

එච්. පී. ප්‍රසන්න වීරසිංහ - ගුරු උපදේශක (පිරිවෙන්)
වයඹ දිස්ත්‍රික්කය I

සෝදුපත් බැලීම

ජී. අමල් ප්‍රියදර්ශන - පරිවේණාචාර්ය
ශ්‍රී නාලිකේරාරාම ධර්මායතන මහ පිරිවෙණ,
ගම්පහ

භාෂා සංස්කරණය

පූජ්‍ය මාතලේ සුමනවංශ හිමි - සිංහල ගුරු උපදේශක (පිරිවෙන්)
ගම්පහ දිස්ත්‍රික්කය

පරිගණක අක්ෂර සංයෝජනය සහ පිටු සැකසීම

පී.ඩී. පියුමි හංසිකා - පරිගණක අංශය
අධ්‍යාපන ප්‍රකාශන දෙපාර්තමේන්තුව

ආර්.ඩී. තිළිණි සෙව්වන්දි - පරිගණක අංශය
අධ්‍යාපන ප්‍රකාශන දෙපාර්තමේන්තුව

පිට කවර නිර්මාණය

ආර්.එම්. රජිත සම්පත් - පරිගණක අංශය
අධ්‍යාපන ප්‍රකාශන දෙපාර්තමේන්තුව

පී.ඩී. පියුමි හංසිකා - පරිගණක අංශය
අධ්‍යාපන ප්‍රකාශන දෙපාර්තමේන්තුව

පටුන

	පිටුව
1. සංඛ්‍යා රටා	1 - 4
2. වටැයීම	5 - 9
3. කෝණ	10 - 20
4. නිඛිල	21 - 26
5. වීජීය ප්‍රකාශන	27 - 33
6. වීජීය ප්‍රකාශනවල සාධක	34 - 41
7. වර්ගමූලය	42 - 46
8. දර්ශක	47 - 51
9. විද්‍යාත්මක අංකනය	52 - 55
10. ත්‍රිකෝණයක කෝණ	56 - 67
11. භාග	68 - 77
12. දශම	78 - 81
13. වීජීය භාග	82 - 86
14. අනුපාත හා සමානුපාත	87 - 95
15. සරල සමීකරණ	96 - 101
16. ප්‍රතිශත	102 - 113
17. සුළු පොලිය	114 - 119
18. කුලක	120 - 131

19. වෘත්ත	132 - 142
20. තල රූපවල වර්ගඵලය I	143 - 153
21. තල රූපවල වර්ගඵලය II	154 - 158
22. සමගාමී සමීකරණ	159 - 166
23. වීජීය අසමානතා	167 - 175
24. පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය හා පරිමාව	176 - 183
25. ස්ථානයක පිහිටීම	184 - 189
26. ප්‍රස්තාර	190 - 203
27. සූත්‍ර	204 - 208
28. ජ්‍යාමිතික නිර්මාණ	209 - 216
29. බහු අස්‍ර	217 - 227
30. පයිතගරස් සම්බන්ධය	228 - 236
31. දත්ත නිරූපණය හා අර්ථකථනය I	237 - 242
32. දත්ත නිරූපණය හා අර්ථකථනය II	243 - 250
33. පරිමාණ රූප	251 - 267
34. සම්භාවිතාව	268 - 270

1 සංඛ්‍යා රටා

මෙම පාඩම අධ්‍යයනය කිරීමෙන් ඔබට,

- සංඛ්‍යා රටාවක සාධාරණ පදය සෙවීමට,
- සාධාරණ පදය දී ඇති විට සංඛ්‍යා රටාව ගොඩනැඟීමට

හැකියාව ලැබේ.

1.1 සංඛ්‍යා රටා හා සංඛ්‍යා රටාවක පද

පහත දැක්වෙන එක් එක් සංඛ්‍යා රටා අධ්‍යයනය කරන්න.

2, 4, 6, 8, 10
1, 3, 5, 7, 9
4, 7, 10, 13, 16
5, 9, 13, 17, 21
10, 15, 20, 25, 30

මේ ආකාරයට යම් කිසි සංඛ්‍යාවකින් ආරම්භ වී කිසියම් රීතියකට අනුව ගොඩනැගුන සංඛ්‍යා සමූහයක් සංඛ්‍යා රටාවක් ලෙස හඳුන්වයි.

සංඛ්‍යා රටාවක ඇති එක් එක් සංඛ්‍යාව එම සංඛ්‍යා රටාවේ පද ලෙස හඳුන්වන අතර සංඛ්‍යා රටාව ආරම්භ වී ඇති සංඛ්‍යාව එම සංඛ්‍යා රටාවේ මුල් පදය ලෙස හඳුන්වයි.

ඉහත සංඛ්‍යා රටාවල සෑම පද දෙකක් අතර ම එක සමාන වෙනසක් ඇති බව ඔබට පෙනෙනු ඇත.

1.1 අභ්‍යාසය

1. පහත සංඛ්‍යා රටාවල ඊළඟ පද දෙක සම්පූර්ණ කරන්න.
   (i) 2, 5, 8, 11, ..., ...
   (ii) 3, 7, 11, 15 ...., ...
   (iii) 5, 10, 15, 20, ..., ...
   (iv) 10, 16, 22, 28, ..., ...

2. 3, 5, 7, 9, ... යන සංඛ්‍යා රටාවේ,
   (i) පළමුවන පදය කුමක් ද?
   (ii) පද අතර වෙනස කීය ද?
   (iii) ඒ අනුව 5 වන පදය ලියන්න.

3. 4, 9, 14, 19, ... යන සංඛ්‍යා රටාවේ පද අතර වෙනස කීය ද?
4. 2න් පටන් ගන්නා ඉරට්ට සංඛ්‍යා රටාවේ පද අතර වෙනස කීය ද?
5. 3න් පටන් ගන්නා තුනේ ගුණාකාර සංඛ්‍යා රටාවේ පද අතර වෙනස කීය ද?

1.2 සංඛ්‍යා රටාවක සාධාරණ පදය සෙවීම

සංඛ්‍යා රටාවක n වන පදය n ඇසුරෙන් වීජීය ප්‍රකාශනයකින් දැක් වූ විට එය එම සංඛ්‍යා රටාවේ සාධාරණ පදය ලෙස හඳුන්වයි. සංඛ්‍යා රටාවක සාධාරණ පදය සෙවීමේ දී මුලින් ම සංඛ්‍යා රටාවේ පද අතර වෙනස සොයා ගත යුතු ය.

- **4, 7, 10, 13, ... සංඛ්‍යා රටාවේ සාධාරණ පදය සොයමු.**

  මෙම සංඛ්‍යා රටාවේ පද අතර වෙනස 3 වේ.

  පළමු පදය ලබා ගැනීමට 3, 1න් ගුණ කරන්න. ඉතිරිය සම්පූර්ණ වීම සඳහා අවශ්‍ය ප්‍රමාණය එකතු කරන්න.

  පළමු පදය $= (3 \times 1) + 1 = 4$

  දෙවන පදය ලබා ගැනීමට 3, 2න් ගුණ කරන්න. ඉතිරිය සම්පූර්ණ වීම සඳහා කලින් ප්‍රමාණය ම ගැළපෙන බව ඔබට අවබෝධ වනු ඇත.

  දෙවන පදය $= (3 \times 2) + 1 = 7$
  තුන්වන පදය $= (3 \times 3) + 1 = 10$
  n වන පදය $= (3 \times n) + 1 = 3n + 1$

  එනම් මෙම සංඛ්‍යා රටාවේ සාධාරණ පදය $3n + 1$ වේ.

- **1, 3, 5, 7, ... සංඛ්‍යා රටාවේ සාධාරණ පදය සොයමු.**

  මෙම සංඛ්‍යා රටාවේ පද අතර වෙනස 2 වේ.

  පළමු පදය ලබා ගැනීමට 2, 1න් ගුණ කරන්න. ඉතිරිය සම්පූර්ණ වීම සඳහා අවශ්‍ය ප්‍රමාණය අඩු කරන්න.

  පළමු පදය $= (2 \times 1) - 1 = 1$

  දෙවන පදය ලබා ගැනීමට 2, 2න් ගුණ කරන්න. ඉහත ප්‍රමාණය ම අඩු කරන්න.

  දෙවන පදය $= (2 \times 2) - 1 = 3$
  තුන්වන පදය $= (2 \times 3) - 1 = 5$
  n වන පදය $= (2 \times n) - 1 = 2n - 1$

  එනම් මෙම සංඛ්‍යා රටාවේ සාධාරණ පදය $2n - 1$ වේ.

- **5, 8, 11, 14, ... සංඛ්‍යා රටාවේ සාධාරණ පදය සොයමු.**

මෙම සංඛ්‍යා රටාවේ පද අතර වෙනස 3 වේ.

පළමු පදය ලබා ගැනීමට 3, 1න් ගුණ කර 2ක් එකතු කළ යුතු ය.

ඒ අනුව සාධාරණ පදය $= 3n + 2$

- **2, 6, 10, 14, ... සංඛ්‍යා රටාවේ සාධාරණ පදය සොයමු.**

මෙම සංඛ්‍යා රටාවේ පද අතර වෙනස 4 වේ.

පළමු පදය ලබා ගැනීමට 4, 1න් ගුණ කර 2ක් අඩු කළ යුතු ය.

ඒ අනුව සාධාරණ පදය $= 4n - 2$

1.2 අභ්‍යාසය

1. 5, 9, 13, 17, ... සංඛ්‍යා රටාවේ සාධාරණ පදය සොයන්න.

2. 3, 8, 13, 18, ... සංඛ්‍යා රටාවේ සාධාරණ පදය සොයන්න.

3. 10, 16, 22, 28, ... සංඛ්‍යා රටාවේ සාධාරණ පදය සොයන්න.

4. 3, 5, 7, 9, ... සංඛ්‍යා රටාවේ,

(i) සාධාරණ පදය සොයන්න.

(ii) 10 වන පදය කුමක් ද?

5. 2, 10, 18, 26, ... සංඛ්‍යා රටාවේ,

(i) සාධාරණ පදය සොයන්න.

(ii) 6 වන පදය සොයන්න.

(iii) මෙම සංඛ්‍යා රටාවේ 66 වන්නේ කුමන පදය ද?

1.3 සාධාරණ පදය දුන් විට සංඛ්‍යා රටාව ගොඩනැගීම

- **$2n + 1$ සාධාරණ පදය සහිත සංඛ්‍යා රටාව ගොඩනගමු.**

පළමු පදය ලබා ගැනීම සඳහා n ට 1 ආදේශ කරන්න.

පළමු පදය $= (2 \times 1) + 1 = 3$

දෙවන පදය ලබා ගැනීම සඳහා n ට 2 ආදේශ කරන්න.

දෙවන පදය $= (2 \times 2) + 1 = 5$

තුන්වන පදය ලබා ගැනීම සඳහා n ට 3 ආදේශ කරන්න.

තුන්වන පදය $= (2 \times 3) + 1 = 7$

ඒ අනුව සංඛ්‍යා රටාව 3, 5, 7, ...වේ.

- **$3n - 2$ සාධාරණ පදය සහිත සංඛ්‍යා රටාව ගොඩනගමු.**

පළමු පදය $= (3 \times 1) - 2 = 1$

දෙවන පදය $= (3 \times 2) - 2 = 4$

තුන්වන පදය $= (3 \times 3) - 2 = 7$

ඒ අනුව සංඛ්‍යා රටාව 1,4,7, ... වේ.

1.3 අභ්‍යාසය

1. පහත සඳහන් සාධාරණ පද සහිත සංඛ්‍යා රටාවල මුල් පද 4 ලියන්න.

(i) $n+1$ (ii) $2n-1$

(iii) $2n+3$ (iv) $3n-1$

(v) $3n+2$

2. $4n+1$ සාධාරණ පදය සහිත සංඛ්‍යා රටාවේ,

(i) මුල් පද හතර ලියා දක්වන්න.

(ii) 10 වන පදය සොයන්න.

3. $5n-2$ සාධාරණ පදය සහිත සංඛ්‍යා රටාව සලකන්න.

(i) මෙහි මුල් පද හතර ලියා දක්වන්න.

(ii) 8 වන පදය සොයන්න.

(iii) 58 වන්නේ මෙම සංඛ්‍යා රටාවේ කීවෙනි පදය ද?

සාරාංශය

- සංඛ්‍යා රටාවක ඇති එක් එක් සංඛ්‍යාව එම සංඛ්‍යා රටාවේ පද ලෙස හඳුන්වන අතර සංඛ්‍යා රටාව ආරම්භ වී ඇති සංඛ්‍යාව එම සංඛ්‍යා රටාවේ මුල් පදය ලෙස හඳුන්වයි.
- සංඛ්‍යා රටාවක n වන පදය n ඇසුරෙන් වීජීය ප්‍රකාශනයකින් දැක් වූ විට එය එම සංඛ්‍යා රටාවේ සාධාරණ පදය ලෙස හඳුන්වයි.

2 වටැයීම

මෙම පාඩම අධ්‍යයනය කිරීමෙන් ඔබට,
- පූර්ණ සංඛ්‍යා ආසන්න 10ට, 100ට, 1000ට වටැයීමට,
- දශම සංඛ්‍යා දෙනු ලබන දශමස්ථාන ගණනකට වටැයීමට,

හැකියාව ලැබේ.

2.1 සංඛ්‍යා ආසන්න 10ට, 100ට, 1000ට වටැයීම

වටැයීම යනු කුමක් ද යන්න පහත නිදසුනෙන් විමසා බලමු.

උත්සව සභාවක් සඳහා ආරාධනා පත් 183ක් යවා තිබුණි. ඒ සඳහා අවශ්‍ය පුටු කුලියට ගනු ලබයි නම්, ඇණවුම් කළ යුතු පුටු ගණන කොපමණ ද? මෙවැනි විටක පුටු 200ක් ඇණවුම් කිරීම සාමාන්‍ය වශයෙන් සිදු වේ. මෙහි දී 200 සහ ඉහත 183 අතර ඇති සම්බන්ධය කුමක් දැයි විමසා බලමු. 183 ආසන්න සියයට වටැයූ විට 200 ලැබේ යන්න එහි අදහසයි.
සංඛ්‍යාවක් කිසියම් නීතියකට අනුව ආසන්න අගයකින් දැක්වීම වටැයීම යනුවෙන් හැඳින්වේ.

ආසන්න 10ට වටැයීම

සංඛ්‍යාවක් 10ට වටැයීමේ පියවර
පියවර 1 - සංඛ්‍යාවේ ඒකස්ථානයේ ඉලක්කම 5 හෝ ඊට වැඩිදැයි පරීක්ෂා කිරීම.
පියවර 2 - අදාළ සංඛ්‍යාවට ආසන්න පහළ 10 ගුණාකාරය සහ ආසන්න ඉහළ 10 ගුණාකාරය හඳුනා ගැනීම.
පියවර 3 - ඒකස්ථානයේ ඉලක්කම 5 හෝ ඊට වැඩි නම් ඉහළ 10යේ ගුණාකාරයට ද 5ට අඩු නම් පහළ 10 ගුණාකාරයට ද වටැයීම.

නිදසුන 1

43 ආසන්න 10ට වටයන්න.
43ට ආසන්න පහළ 10යේ ගුණාකාරය 40 වේ.
43ට ආසන්න ඉහළ 10යේ ගුණාකාරය 50 වේ.
43හි ඒකස්ථානයේ ඉලක්කම වන 3, 5ට අඩු සංඛ්‍යාවකි. එම නිසා 43 පහළ 10යේ ගුණාකාරයට වටැයීම සිදු කරමු.
එබැවින් 43 ආසන්න 10ට වටැයූ විට පිළිතුර ලෙස 40 ලැබේ.

නිදසුන 2

68 ආසන්න 10ට වටයන්න.
68ට ආසන්න පහළ 10යේ ගුණාකාරය 60 වේ.
68ට ආසන්න ඉහළ 10යේ ගුණාකාරය 70 වේ.
68හි ඒකස්ථානයේ ඉලක්කම වන 8, 5ට වැඩි සංඛ්‍යාවකි. එම නිසා 68 ඉහළ 10යේ ගුණාකාරයට වටැයීම සිදු කරමු.
එබැවින් 68 ආසන්න 10ට වටැයූ විට පිළිතුර ලෙස 70 ලැබේ.

නිදසුන 3

295 ආසන්න 10ට වටයන්න.
295ට ආසන්න පහළ 10යේ ගුණාකාරය 290 වේ.
295ට ආසන්න ඉහළ 10යේ ගුණාකාරය 300 වේ.
295හි ඒකස්ථානයේ ඉලක්කම 5 වේ. එම නිසා 295 ඉහළ 10යේ ගුණාකාරයට වටැයීම සිදු කරමු.
එබැවින් 295 ආසන්න 10ට වටැයූ විට පිළිතුර ලෙස 300 ලැබේ.

ආසන්න 100ට වටැයීම

සංඛ්‍යාවක් 100ට වටැයීමේ පියවර

පියවර 1 - සංඛ්‍යාවේ දහයස්ථානයේ ඉලක්කම 5 හෝ ඊට වැඩිදැයි පරීක්ෂා කිරීම.

පියවර 2 - අදාළ සංඛ්‍යාවට ආසන්න පහළ 100 ගුණාකාරය සහ ආසන්න ඉහළ 100 ගුණාකාරය හඳුනා ගැනීම.

පියවර 3 - දහයස්ථානයේ ඉලක්කම 5 හෝ ඊට වැඩි නම් ඉහළ 100යේ ගුණාකාරයට ද 5ට අඩු නම් පහළ 100 ගුණාකාරයට ද වටැයීම.

නිදසුන 4

153 ආසන්න 100ට වටයන්න.
153ට ආසන්න පහළ 100යේ ගුණාකාරය 100 වේ.
153ට ආසන්න ඉහළ 100යේ ගුණාකාරය 200 වේ.
153හි දහයස්ථානයේ ඉලක්කම 5 වේ. එම නිසා 153 ඉහළ 100යේ ගුණාකාරයට වටැයීම සිදු කරමු.
එබැවින් 153 ආසන්න 100ට වටැයූ විට පිළිතුර ලෙස 200 ලැබේ.

නිදසුන 5

320 ආසන්න 100ට වටයන්න.
320ට ආසන්න පහළ 100යේ ගුණාකාරය 300 වේ.
320ට ආසන්න ඉහළ 100යේ ගුණාකාරය 400 වේ.
320හි දහයස්ථානයේ ඉලක්කම වන 2, 5ට අඩු සංඛ්‍යාවකි. එම නිසා 320 පහළ 100යේ ගුණාකාරයට වටැයීම සිදු කරමු.
එබැවින් 320 ආසන්න 100ට වටැයූ විට පිළිතුර ලෙස 300 ලැබේ.

නිදසුන 6

4052 ආසන්න 100ට වටයන්න.
4052ට ආසන්න පහළ 100යේ ගුණාකාරය 4000 වේ.
4052ට ආසන්න ඉහළ 100යේ ගුණාකාරය 4100 වේ.
4052හි දහයස්ථානයේ ඉලක්කම 5 වේ. එම නිසා 4052 ඉහළ 100යේ ගුණාකාරයට වටැයීම සිදු කරමු.
එබැවින් 4052 ආසන්න 100ට වටැයූ විට පිළිතුර ලෙස 4100 ලැබේ.

ආසන්න 1000ට වටැයීම

සංඛ්‍යාවක් 1000ට වටැයීමේ පියවර

පියවර 1 - සංඛ්‍යාවේ සියස්ථානයේ ඉලක්කම 5 හෝ ඊට වැඩිදැයි පරීක්ෂා කිරීම.

පියවර 2 - අදාළ සංඛ්‍යාවට ආසන්න පහළ 1000 ගුණාකාරය සහ ආසන්න ඉහළ 1000 ගුණාකාරය හඳුනා ගැනීම.

පියවර 3 - සියස්ථානයේ ඉලක්කම 5 හෝ ඊට වැඩි නම් ඉහළ 1000යේ ගුණාකාරයට ද 5ට අඩු නම් පහළ 1000 ගුණාකාරයට ද වටැයීම.

නිදසුන 7

3052 ආසන්න 1000ට වටයන්න.
3052ට ආසන්න පහළ 1000යේ ගුණාකාරය 3000 වේ.
3052ට ආසන්න ඉහළ 1000යේ ගුණාකාරය 4000 වේ.
3052හි සියස්ථානයේ ඉලක්කම වන 0, 5ට අඩු සංඛ්‍යාවකි. එම නිසා 3052 පහළ 1000යේ ගුණාකාරයට වටැයීම සිදු කරමු.
එබැවින් 3052 ආසන්න 1000ට වටැයූ විට පිළිතුර ලෙස 3000 ලැබේ.

නිදසුන 8

5670 ආසන්න 1000ට වටයන්න.
5670ට ආසන්න පහළ 1000යේ ගුණාකාරය 5000 වේ.
5670ට ආසන්න ඉහළ 1000යේ ගුණාකාරය 6000 වේ.
5670හි සියස්ථානයේ ඉලක්කම වන 6, 5ට වැඩි සංඛ්‍යාවකි. එම නිසා 5670 ඉහළ 1000යේ ගුණාකාරයට වටැයීම සිදු කරමු.
එබැවින් 5670 ආසන්න 1000ට වටැයූ විට පිළිතුර ලෙස 6000 ලැබේ.

නිදසුන 9

43 582 ආසන්න 1000ට වටයන්න.
43 582ට ආසන්න පහළ 1000යේ ගුණාකාරය 43 000 වේ.
43 582ට ආසන්න ඉහළ 1000යේ ගුණාකාරය 44 000 වේ.
43 582හි සියස්ථානයේ ඉලක්කම වන 5 වේ. එම නිසා 43 582 ඉහළ 1000යේ ගුණාකාරයට වටැයීම සිදු කරමු.
එබැවින් 43 582 ආසන්න 1000ට වටැයූ විට පිළිතුර ලෙස 44 000 ලැබේ.

2.1 අභ්‍යාසය

1. පහත සඳහන් එක් එක් සංඛ්‍යාව ඊට ඉදිරියෙන් වරහන තුළ දක්වා ඇති සංඛ්‍යාවට වටයන්න.
   (i) 73 (දහයට) (ii) 124 (සියයට) (iii) 461 (සියයට)
   (iv) 2394 (දහසට) (v) 2789 (දහසට)

2. පිරිවෙණක පන්ති පහක සිටින ශිෂ්‍ය සංඛ්‍යා පිළිවෙළින් පහත දැක්වේ. එම එක් එක් ශිෂ්‍ය සංඛ්‍යා ආසන්න දහයට වටයන්න.
   41, 36, 32, 21, 24,

3. පොල් වත්තක අවස්ථා 6කදී එලදාව පහත පරිදි විය. එම එක් එක් සංඛ්‍යාව ආසන්න සියයට වටයන්න.
   775, 832, 724, 675, 863, 732

4. පොසොන් සමයේ දින 3ක් තුළ පවත්වන ලද දන්සැලකට එක් එක් දිනය තුළ පැමිණි සංඛ්‍යා පහත දැක්වේ. එම එක් එක් සංඛ්‍යාව ආසන්න දහසට වටයන්න.
   8673, 8372, 8896

2.2 දශම සංඛ්‍යා ආශ්‍රිත වටැයීම

පූර්ණ සංඛ්‍යා වටැයීම පිළිබඳව අපි ඉහත අධ්‍යයනය කළෙමු. එම දැනුම ද භාවිතයෙන් දශම සංඛ්‍යා වටැයීම සිදු කරමු. දශම සංඛ්‍යාවන්හි පළමු දශමස්ථානය, දෙවන දශමස්ථානය ආදී වශයෙන් දශමස්ථාන නම් කරනු ලබයි.

පහත නිදසුන් මගින් දශම සංඛ්‍යා ආශ්‍රිත වටැයීම අවබෝධ කර ගනිමු.

නිදසුන 1

47.267 පළමු දශමස්ථානයට වටයන්න.

47.267හි දෙවන දශමස්ථානයේ ඉලක්කම වන 6, 5ට වැඩි නිසා පළමු දශමස්ථානයට 1ක් එකතු කරනු ලැබේ.
එබැවින් 47.267 පළමු දශමස්ථානයට වටැයූ විට, පිළිතුර 47.300 වේ.

නිදසුන 2

2.457 දෙවන දශමස්ථානයට වටයන්න.

2.457හි තුන්වන දශමස්ථානයේ ඉලක්කම වන 7, 5ට වැඩි නිසා දෙවන දශමස්ථානයට 1ක් එකතු කරනු ලැබේ.
එබැවින් 2.457 දෙවන දශමස්ථානයට වටැයූ විට, පිළිතුර 2.460 වේ.

නිදසුන 3

0.0048 තුන්වන දශමස්ථානයට වටයන්න.

0.0048හි හතරවන දශමස්ථානයේ ඉලක්කම වන 8, 5ට වැඩි නිසා තුන්වන දශමස්ථානයට 1ක් එකතු කරනු ලැබේ.
එබැවින් 0.0048 තුන්වන දශමස්ථානයට වටැයූ විට, පිළිතුර 0.0050 වේ.

නිදසුන 4

3.1141 පළමු දශමස්ථානයට වටයන්න.

3.1141හි දෙවන දශමස්ථානයේ ඉලක්කම වන 1, 5ට අඩු නිසා පළමු දශමස්ථානයට 1ක් එකතු කරනු නොලැබේ.
එබැවින් 3.1141 පළමු දශමස්ථානයට වටැයූ විට, පිළිතුර 3.1000 වේ.

නිදසුන 5

12.2325 දෙවන දශමස්ථානයට වටයන්න.

12.2325හි තුන්වන දශමස්ථානයේ ඉලක්කම වන 2, 5ට අඩු නිසා දෙවන දශමස්ථානයට 1ක් එකතු කරනු නොලැබේ.
එබැවින් 12.2325 දෙවන දශමස්ථානයට වටැයූ විට, පිළිතුර 12.2300 වේ.

නිදසුන 6

0.0246 දෙවන දශමස්ථානයට වටයන්න.

0.0246 හි තුන්වන දශමස්ථානයේ ඉලක්කම වන 4, 5ට අඩු නිසා දෙවන දශමස්ථානයට 1ක් එකතු කරනු නොලැබේ.
එබැවින් 0.0246 දෙවන දශමස්ථානයට වටැයූ විට, පිළිතුර 0.0200 වේ.

නිදසුන 7

508.45324 තුන්වන දශමස්ථානයට වටයන්න.

508.45324හි හතරවන දශමස්ථානයේ ඉලක්කම වන 2, 5ට අඩු නිසා තුන්වන දශමස්ථානයට 1ක් එකතු කරනු නොලැබේ.
එබැවින් 508.45324 තුන්වන දශමස්ථානයට වටැයූ විට, පිළිතුර 508.45300 වේ.

2.2 අභ්‍යාසය

1. පහත සඳහන් එක් එක් දශම සංඛ්‍යා ඊට ඉදිරියෙන් වරහන තුළ දක්වා ඇති දශමස්ථානයට වටයන්න.
   (i) 18.37 (පළමු දශමස්ථානයට) (ii) 18.374 (පළමු දශමස්ථානයට)
   (iii) 8.4851 (දෙවන දශමස්ථානයට) (iv) 7.4951 (දෙවන දශමස්ථානයට)
   (v) 6.4815 (දෙවන දශමස්ථානයට)
2. ගොඩනැගිල්ලක උස 2.85 m වේ. එම උස පළමු දශමස්ථානයට වටයන්න.
3. දෙහි ගෙඩියක ස්කන්ධය 33.333 g වේ. මෙම ස්කන්ධය දෙවන දශමස්ථානයට වටයන්න.

සාරාංශය

- සංඛ්‍යාවක් ආසන්න දහයට, සියයට, දහසට වටැයීම එදිනෙදා ජීවිතයේ කටයුතුවල දී වැදගත් වේ.
- පූර්ණ සංඛ්‍යා වටයන ආකාරයෙන් ම දශම සංඛ්‍යා ද වටැයීම සිදු කළ හැකි ය.

3 කෝණ

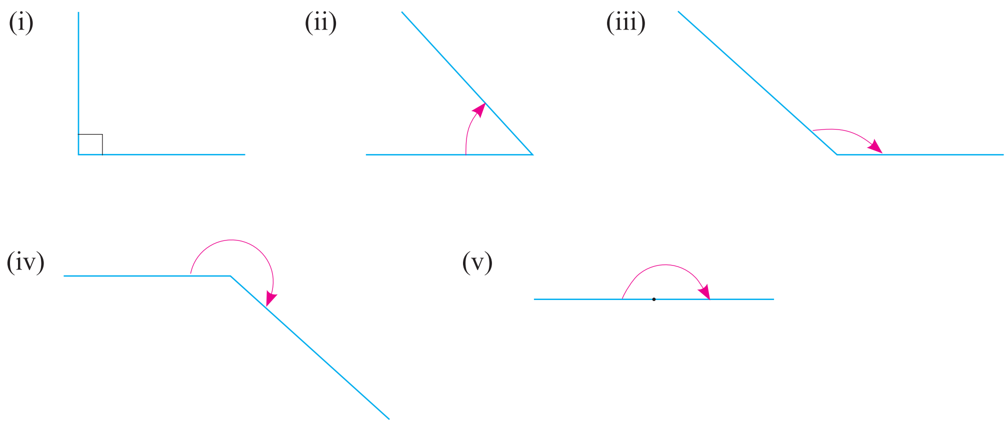
මෙම පාඩම අධ්‍යයනය කිරීමෙන් ඔබට,

- බද්ධ කෝණ හඳුනා ගැනීමට,
- සරල රේඛා ආශ්‍රිත කෝණ හඳුනා ගැනීමට,
- කෝණ ආශ්‍රිත ප්‍රමේයය කිහිපයක් හඳුනා ගැනීමට සහ ඒවා භාවිත කර ගණනය කිරීම් සිදු කිරීමට,
- ඒකාන්තර කෝණ, අනුරූප කෝණ සහ මිත්‍ර කෝණ හඳුනා ගැනීමට

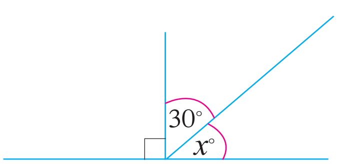
හැකියාව ලැබේ.

පුනරීක්ෂණ අභ්‍යාසය

1. පහත සඳහන් කෝණවල විශාලත්වය අනුව ඒවා වර්ග කරන්න.

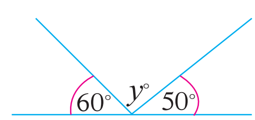


2. (i)

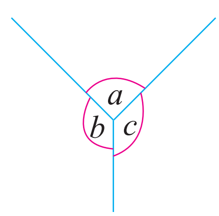


x හි අගය ලියන්න.

(ii)



y හි අගය ලියන්න.

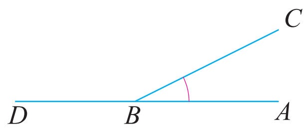


3. (i) $a + b + c$ සඳහා සම්බන්ධයක් ලියන්න.
   (ii) $a = c$ හා $b = 2c$ නම් a, b හා c හි අගය ලබා ගන්න.
   (iii) $a = 100^{\circ}$, $b = 150^{\circ}$ නම් c හි අගය සොයන්න.

4. (i) 60° හි අනුපූරක කෝණයේ විශාලත්වය ලියන්න.
(ii) 120° හි පරිපූරක කෝණයේ විශාලත්වය ලියන්න.
(iii) කිසියම් කෝණයක අගය a නම් එහි,
(*a*) අනුපූරක කෝණයේ විශාලත්වය ලියන්න.
(*b*) එහි පරිපූරක කෝණයේ විශාලත්වය ලියන්න.

5. කෝණමානය භාවිතයෙන්,
(i) 60° කෝණයක් ඇඳ එය $A\hat{D}B$ ලෙස නම් කරන්න.

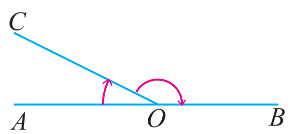
(ii)



(*a*) $A\hat{B}C$ හි අගය මැන ලියන්න.
(*b*) $D\hat{B}C$ හි අගය මැන ලියන්න.
(*c*) $A\hat{B}C + D\hat{B}C$ හි අගය සොයන්න.

3.1 බද්ධ කෝණ

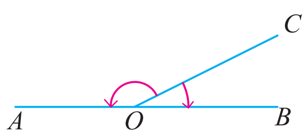
ක්‍රියාකාරකම 1

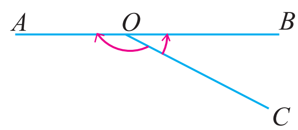


පියවර 1 - $A\hat{O}C$ හි අගය කෝණමානය භාවිත කර මැන ලියන්න.
පියවර 2 - $C\hat{O}B$ හි අගය කෝණමානය භාවිත කර මැන ලියන්න.
පියවර 3 - $A\hat{O}C + C\hat{O}B$ අගය කීය ද?
පියවර 4 - ඔබ ලබා ගත් පිළිතුර අනුව එළඹිය හැකි නිගමනය කුමක් ද?

ක්‍රියාකාරකම 2

පියවර 1 - AB සරල රේඛා ඛණ්ඩයක් අඳින්න.
පියවර 2 - C ලක්ෂ්‍යයක සිට AB සරල රේඛාව හමුවන සේ CO සරල රේඛා ඛණ්ඩය අඳින්න.
පියවර 3 - $B\hat{O}C$ හි අගය ද $A\hat{O}C$ හි අගය ද මැන ලියන්න.
පියවර 4 - $B\hat{O}C + A\hat{O}C$ හි අගය 180° බව පෙන්වන්න.
පියවර 5 - ඉහත පියවර 4 අනුව එළැඹිය හැකි නිගමනය කුමක් ද?



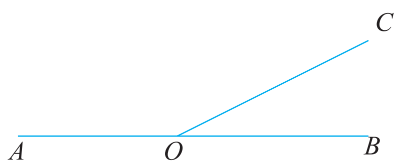


සරල රේඛා දෙකක් ඡේදනය වීමෙන් සෑදෙන $A\hat{O}C$ හා $C\hat{O}B$ බද්ධ කෝණ ලෙස හඳුන්වයි. බද්ධ කෝණ යුගලයක පොදු බාහුවක් පොදු ශීර්ෂයක් තිබිය යුතු අතර පොදු බාහුව දෙපස කෝණ යුගලය පිහිටිය යුතු ය.

ප්‍රමේයය

එක් සරල රේඛාවකට තවත් සරල රේඛාවක් හමුවීමෙන් සෑදෙන බද්ධ කෝණ යුගලයේ ඓක්‍යය සෘජුකෝණ දෙකකට සමාන වේ.

ප්‍රමේයය විධිමත්ව සාධනය කිරීම



දත්තය : AB හා CO සරල රේඛා එකිනෙක O දී ඡේදනය වේ.

සා.ක.යු. : $A\hat{O}C$ හා $B\hat{O}C$ හි එකතුව සෘජුකෝණ දෙකක් බව.

සාධනය : AB හා CO සරල රේඛා 2කි. ඒවා O දී ඡේදනය වී ඇත.

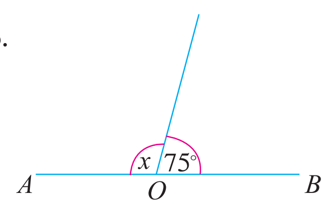
$A\hat{O}B = 180^\circ$ (සරල රේඛාවක් මත වූ කෝණවල එකතුව 180°)

නමුත් $A\hat{O}C + C\hat{O}B = A\hat{O}B$ (දත්තය)

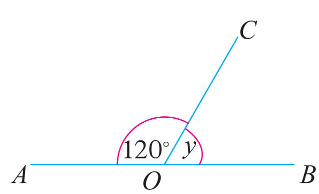
$\therefore \quad A\hat{O}C + C\hat{O}B = 180^\circ$

3.1 අභ්‍යාසය

1. AOB සරල රේඛාවකි. x හි අගය සොයන්න.

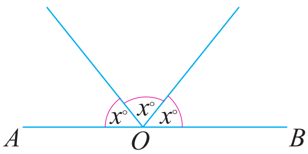


2. y හි අගය සොයන්න.

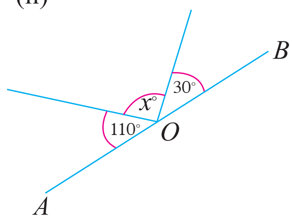


3. පහත දැක්වෙන එක් එක් අවස්ථාවේදී x° කෝණයේ අගය වෙන වෙන ම ලියන්න.

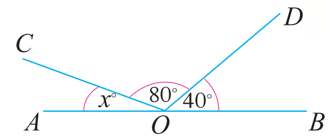
(i)



(ii)



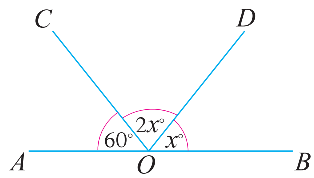
(iii)



4.

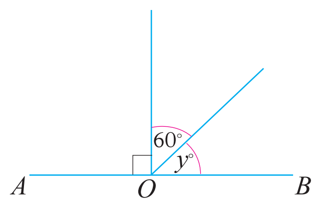
(i) x හි අගය සොයන්න.

(ii) එක් එක් කෝණයේ අගය ලියන්න.



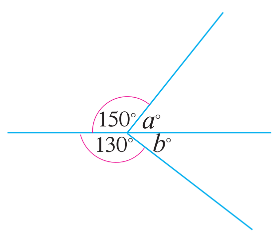
5. (i) සරල රේඛාවක් වටා පිහිටි කෝණවල අගය භාවිතයෙන් y° සොයන්න.

(ii) වෙනත් ක්‍රමයක් භාවිත කරමින් y° සොයන්න.



6. (i) a° හි අගය ලබා ගන්න.

(ii) b° හි අගය ලබා ගන්න.

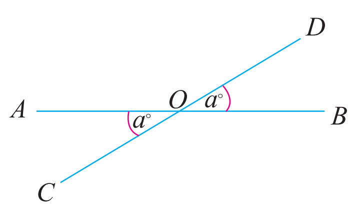


7. (i) $A\hat{O}D$ ට සමාන කෝණයක් ලියන්න.

(ii) $A\hat{O}D + a^\circ$ හි අගය කීය ද?

(iii) $a^\circ = 30^\circ$ නම් $A\hat{O}D$ කීය ද?

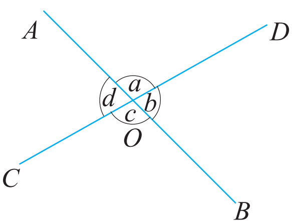
(iv) $C\hat{O}B$ හි අගය සොයන්න.



3.2 ප්‍රතිමුඛ කෝණ

ක්‍රියාකාරකම 3

පියවර 1 - වර්ණවත් කඩදාසියක් ගෙන එකිනෙකට ඡේදනය වන සරල රේඛා දෙකක් අඳින්න.



පියවර 2 - එම රේඛා AOB හා COD ලෙස නම් කරන්න.

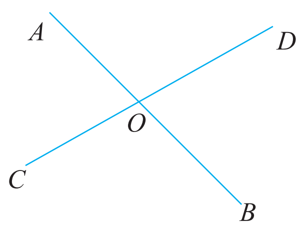
පියවර 3 - මෙහි ඇති කෝණ හතර a, b, c හා d ලෙස නම් කරන්න.

පියවර 4 - කතුරක් මගින් රේඛා ඔස්සේ කපා කෝණ වෙන් කර ගන්න.

පියවර 5 - එකිනෙක සමපාත වන කෝණ යුගල තෝරා ගන්න.

පියවර 6 - එම කෝණ යුගල් කුමන කෝණ ලෙස හඳුන්වයි ද?

පියවර 7 - මේ අනුව ඔබට එළැඹිය හැකි නිගමනය කුමක් ද?



AB හා CD සරල රේඛා දෙක O ලක්ෂ්‍යයේ දී එකිනෙක ඡේදනය වී ඇත.

$A\hat{O}D$ හි ප්‍රතිමුඛ කෝණය $C\hat{O}B$ වේ.

$C\hat{O}B$ හි ප්‍රතිමුඛ කෝණය $A\hat{O}D$ වේ.

එසේ ම $A\hat{O}C$ හි ප්‍රතිමුඛ කෝණය $D\hat{O}B$ වේ.

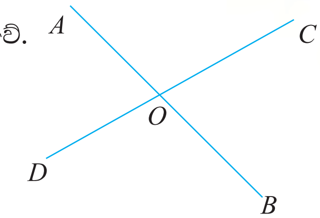
$D\hat{O}B$ හි ප්‍රතිමුඛ කෝණය $A\hat{O}C$ වේ.

ප්‍රමේයය

සරල රේඛා දෙකක් ඡේදනය වීමෙන් සෑදෙන ප්‍රතිමුඛ කෝණ සමාන වේ.

ප්‍රමේයය විධිමත්ව සාධනය කිරීම

දත්තය : AB හා CD සරල රේඛා O දී එකිනෙක ඡේදනය වේ.



සා.ක.යු. : $A\hat{O}C = B\hat{O}D$ සහ

$A\hat{O}D = B\hat{O}C$ බව

සාධනය : $A\hat{O}C + C\hat{O}B = 180^\circ$ ——— (1) (සරල රේඛාවක් මත පිහිටි බද්ධ කෝණවල එකතුව 180° ක් නිසා)

$C\hat{O}B + B\hat{O}D = 180^\circ$ ——— (2) (සරල රේඛාවක් මත පිහිටි බද්ධ කෝණවල එකතුව 180° ක් නිසා)

(1) හා (2)

$A\hat{O}C + C\hat{O}B = C\hat{O}B + B\hat{O}D$

දෙපසින් ම $C\hat{O}B$ අඩු කරන්න.

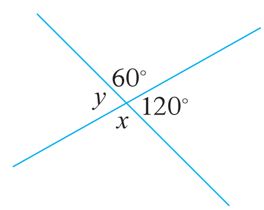
$A\hat{O}C + \cancel{C\hat{O}B} - \cancel{C\hat{O}B} = \cancel{C\hat{O}B} + B\hat{O}D - \cancel{C\hat{O}B}$

$A\hat{O}C = B\hat{O}D$

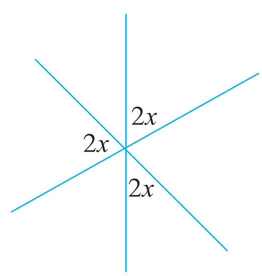
මේ ආකාරයට ම $A\hat{O}D = B\hat{O}C$ බව ලබා ගත හැකි ය.

3.2 අභ්‍යාසය

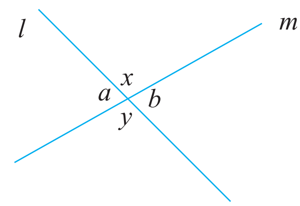
1. (i) x හි අගය ලියන්න.
   (ii) y හි අගය ලියන්න.



2. x හි අගය සොයන්න.

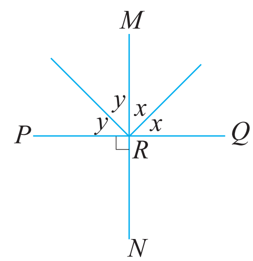


3. l හා m සරල රේඛා එකිනෙක ඡේදනය වීමෙන් $a = 60^\circ$ කෝණයක් සාදයි නම් ඉතිරි කෝණවල අගය සොයන්න.



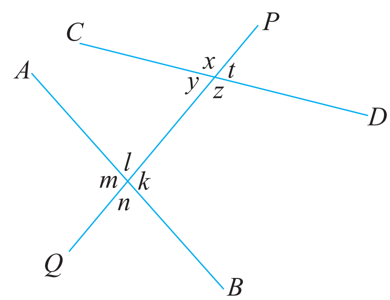
4. PQ හා MN සරල රේඛා යුගලකි.

(i) x හි අගය ලියන්න.
(ii) y හි අගය ලියන්න.
(iii) ලක්ෂ්‍යයක් වටා පිහිටි කෝණවල එකතුව සෘජුකෝණ 4ක් බව පෙන්වන්න.



3.3 සරල රේඛා දෙකක් තීර්යක් රේඛාවකින් ඡේදනය වීමෙන් සෑදෙන කෝණ

AB හා CD සරල රේඛාව PQ තීර්යක් රේඛාවෙන් ඡේදනය වේ. එවිට x, y, z, t හා l, m, n, k කෝණ සෑදෙයි.



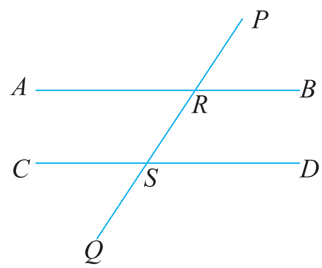
මෙම කෝණ අතරින්,

- අනුරූප කෝණ යුගල
  y හා m,
  z හා n,
  x හා l,
  t හා k
- ඒකාන්තර කෝණ යුගල
  y හා k,
  l හා z
- මිත්‍ර කෝණ යුගල
  y හා l,
  z හා k

ලෙස නම් කළ හැකි ය.

ප්‍රමේයය

සරල රේඛා දෙකක් තීර්යක් රේඛාවකින් ඡේදනය වන විට සෑදෙන අනුරූප කෝණ යුගල සමාන නම් හෝ ඒකාන්තර කෝණ යුගල සමාන නම් හෝ මිත්‍ර කෝණ යුගලයෙහි ඓක්‍යය සෘජුකෝණ දෙකකට සමාන නම් හෝ එම සරල රේඛා දෙක එකිනෙකට සමාන්තර වේ.



AB හා CD සරල රේඛා PQ තීර්යක් රේඛාව මගින් ඡේදනය වන විට සෑදෙන

අනුරූප කෝණ වන

$P\hat{R}B$ හා $R\hat{S}D$

$B\hat{R}S$ හා $D\hat{S}Q$

$A\hat{R}P$ හා $C\hat{S}R$

$A\hat{R}S$ හා $C\hat{S}Q$ යන කෝණ යුගල හතරෙන් එක් යුගලයක් හෝ සමාන වේ නම් AB හා CD රේඛා දෙක සමාන්තර වේ. එවිට $AB \parallel CD$ ලෙස ලියනු ලැබේ.

ඒකාන්තර කෝණ වන

$B\hat{R}S$ හා $C\hat{S}R$

$A\hat{R}S$ හා $R\hat{S}D$ කෝණ යුගල දෙකෙන් එක් යුගලයක් හෝ සමාන නම් AB හා CD රේඛා සමාන්තර වේ.

එනම් ඒකාන්තර කෝණ යුගලක් සමාන නම් එම රේඛා සමාන්තර වේ. $AB \parallel CD$ වේ.

මිත්‍ර කෝණ වන

$B\hat{R}S$ හා $R\hat{S}D$

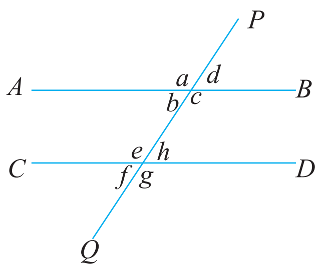
$A\hat{R}S$ හා $C\hat{S}R$ යන කෝණ යුගල දෙකෙහි ඓක්‍යය 180° වේ නම්, AB හා CD රේඛා සමාන්තර වේ.

එනම් මිත්‍ර කෝණ යුගලයක ඓක්‍යය සෘජුකෝණ දෙකකට සමාන වේ නම්, එම රේඛා යුගලය සමාන්තර වේ.
$AB \parallel CD$ වේ.

විලෝමය

සමාන්තර සරල රේඛා යුගලක් තීර්යක් රේඛාවකින් ඡේදනය වීමෙන්, සෑදෙන අනුරූප කෝණ සමාන වේ; ඒකාන්තර කෝණ සමාන වේ; මිත්‍ර කෝණ යුගලයක ඓක්‍යය සෘජුකෝණ දෙකකට සමාන වේ.

AB හා CD යනු සමාන්තර සරල රේඛා යුගලයකි. $AB//CD$ වන අතර PQ තීර්යක් රේඛාව මගින් එම සමාන්තර රේඛා ඡේදනය වී ඇත.

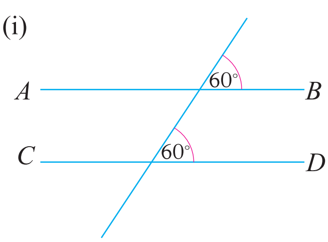


- අනුරූප කෝණ යුගල සමාන වේ.
  - $a = e$
  - $d = h$
  - $b = f$
  - $c = g$
- ඒකාන්තර කෝණ සමාන වේ.
  - $b = h$
  - $e = c$
- මිත්‍ර කෝණ යුගල පරිපූරක වේ.
  - $b + e = 180^\circ$
  - $c + h = 180^\circ$

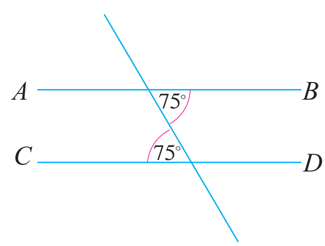
3.3 අභ්‍යාසය

1. පහත සඳහන් AB හා CD රේඛා සමාන්තර දැයි දැන ගත හැකි වන්නේ කවර කෝණ වර්ගය සැලකීමෙන් ද යන්න සඳහන් කරන්න.

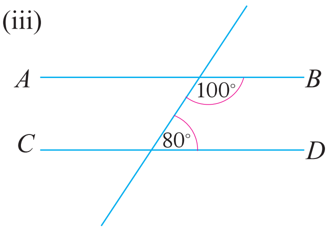
(i)



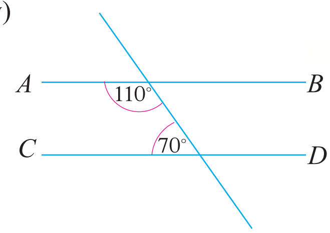
(ii)



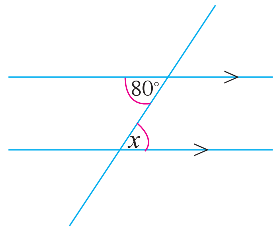
(iii)



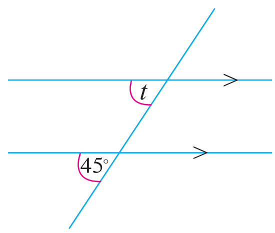
(iv)



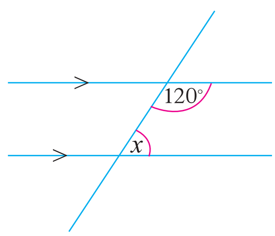
2. x හි අගය සොයන්න.



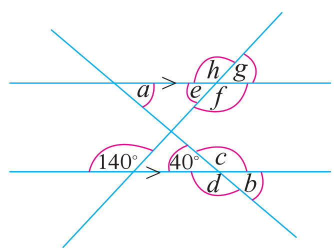
3. t හි අගය සොයන්න.



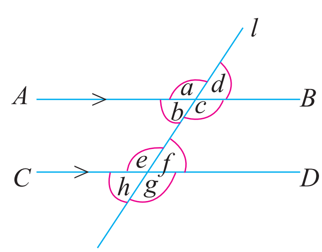
4. x හි අගය සොයන්න.



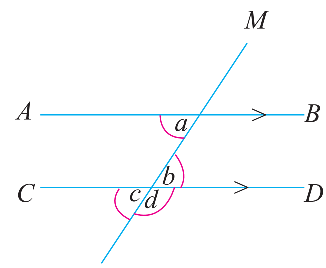
5. රූපයේ ඉංග්‍රීසි අක්ෂරවලින් දක්වා ඇති කෝණ සියල්ලේ අගය වෙන වෙන ම සොයන්න.



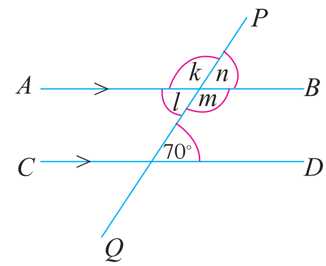
6. AB හා CD සමාන්තර සරල රේඛා යුගලකි. එය l තීර්යක් රේඛාව මගින් ඡේදනය වී ඇත. $a = 120^\circ$ නම් ඉංග්‍රීසි අක්ෂරවලින් දක්වා ඇති ඉතිරි කෝණවල විශාලත්වය සොයන්න.



7. $AB//CD$ වන අතර M සරල රේඛාවෙන් ඒවා ඡේදනය වී ඇත. a ඇසුරෙන් b, c හා d කෝණවල විශාලත්ව සොයන්න.



8. රූපයේ දී ඇති දත්ත අනුව l, m, n, k හි අගය සොයන්න.



සාරාංශය

- එක් සරල රේඛාවකට තවත් සරල රේඛාවක් හමුවීමෙන් සෑදෙන බද්ධ කෝණ යුගලයේ ඓක්‍යය සෘජුකෝණ දෙකකට සමාන වේ.
- සරල රේඛා දෙකක් ඡේදනය වීමෙන් සෑදෙන ප්‍රතිමුඛ කෝණ සමාන වේ.
- සරල රේඛා දෙකක් තීර්යක් රේඛාවකින් ඡේදනය වන විට සෑදෙන අනුරූප කෝණ යුගල සමාන නම් හෝ ඒකාන්තර කෝණ යුගල සමාන නම් හෝ මිත්‍ර කෝණ යුගලයෙහි ඓක්‍යය 180° නම් හෝ එම සරල රේඛා දෙක එකිනෙකට සමාන්තර වේ.
- සමාන්තර සරල රේඛා යුගලක් තීර්යක් රේඛාවකින් ඡේදනය වීමෙන් සෑදෙන, අනුරූප කෝණ සමාන වේ; ඒකාන්තර කෝණ සමාන වේ; මිත්‍ර කෝණ යුගලයක ඓක්‍යය සෘජුකෝණ දෙකකට සමාන වේ.

4 නිඛිල

මෙම පාඩම අධ්‍යයනය කිරීමෙන් ඔබට,
- ධන නිඛිල හා සෘණ නිඛිල සුළු කිරීමට,

හැකියාව ලැබේ.

නිඛිල පිළිබඳ මීට පෙර ශ්‍රේණිවලදී ඔබ උගෙන ඇත. ධන නිඛිල සංඛ්‍යා හා සෘණ නිඛිල සංඛ්‍යා පවතී. 0 ද නිඛිලයක් ලෙස සැළකේ.

ධන නිඛිල $\mathbb{Z}^+$

+1, +2, +3, +4, ... ආදී සංඛ්‍යා ධන නිඛිල ලෙස හැඳින්විය හැකි ය.

සෘණ නිඛිල $\mathbb{Z}^-$

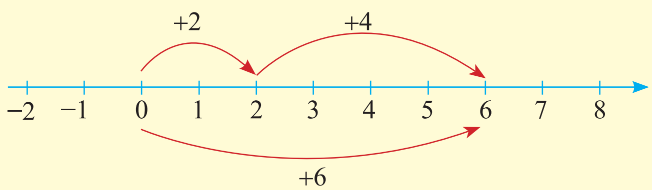
−1, −2, −3, −4, −5, ... ආදී සංඛ්‍යා සෘණ නිඛිල ලෙස හැඳින්විය හැකි ය.

4.1 ධන හා සෘණ නිඛිල සුළු කිරීම

නිඛිල සුළු කිරීම ක්‍රම කිහිපයක් ඔස්සේ සිදු කළ හැකි ය. එයින් එක් ක්‍රමයක් වන්නේ සංඛ්‍යා රේඛාව මගින් සුළු කිරීම ය. ඒ පිළිබඳව පහත නිදසුන් මගින් විමසා බලමු.

නිදසුන 1

2 + 4 , සංඛ්‍යා රේඛාවක් ඇසුරින් සුළු කරන්න.

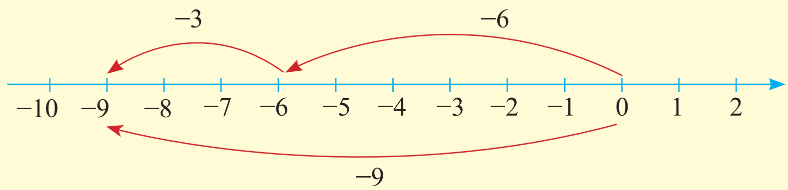


ඉහත නිදසුනේ දැක්වෙන පරිදි 2 යනු ධන නිඛිලයක් වන නිසා සංඛ්‍යා රේඛාවේ 0 සිට ධන දිශාවට ඒකක 2ක් ගමන් කරයි. පසුව 4 ද ධන නිඛිලයක් බැවින් නතර වුන ස්ථානයේ සිට ධන දිශාවට තවත් ඒකක 4ක් ගමන් කරයි. දැන් ඔබට පෙනෙන පරිදි 0 සිට ගමන් කර ඇති මුළු ඒකක ගණන ධන දිශාවට ඒකක 6කි.

එනම්, 2 + 4 = +6 වේ.

නිදසුන 2

$(-6) + (-3)$, සංඛ්‍යා රේඛාවක් ඇසුරින් සුළු කරන්න.

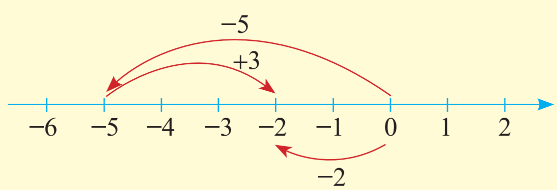


ඉහත නිදසුනේ දැක්වෙන පරිදි -6 මගින් දැක්වෙන්නේ සෘණ නිඛිලයකි. එම නිසා සංඛ්‍යා රේඛාවේ 0 සිට සෘණ දිශාවට ඒකක 6ක් ගමන් කරයි. අනතුරුව -3 මගින් ද සෘණ නිඛිලයක් දැක්වෙන බැවින් නැවතුන ස්ථානයේ සිට සෘණ දිශාවට තවත් ඒකක 3ක් ගමන් කරයි. දැන් ආරම්භක ස්ථානයේ සිට සෘණ දිශාවට ඒකක 9ක් ගමන් කර ඇති බව පෙනේ.

මේ අනුව, $(-6) + (-3) = (-9)$ වේ.

නිදසුන 3

$(-5) + 3$, සංඛ්‍යා රේඛාවක් ඇසුරින් සුළු කරන්න.

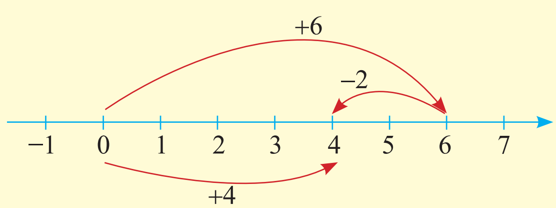


-5 මගින් සෘණ නිඛිලයක් දැක්වෙන බැවින් 0 සිට සංඛ්‍යා රේඛාවේ සෘණ දිශාවට ඒකක 5ක් ගමන් කරයි. අනතුරුව $+3$ මගින් ධන නිඛිලයක් දැක්වෙන බැවින් -5 සිට නැවතුන ස්ථානයේ සිට ධන දිශාවට ඒකක 3ක් ගමන් කරයි. දැන් 0 සිට සෘණ දිශාවට ඒකක 2ක් දුරින් අවසන් ස්ථානය පිහිටා තිබේ.

මේ අනුව, $(-5) + 3 = (-2)$ වේ.

නිදසුන 4

$6 - 2$, සංඛ්‍යා රේඛාවක් ඇසුරින් සුළු කරන්න.



එනම්, $6 - 2 = (+4)$ වේ.

4.1 අභ්‍යාසය

1. සංඛ්‍යා රේඛාව ඇසුරින් සුළු කරන්න.
   (i) $2 + 2$ (ii) $3 + 5$ (iii) $(-4) + (-1)$
   (iv) $(-8) + 2$ (v) $7 + (-3)$

2. සංඛ්‍යා රේඛාව ඇසුරින් සුළු කරන්න.
   (i) $11 + 2$ (ii) $(-5) + (-4)$ (iii) $(-10) + 5$
   (iv) $9 - 2$ (v) $2 + (-7)$

4.2 ධන හා ඍණ නිඛිල සුළු කිරීම තව දුරටත්

සමාන ලකුණු සහිත නිඛිල සුළු කිරීම

නිඛිල දෙකක හෝ කිහිපයක ඇති ලකුණු සමාන නම් එම නිඛිල ලකුණ සමග එකතු කරයි. එනම්, ධන නිඛිල " + " ලකුණ සමග ද ඍණ නිඛිල " − "ලකුණ සමග ද එකතු වේ. පහත නිදසුන් මගින් සමාන ලකුණු සහිත නිඛිල සුළු කරන අයුරු විමසමු.

නිදසුන 1

$6 + 2$, සුළු කරන්න.

$6 + 2 = (+8)$

නිදසුන 2

$5 + 9$, සුළු කරන්න.

$5 + 9 = (+14)$

නිදසුන 3

$(-3) + (-7)$, සුළු කරන්න.

$(-3) + (-7) = (-10)$

නිදසුන 4

$(-15) + (-6)$, සුළු කරන්න.

$(-15) + (-6) = (-21)$

අසමාන ලකුණු සහිත නිඛිල සුළු කිරීම

අසමාන ලකුණු සහිත නිඛිල සුළු කිරීමට ඇති විට, දී ඇති නිඛිලවල ධන හෝ ඍණ ලකුණ නොසලකා විශාලත්වය වැඩි එකින් අනෙක අඩු කරයි. අවසාන පිළිතුර සඳහා විශාලත්වය වැඩි නිඛිලයට අදාළ ලකුණ යොදනු ලබයි. පහත නිදසුන් මගින් අසමාන ලකුණු සහිත නිඛිල සුළු කරන අයුරු විමසමු.

නිදසුන 5

$(-17) + 2$, සුළු කරන්න.

ඉහත නිදසුනේ දැක්වෙන පරිදි -17 ඍණ නිඛිලයක් වන අතර 2 ධන නිඛිලයකි. එනම්, සුළු කිරීමට ඇති නිඛිල දෙකේ ලකුණු අසමාන ය. එම නිසා පළමුව ධන හෝ ඍණ ලකුණ නොසලකා විශාල සංඛ්‍යාවෙන් කුඩා සංඛ්‍යාව අඩු කරනු ලැබේ. එනම්, 17න් 2ක් අඩු කරයි. එවිට පිළිතුර ලෙස 15ක් ලැබේ. අවසන් පිළිතුරේ ලකුණ වන්නේ මෙම සංඛ්‍යා දෙක අතරින් විශාලත්වය වැඩි සංඛ්‍යාවේ ලකුණ වේ. එනම් 17හි ලකුණ වන ඍණ ලකුණයි.

$(-17) + 2 = (-15)$

නිදසුන 6

(−4) + 20, සුළු කරන්න.

සුළු කිරීමට ඇත්තේ අසමාන ලකුණු සහිත නිඛිල දෙකකි. එමනිසා මෙම සංඛ්‍යා දෙකෙන් විශාලත්වය වැඩි සංඛ්‍යාවෙන් විශාලත්වය අඩු (සංඛ්‍යාවේ ධන හෝ ඍණ ලකුණ නොසලකා) සංඛ්‍යාව අඩු කරයි. එනම්, 20න් 4ක් අඩු වේ. එවිට පිළිතුර 16 වේ. අවසන් පිළිතුරේ ලකුණ වන්නේ මෙම සංඛ්‍යා දෙක අතරින් විශාලත්වය වැඩි සංඛ්‍යාවේ ලකුණ වේ. එනම් 20හි ලකුණ වන ධන ලකුණයි.

(−4) + 20 = (+16)

නිදසුන 7

2 + (−2) , සුළු කරන්න.

2 + (−2) = 2 − 2

= 0

නිදසුන 8

(−6) + 2 , සුළු කරන්න.

(−6) + 2 = (−4)

නිදසුන 9

7 + (−23) , සුළු කරන්න.

7 + (−23) = (−16)

නිදසුන 10

(−3) + 9 , සුළු කරන්න.

(−3) + 9 = 9 − 3

= (+6)

4.3 නිඛිල ගුණ කිරීම, බෙදීම

නිඛිල සංඛ්‍යා එකතු කිරීම සහ අඩු කිරීම පිළිබඳව අප විසින් ඉගෙන ඇත. මීළඟට නිඛිල සංඛ්‍යා ගුණ කිරීම සහ බෙදීම පිළිබඳ අධ්‍යයනය කරමු.

නිඛිල සංඛ්‍යා ගුණ කිරීමේදී යම් ක්‍රමෝපායක් පවතී ද යන්න පහත දක්වා ඇති සටහන ඇසුරින් අධ්‍යයනය කරන්න.

2 × 4 = 8	−2 × 4 = −8
2 × 3 = 6	−2 × 3 = −6
2 × 2 = 4	−2 × 2 = −4
2 × 1 = 2	−2 × 1 = −2
2 × 0 = 0	−2 × 0 = 0
2 × −1 = −2	−2 × −1 = 2
2 × −2 = −4	−2 × −2 = 4
2 × −3 = −6	−2 × −3 = 6

සමාන ලකුණු සහිත නිඛිල සංඛ්‍යා දෙකක් ගුණ කිරීමේදී පිළිතුරේ ලකුණ ධන වන බවත් අගය එම සංඛ්‍යා දෙකෙහි ලකුණ නොසලකා ගුණ කිරීමේදී ලැබෙන අගයම බවත් දැක ගත හැකි වේ.

එනම්, ධන × ධන → ධන

ඍණ × ඍණ → ධන

තව ද අසමාන ලකුණු සහිත නිඛිල සංඛ්‍යා දෙකක් ගුණ කිරීමේදී ලකුණ ඍණ වන බවත්, අගය එම සංඛ්‍යා දෙකේ ලකුණ නොසලකා ගුණ කිරීමේදී ලැබෙන අගයම බවත් දැක ගත හැකි වේ.

- ධන × ඍණ → ඍණ
- ඍණ × ධන → ඍණ

බිංදුව (0) කුමන සංඛ්‍යාවකින් ගුණ කළත් එහි පිළිතුර "0" බවත් ඉහත සටහන අධ්‍යයනයෙන් අවබෝධ කර ගත හැකි වේ.

නිඛිල සංඛ්‍යා බෙදීම පිළිබඳ අප දැන් සලකා බලමු.

$2 \times -3 = -6$ → $(-6) \div 2 = (-3)$; $(-6) \div (-3) = 2$

$(-5) \times -2 = 10$ → $10 \div (-2) = (-5)$; $10 \div (-5) = (-2)$

සමාන ලකුණු සහිත නිඛිල දෙකක් බෙදීමේදී පිළිතුරේ ලකුණ ධන වන බවත්, අගය එම සංඛ්‍යා දෙකෙහි ලකුණ නොසලකා බෙදීමේදී ලැබෙන අගයම බවත් දැක ගත හැකි වේ.

- ධන ÷ ධන → ධන
- ඍණ ÷ ඍණ → ධන

අසමාන ලකුණු සහිත නිඛිල සංඛ්‍යා දෙකක් බෙදීමේදී ලැබෙන පිළිතුරේ ලකුණ ඍණ වන බවත් අගය එම සංඛ්‍යා දෙකෙහි ලකුණ නොසලකා බෙදීමේදී ලැබෙන අගය බවත් දැක ගත හැකි වේ.

- ධන ÷ ඍණ → ඍණ
- ඍණ ÷ ධන → ඍණ

නිඛිල ගුණ කිරීමේදී හා බෙදීමේදී ලැබෙන පිළිතුරෙහි ලකුණ (ධන හෝ ඍණ) පහත වගුව මගින් දැක්වේ.

×	+	−
+	+	−
−	−	+

÷	+	−
+	+	−
−	−	+

+ මගින් ධන නිඛිල ද,
− මගින් ඍණ නිඛිල ද
× මගින් ගුණ කිරීම ද
÷ මගින් බෙදීම ද සංකේතවත් කර ඇත.

නිදසුන 1

- $(+5) \times (+2) = (+10)$
- $(+4) \times (-2) = (-8)$
- $(-5) \times (-3) = (+15)$
- $(-7) \times (+2) = (-14)$
- $(-8) \times 0 = 0$

නිදසුන 2

- $(-12) \div (-6) = (+2)$
- $(-25) \div (+5) = (-5)$
- $(-72) \div (-6) = (+12)$
- $(+10) \div (-2) = (-5)$

නිදසුන 3

$$\frac{(-6) \times (+2) \times (-5)}{(-4) \times (+3)} = \frac{(+60)}{(-12)}$$
$$= (-5)$$

4.2 අභ්‍යාසය

1. සුළු කරන්න.

(i) $(+4) \times (+3)$ (ii) $(+8) \times (+2)$ (iii) $(-5) \times (-4)$

(iv) $(-12) \times (+3)$ (v) $(-7) \times (-5)$ (vi) $(-8) \times 0$

(vii) $(+3) \times (-5) \times (+2)$ (viii) $(-7) \times (+2) \times (-5)$ (ix) $(-3) \times (-4) \times (+2)$

(x) $(-8) \times (+\frac{1}{2}) \times (-7)$

2. සුළු කරන්න.

(i) $(-21) \div (+3)$ (ii) $(+15) \div (+3)$ (iii) $(-12) \div (-2)$

(iv) $(-84) \div (+6)$ (v) $(+18) \div (-3)$ (vi) $\frac{(-8) \times (-5)}{(-4)}$

(vii) $\frac{(-9) \times (+5) \times (-2)}{(-6) \times (-3)}$ (viii) $\frac{(-112) \times (-5) \times (+7)}{(-14) \times (+8) \times (+70)}$

සාරාංශය

- ධන හා සෘණ නිඛිල සුළු කිරීම සංඛ්‍යා රේඛාව ඇසුරින් ද වෙනත් ක්‍රම මගින් ද සිදු කළ හැකි ය.

5 වීජීය ප්‍රකාශන

මෙම පාඩම අධ්‍යයනය කිරීමෙන් ඔබට,

- වීජීය පද හා වීජීය ප්‍රකාශන හඳුනා ගැනීමට,
- වීජීය ප්‍රකාශන සුළු කිරීමට,
- වීජීය ප්‍රකාශනයක අඥාත සඳහා දෙන ලද අගයන් ආදේශ කර ප්‍රකාශනයේ අගය ලබා ගැනීමට,
- වීජීය ප්‍රකාශනවල ඇතුළත් වරහන් ඉවත් කර සුළු කිරීමට,
- ද්විපද ප්‍රකාශන දෙකක ගුණිතය ලබා ගැනීමට

හැකියාව ලැබේ.

5.1 වීජීය පද හා වීජීය ප්‍රකාශන හඳුනා ගැනීම

අගය නොදන්නා රාශියක් අඥාතයක් ලෙස හඳුන්වයි. අඥාත දැක්වීම සඳහා ඉංග්‍රීසි හෝඩියේ සිම්පල් අකුරු භාවිත කරයි. මෙම අඥාත ඇතුළත් පද වීජීය පද ලෙස නම් කෙරේ. වීජීය පද එකක් හෝ වැඩි ගණනක් එකතු කිරීම හා අඩු කිරීම යන ගණිත කර්ම මගින් සම්බන්ධ වී ඇති ප්‍රකාශන වීජීය ප්‍රකාශන වේ.

y, $2x$, ab, $3p^2$ ආදිය එක් පදයක් සහිත වීජීය ප්‍රකාශන සඳහා උදාහරණ ලෙස දැක්විය හැකි ය. මේවා ඒක පද ප්‍රකාශන ලෙස ද හැඳින්වේ.

වීජීය පදයක්, සංඛ්‍යා හෝ වෙනත් වීජීය පද සමඟ + හෝ − යන ගණිත කර්ම මගින් සම්බන්ධ වූ විට ඒවා පද කිහිපයකින් යුත් වීජීය ප්‍රකාශන වේ.

උදා: $y + 3$, $2p + 3q$, $6y - 2x$, $a^2 + 8x + 15$

වීජීය පදයක් සමඟ සම්බන්ධ සංඛ්‍යාත්මක අගය එම වීජීය පදයේ සංගුණකය ලෙස හැඳින්වේ.

උදා: $2x$හි සංගුණකය 2 වේ.

$\frac{a}{5}$ හි සංගුණකය $\frac{1}{5}$ වේ.

P හි සංගුණකය 1 වේ.

වීජීය ප්‍රකාශන එකතු කිරීමේදී හා අඩු කිරීමේදී සජාතීය පදවල සංගුණක පමණක් සුළු කරනු ලැබේ.

නිදසුන 1

$3x + 2x$ සුළු කරන්න.

$= (3 + 2)\, x$

$= 5x$

නිදසුන 2

$9a - 2a$ සුළු කරන්න.

$= (9 - 2)\, a$

$= 7a$

නිදසුන 3

$3y + 5y - 10y$ සුළු කරන්න.

$= (3 + 5 - 10)\ y$

$= (8 - 10)\ y$

$= -2y$

නිදසුන 4

$3t^2 + 4t - 2t^2 + 2t - 1$ සුළු කරන්න.

$= 3t^2 - 2t^2 + 4t + 2t - 1$

$= (3 - 2)\ t^2 + (4 + 2)\ t - 1$

$= t^2 + 6t - 1$

5.1 අභ්‍යාසය

1. පහත දැක්වෙන වීජීය පදවල සංගුණක ලියා හිස්තැන් සම්පූර්ණ කරන්න.

වීජීය පදය	$2a$	$3x$	$-4y$	t	$-x$	$\frac{p}{3}$	$\frac{2}{5}r$	$\frac{3}{4}r^2$	$-\frac{x}{3}$	$-\frac{4}{5}q$
සංගුණකය	.....	.....	.....	1	.....	.....	.....	.....	$-\frac{1}{3}$	.....

2. සුළු කරන්න.

(i) $3a + 5a$ (ii) $4x + 3x$ (iii) $7p - 2p$

(iv) $10y - 4y$ (v) $3x - 5x$ (vi) $6r - 9r$

(vii) $2x + x + 7x$ (viii) $6y - 3y + y$ (ix) $5t^2 + t^2 - 2t^2$

(x) $3p^2 + 3p + p^2 + 4p$ (xi) $a^2 + 8a^2 + 2a + 5$ (xii) $4a^2 + 3b - 2a^2 - 6b$

5.2 වීජීය ප්‍රකාශනවල අගයන් ආදේශ කර සුළු කිරීම

විජීය ප්‍රකාශනයක අඥාතයෙහි අගය දී ඇති විට, එය ආදේශ කර සුළු කිරීමෙන් ප්‍රකාශනයේ අගය සෙවිය හැකි ය.

ධන නිඛිල ආදේශය කිරීම

නිදසුන 1

$x = 2$ නම් $x + 1$ හි අගය සොයන්න.

$x + 1 = 2 + 1$

$= 3$

නිදසුන 2

$x = 3$ නම් $5x - 2$ හි අගය සොයන්න.

$5x - 2 = (5 \times 3) - 2$

$= 15 - 2$

$= 13$

නිදසුන 3

$a = 2$ නම් $-2a - 3$ හි අගය සොයන්න.

$-2a - 3 = -(2 \times 2) - 3$

$= -4 - 3$

$= -7$

සෘණ නිඛිල ආදේශ කිරීම

නිදසුන 4

$y = -3$ නම් පහත දැක්වෙන ප්‍රකාශනවල අගය සොයන්න.

(i) $2y - 1$ (ii) $5 - 3y$ (iii) $-y - 4$

(i) $2y - 1 = [2 \times (-3)] - 1$
$= -6 - 1$
$= -7$

(ii) $5 - 3y = 5 - [3 \times (-3)]$
$= 5 + 9$
$= 14$

(iii) $-y - 4 = -(-3) - 4$
$= 3 - 4$
$= (-1)$

5.2 අභ්‍යාසය

1. $x = 2$ නම් පහත දැක්වෙන එක් එක් වීජීය ප්‍රකාශනයේ අගය සොයන්න.

(i) x (ii) $2x$ (iii) $3x + 1$ (iv) $5x - 3$ (v) $3(x - 1)$

2. $p = 4$ නම් පහත දැක්වෙන එක් එක් වීජීය ප්‍රකාශනයේ අගය සොයන්න.

(i) $3p + 1$ (ii) $2p - 8$ (iii) $15 - p$ (iv) $2 - 3p$ (v) $p - 6$

3. $x = -2$ නම් පහත දැක්වෙන ප්‍රකාශනවල අගය සොයන්න.

(i) $4x$ (ii) $-3x$ (iii) $5 + x$ (iv) $2x + 1$
(v) $3x - 2$ (vi) $2x - 4$ (vii) $3x + 6$ (viii) $-3x - 2$
(ix) $5 - 2x$ (x) $10 + x$ (xi) $3(1 + x)$ (xii) $2(x - 2)$

5.3 අඥාත දෙකක් සහිත වීජීය ප්‍රකාශනවල අගය සෙවීම

නිදසුන 1

$a = 2$, $b = -1$ වන විට පහත දැක්වෙන වීජීය ප්‍රකාශනවල අගය සොයන්න.

(i) $2a + b$ (ii) $3a + 2b$ (iii) $a - 2b + 5$

(i) $2a + b = (2 \times 2) + (-1)$
$= 4 - 1$
$= 3$

(ii) $3a + 2b = (3 \times 2) + [2 \times (-1)]$
$= 6 - 2$
$= 4$

(iii) $a - 2b + 5 = 2 - [2 \times (-1)] + 5$
$= 2 + 2 + 5$
$= 9$

5.3 අභ්‍යාසය

1. $p = 2$ හා $q = 1$ විට පහත ප්‍රකාශනවල අගය සොයන්න.

   (i) $p + q$ (ii) $2p + 3q$ (iii) $5p - 7q$ (iv) $5q - 2p$

2. $x = 3$ හා $y = -2$ විට පහත ප්‍රකාශනවල අගය සොයන්න.

   (i) $-x + y$ (ii) $2x + 3y$ (iii) $3x - y$ (iv) $2x - 3y$
   (v) $y - 3x$ (vi) $-x + 2y$

මිශ්‍ර අභ්‍යාසය

1. $x = 2$ වන විට පහත දැක්වෙන වීජීය ප්‍රකාශනවල අගය සොයන්න.

   (i) x (ii) $2x$ (iii) $3x + 1$ (iv) $5x - 3$ (v) $3(x - 1)$

2. $a = 1,\ b = 2$ වන විට පහත දැක්වෙන වීජීය ප්‍රකාශනවල අගය සොයන්න.

   (i) $a + b$ (ii) $2a + b$ (iii) $2b + 3a$ (iv) $5a - b$ (v) $2(a + b)$

3. $p = 5,\ q = -3$ වන විට පහත දැක්වෙන වීජීය ප්‍රකාශනවල අගය සොයන්න.

   (i) $p + q$ (ii) $2p + q$ (iii) $p + 3q$ (iv) $p - q$ (v) $4q + 2p$

පුනරීක්ෂණ අභ්‍යාසය

1. පහත දැක්වෙන ප්‍රකාශනවල අගය සොයන්න.

   (i) 3×4 (ii) 2×9 (iii) $x \times x$
   (iv) 5×2 (v) $4 \times y$ (vi) $2x \times x$

5.4 ද්විපද ප්‍රකාශනයක් ද්විපද ප්‍රකාශනයකින් ගුණ කිරීම

වරහන් ඇතුළත් වීජීය ප්‍රකාශන සුළු කරන අයුරු විමසා බලමු.

$2\,(x + 3)$ ප්‍රකාශනය සලකමු.
මෙහි අදහස නම් 2 යන්නෙන් වරහන් තුළ තිබෙන x හා 3 යන අගයන් දෙක ම ගුණ විය යුතු බව ය. මෙම ගුණ කිරීම නිබිල ගුණ කරන ආකාරයෙන් සිදු කිරීම ඉතා වැදගත් වේ. එම ගුණ කිරීම පහත පරිදි වේ.

$$2\,(x + 3) = (2 \times x) + (2 \times 3)$$
$$= 2x + 6$$

නිදසුන 1

$2\,(x-3)$

$\overset{2\times x}{\frown}$ $2\,(x-3)$ $\underset{2\times 3}{\smile}$

$= (2\times x) - (2\times 3)$
$= 2x - 6$

නිදසුන 2

$5\,(3+x)$

$\overset{5\times 3}{\frown}$ $5\,(3+x)$ $\underset{5\times x}{\smile}$

$= (5\times 3) + (5\times x)$
$= 15 + 5x$

නිදසුන 3

$x\,(x+4)$

$\overset{x\times x}{\frown}$ $x\,(x+4)$ $\underset{x\times 4}{\smile}$

$= (x\times x) + (4\times x)$
$= x^2 + 4x$

නිදසුන 4

$x\,(x-2)$

$\overset{x\times x}{\frown}$ $x\,(x-2)$ $\underset{x\times -2}{\smile}$

$= (x\times x) - (x\times 2)$
$= x^2 - 2x$

$x+3$ යන වීජීය ප්‍රකාශනය $x+2$ යන වීජීය ප්‍රකාශනයෙන් ගුණ කිරීම සලකමු.

එම ගුණ කිරීම $(x+3)\,(x+2)$ ලෙස වරහන් සහිතව ලියනු ලැබේ.
$(x+3)\,(x+2)$ ගුණිතය පහත ආකාරයට රූප සටහනකින් ගුණ කිරීම සිදු කරනු ලැබේ.

මෙහි $x+3$ සෘජුකෝණාස්‍රයේ දිග ලෙසත්, මෙහි $x+2$ සෘජුකෝණාස්‍රයේ පළල ලෙසත් ගෙන එහි, වර්ගඵලය ලබා ගෙන ඇත.

$$(x+3)\,(x+2) = x^2 + 3x + 2x + 6$$
$$= x^2 + 5x + 6$$

	x	3
x	$x\times x = x^2$	$x\times 3 = 3x$
2	$2\times x = 2x$	$2\times 3 = 6$

මෙම ප්‍රකාශන දෙකෙහි ගුණිතය පහත ආකාරයට ද ලබා ගත හැකි ය.

$(x+3)\,(x+2)$

$= x(x+2) + 3(x+2)$ ($x\times x$, $x\times 2$; $3\times x$, 3×2)

$= x^2 + 2x + 3x + (3\times 2)$

$= x^2 + 2x + 3x + 6$ (මෙහි $2x$ හා $3x$ සජාතීය පද බැවින් එකතු කළ හැකි ය.)

$= x^2 + 5x + 6$

පහත දැක්වෙන ආකාරයට ද වීජීය ප්‍රකාශන දෙක ගුණ කළ හැකි ය.

නිදසුන 5

$(x + 5)\,(x + 3)$ සුළු කරන්න.

$(x + 5)\ (x + 3)$ ($x \times x$, $x \times 3$, $5 \times x$, 5×3)

$(x + 5)\ (x + 3)$

$$= x^2 + 3x + 5x + (5 \times 3)$$
$$= x^2 + 3x + 5x + 15$$
$$= x^2 + 8x + 15$$

නිදසුන 6

$(x + a)\ \ (x + b)$ සුළු කරන්න.

$(x + a)\ \ (x + b)$

$$= (x \times x) + (x \times b) + (x \times a) + (a \times b)$$
$$= x^2 + xb + xa + ab$$

නිදසුන 7

$(x + 5)\ \ (x - 2)$ සුළු කරන්න.

$(x + 5)\ \ (x - 2)$

$$= (x \times x) + [x \times (-2)\ ] + (5 \times x) + [5 \times (-2)]$$
$$= x^2 - 2x + 5x - 10$$
$$= x^2 + 3x - 10$$

නිදසුන 8

$(x - 2)\ \ (x - 3)$ සුළු කරන්න.

$(x - 2)\ \ (x - 3)$

$$= (x \times x) + [x \times (-3)] + [(-2) \times x] + [(-2) \times (-3)]$$
$$= x^2 - 3x - 2x + 6$$
$$= x^2 - 5x + 6$$

5.4 අභ්‍යාසය

1. වරහන් ඉවත් කර සුළු කරන්න.

(i) $2(a - 2) - 9$ (ii) $3(y - 3) - y$

(iii) $5(x - 1) - 3x$ (iv) $2(x - 3) - x$

(v) $x(x - 3) + 2x$ (vi) $3(p - 1) + 5 + 4p$

(vii) $y(y + 2) + 3(y + 1)$ (viii) $a(a + 3) - 2(a - 1)$

(ix) $3p(p - 4) + 2(4p - 1)$ (x) $2x(5x + 3) - 2(x - 4)$

2. පහත දැක්වෙන ද්වීපද ප්‍රකාශන සුළු කරන්න.

(i) $3(x+5)$ (ii) $2(y+3)$ (iii) $a(p+a)$

(iv) $2(m-2)$ (v) $p(p-b)$ (vi) $x(x+10)$

3. සුළු කරන්න.

(i) $(x+1)\ (x+3)$ (ii) $(x+1)\ (x-3)$

(iii) $(x-1)\ (x+3)$ (iv) $(x-1)\ (x-3)$

(v) $(p+2)\ (p+3)$ (vi) $(p+2)\ (p-3)$

(vii) $(p-2)\ (p+3)$ (viii) $(p-2)\ (p-3)$

සාරාංශය

- අඥාත ඇතුළත් පද වීජීය පද ලෙස නම් කෙරේ. වීජීය පද එකක් හෝ වැඩි ගණනක් එකතු කිරීම හා අඩු කිරීම යන ගණිත කර්ම මගින් සම්බන්ධ වී ඇති ප්‍රකාශන, වීජීය ප්‍රකාශන වේ.
- වීජීය ප්‍රකාශනයක අඥාතයෙහි අගය දී ඇති විට, එය ආදේශ කර සුළු කිරීමෙන් ප්‍රකාශනයේ අගය සෙවිය හැකි ය.

6 වීජීය ප්‍රකාශනවල සාධක

මෙම පාඩම අධ්‍යයනය කිරීමෙන් ඔබට,
- පොදු සාධක ඇතුළත් පද සහිත වීජීය ප්‍රකාශනවල සාධක වෙන් කිරීමට,
- සියලුම පදවල පොදු සාධක නොමැති විට පොදු සාධක ඇතුළත් පද කාණ්ඩ කරමින් සාධක වෙන් කිරීමට,
- ත්‍රිපද වර්ගජ ප්‍රකාශනවල සාධක වෙන් කිරීමට

හැකියාව ලැබේ.

6.1 වීජීය ප්‍රකාශනවලට පොදු වූ සාධක හඳුනා ගැනීම

6 යන සංඛ්‍යාව සලකමු.
$6 = 6 \times 1$
$6 = 3 \times 2$ ගුණිතය මගින් 6 ලැබේ.

ඒ අනුව, 1, 2, 3 හා 6 යන අගයන් 6හි සාධක වේ.

දැන් අපි $6x$ වීජීය පදය සලකමු.

$$\begin{aligned} 6x &= 6 \times x \\ &= 3 \times 2x \\ &= 1 \times 6x \\ &= 2 \times 3x \end{aligned}$$ ගුණිතය මගින් ලැබේ.

ඒ අනුව, $6x$ හි සාධක ලෙස, $1, 2, 3, 6, x, 2x, 3x, 6x$ ලැබේ.

6.2 වීජීය ප්‍රකාශනවල පොදු සාධක ඉවතට ගෙන සාධක වෙන් කිරීම

වීජීය පද දෙකක් ඇතුළත් ප්‍රකාශන

නිදසුන 1

$2x + 6$හි සාධක සොයන්න.

$2x$හි සාධක $1, 2, x, 2x$
6හි සාධක $1, 2, 3, 6$

$2x$ හා 6හි පොදු සාධකය 2 වේ. දී ඇති ප්‍රකාශනය පොදු සාධකය ඇසුරින්, ගුණාකාර ලෙස ලිවීමෙන්,

$$\begin{aligned} 2x + 6 &= (2 \times x) + (2 \times 3) \\ &= 2\,(x + 3) \end{aligned}$$ පොදු සාධකය වන 2 ඉවතට ගත් විට,

ඒ අනුව, $2x + 6$ වීජීය ප්‍රකාශනයේ 2 සහ $(x + 3)$ සාධක වේ.

නිදසුන 2

$5y - 20$හි සාධක සොයන්න.

$5y - 20 = (5 \times y) - (5 \times 4)$
$= 5\ (y - 4)$

$5y$ හි සාධක 1, 5, y, $5y$
20හි සාධක 1, 2, 4, 5, 10, 20
පොදු සාධකය 5 වේ.

නිදසුන 3

$3ax - 12bx$ හි සාධක සොයන්න.

$3ax - 12bx = (3 \times a \times x) - (3 \times 4 \times b \times x)$
$= 3 \times x\ (a - 4b)$
$= 3x\ (a - 4b)$

මෙහි 3 හා x ලෙස පොදු සාධක දෙකක් ඇති බැවින් පොදු සාධකය ලෙස එම සාධක දෙකෙහි ගුණිතය වන $3x$ ලැබේ.

නිදසුන 4

$ay^2 + by$ හි සාධක සොයන්න.

$ay^2 + by = (a \times y \times y) + (b \times y)$
$= y\ (ay + b)$

6.1 අභ්‍යාසය

1. පිටපත් කරගෙන හිස්තැන් පුරවන්න.

(i) $3x + 6 = (\square \times x) + (\square \times 2)$
$= \square\ (x + 2)$

(ii) $px - py = (p \times \square) - (p \times \square)$
$= \square\ (x - y)$

(iii) $10x + 20y = (10 \times x) + (\square \times 2y)$
$= \square\ (x + 2y)$

(iv) $12p - 18 = (3 \times 4p) - (\square \times 6)$
$= \square\ (4p - 6)$

(v) $2x^2 - 6xy = (\square \times x \times x) - (\square \times 3 \times x \times y)$
$= 2x\ (x - \square)$

2. සාධක වෙන් කරන්න.

(i) $4x + 8$ (ii) $5x - 5$ (iii) $2x - 8$ (iv) $3p + 15$ (v) $4q + 8n$
(vi) $3t - 9p$ (vii) $x^2 + 5x$ (viii) $4pq + 8pr$ (ix) $a^2b + b^2a$ (x) $2x^2 - 6xy$

3. පහත දැක්වෙන වීජීය පදවල සාධක සියල්ල ලියා දක්වන්න.

(i) x (ii) $2xy$ (iii) $9x$ (iv) x^2 (v) $2x^2$

පද තුනකින් යුත් ප්‍රකාශනයක පොදු සාධක වෙන් කිරීම

නිදසුන 5

$2x + 4y + 6$හි පොදු සාධක වෙන් කර ලියන්න.

$2x + 4y + 6 = (2 \times x) + (2 \times 2y) + (2 \times 3)$
$= 2\ (x + 2y + 3)$

පොදු සාධකය 2 වේ.

නිදසුන 6

$4p + 6y - 12$හි පොදු සාධක වෙන් කර ලියන්න.

$4p + 6y - 12 = (2 \times 2p) + (2 \times 3y) - (2 \times 6)$ පොදු සාධකය 2 වේ.

$= 2(2p + 3y - 6)$

නිදසුන 7

$ax - ay - a$ හි පොදු සාධක වෙන් කර ලියන්න.

$ax - ay - a = (a \times x) - (a \times y) - (a \times 1)$ පොදු සාධකය a වේ.

$= a(x - y - 1)$

නිදසුන 8

$2x^2 + 4x - xy$ හි පොදු සාධක වෙන් කර ලියන්න.

$2x^2 + 4x - xy = (2 \times x \times x) + (4 \times x) - (x \times y)$ පොදු සාධකය x වේ.

$= x(2x + 4 - y)$

පද හතරක් ඇතුළත් ප්‍රකාශන සාධකවලට වෙන් කිරීම

නිදසුන 9

$3x + 3y + px + py$ සාධකවලට වෙන් කරන්න.

පියවර 1 - සියලු පදවලට තිබෙන පොදු සාධක හඳුනා ගන්න.

පියවර 2 - එසේ නොමැතිනම් පොදු සාධක ඇති පද 2ක බැගින් වෙන් කර ගන්න.

$3x + px + 3y + py$

පියවර 3 - එම වෙන් කළ පදවල පොදු සාධක වෙන් කරන්න.

$\underbrace{3x + px} + \underbrace{3y + py}$

$= x(3 + p) + y(3 + p)$

පියවර 4 - දැන් පද දෙකක ප්‍රකාශනයක් ලැබී ඇත. නැවත එහි පොදු සාධක වෙන් කරන්න.

$x(3 + p) + y(3 + p)$

$= (3 + p)(x + y)$

නිදසුන 10

$x^2 + 2x + 3x + 6$ සාධක වෙන් කර ලියන්න.

$x^2 + 2x + 3x + 6 = x^2 + 2x + 3x + 6$

$= (x \times x) + (2 \times x) + (3 \times x) + (3 \times 2)$

$= x(x + 2) + 3(x + 2)$

$= (x + 2)(x + 3)$

නිදසුන 11

$x^2 + xy - y - x$ සාධක සොයන්න.

$$\begin{aligned} x^2 + xy - y - x &= x^2 - x + xy - y \\ &= (x \times \underbrace{x) - (1}_{} \times x) + (x \times \underbrace{y) - (y}_{} \times 1) \\ &= x(x-1) + y(x-1) \\ &= (x-1)(x+y) \end{aligned}$$

6.2 අභ්‍යාසය

1. සාධකවලට වෙන් කර දක්වන්න.

(i) $8a + 4 + 12b$ (ii) $2x + 4y + 10$

(iii) $10a - 5 + 15b$ (iv) $6a - 9b + 6$

(v) $tx + ty + tz$ (vi) $y^3 + 2y + y$

(vii) $ap^2 - ap - a$ (viii) $12x^2 - 12xy + 6xy^2$

2. සාධකවලට වෙන් කරන්න.

(i) $2x + 2y + ax + ay$ (ii) $pq + pr + 2q + 2r$

(iii) $4p + 4q + xp + xq$ (iv) $x^2 + 4x + 5x + 20$

(v) $x^2 - 3x - 2x + 6$ (vi) $p^2 + 3p - 2p - 6$

(vii) $x^2 - 2xy - 3x + 6y$ (viii) $6ax - 4bx - 3a + 2b$

(ix) $15 - 5x - 3y + xy$

6.3 ත්‍රිපද වර්ගජ ප්‍රකාශනවල සාධක

වර්ගයක් සහිත පදයක් සමඟ පද තුනකින් යුත් ප්‍රකාශනයක් ත්‍රිපද වර්ගජ ප්‍රකාශනයකි. එහි වර්ග පදය, මැද පදය හා නියත පදය ලෙස පද හඳුනා ගත හැකි ය.

$$x^2 \quad + \quad 6x \quad + \quad 8$$

වර්ග පදය ↑ x^2 — මැද පදය ↑ $6x$ — නියත පදය ↑ 8

පද තුනම ධන වූ ත්‍රිපද වර්ගජ ප්‍රකාශනවල සාධක සෙවීම

ත්‍රිපද වර්ගජ ප්‍රකාශනවල සාධක සෙවීමේදී, පද තුන පද හතරක ප්‍රකාශනයක් බවට පත් කර සාධක වෙන් කරමු. මේ සඳහා පහත නිදසුනේ දැක්වෙන පියවර අනුගමනය කරන්න.

නිදසුන 1

$x^2 + 6x + 8$ හි සාධක වෙන් කරන්න.

පියවර 1 - වර්ග පදය හා නියත පදය ගුණ කරන්න.

$x^2 \times 8 = 8x^2$

පියවර 2 - $8x^2$ හි සාධක ගුණිතයක් ලෙස ඉදිරිපත් කරන්න.

$8x^2 = 2x \times 4x$

$= 8x \times x$

පියවර 3 - එම සාධකවල ඓක්‍යය සලකා එහි අගය $6x$ වන අවස්ථාව සොයන්න.

$2x + 4x \rightarrow \boxed{2x + 4x = 6x}$

$8x + x \rightarrow 8x + x = 9x$

පියවර 4 - පියවර 3හි ලබා ගත් සාධක එකතුව මැද පදය සඳහා යොදා පද හතරක ප්‍රකාශනය ලබා ගන්න.

$x^2 + 4x + 2x + 8$

පියවර 5 - පද හතරේ ප්‍රකාශනයේ සාධක වෙන් කරන්න.

$= \underbrace{(x \times x) + (4 \times x)} + \underbrace{(2 \times x) + (2 \times 4)}$

$= x(x + 4) + 2(x + 4)$

$= (x + 4)(x + 2)$

නිදසුන 2

$a^2 + 5a + 6$ හි සාධක වෙන් කරන්න.

$a^2 + 5a + 6$

$a^2 + 3a + 2a + 6$

$= \underbrace{(a \times a) + (3 \times a)} + \underbrace{(2 \times a) + (2 \times 3)}$

$= a(a + 3) + 2(a + 3)$

$= (a + 3)(a + 2)$

$a^2 \times 6 = 6a^2$

$6a^2 = 3a \times 2a \rightarrow \boxed{3a + 2a = 5a}$

$= 6a \times a \rightarrow 6a + a = 7a$

නිදසුන 3

$24 + p^2 + 11p$ හි සාධක වෙන් කරන්න.

$24 + p^2 + 11p = p^2 + 11p + 24$

$= \underbrace{p^2 + 3p} + \underbrace{8p + 24}$

$= p(p + 3) + 8(p + 3)$

$= (p + 3)(p + 8)$

$p^2 \times 24 = 24p^2$

$24p^2 = p \times 24p \rightarrow p + 24p = 25p$

$= 2p \times 12p \rightarrow 2p + 12p = 14p$

$= 3p \times 8p \rightarrow \boxed{3p + 8p = 11p}$

$= 4p \times 6p \rightarrow 4p + 6p = 10p$

මැද පදය පමණක් සෘණ වූ ත්‍රිපද වර්ගජ ප්‍රකාශනවල සාධක සෙවීම

නිදසුන 4

$x^2 - 7x + 12$ සාධක වෙන් කරන්න.

$$x^2 - 7x + 12 = \underbrace{x^2 - 4x} - \underbrace{3x + 12}$$
$$= x(x-4) - 3(x-4)$$
$$= (x-4)(x-3)$$

$x^2 \times 12 = 12x^2$

$12x^2 = (-x) \times (-12x) \rightarrow (-x) + (-12x) = (-13x)$

$= (-6x) \times (-2x) \rightarrow (-6x) + (-2x) = (-8x)$

$= (-4x) \times (-3x) \rightarrow \boxed{(-4x) + (-3x) = (-7x)}$

වර්ගජ පදයේ හා නියත පදයේ ගුණිතය $x^2 \times 12 = 12x^2$ ගුණිතය ධන වී එකතුව සෘණ වීමට සාධක දෙක ම සෘණ අගයක පැවතීම අත්‍යාවශ්‍ය වේ.
$= (-4x) + (-3x) = -7x$

නිදසුන 5

$p^2 - 5p + 6$ හි සාධක සොයන්න.

$$p^2 - 5p + 6 = \underbrace{p^2 - 3p} - \underbrace{2p + 6}$$
$$= p(p-3) - 2(p-3)$$
$$= (p-3)(p-2)$$

$p^2 \times 6 = 6p^2$

$(-6p) \times (-p) \rightarrow (-6p) + (-p) = (-7p)$

$(-3p) \times (-2p) \rightarrow \boxed{(-3p) + (-2p) = (-5p)}$

වර්ගජ පදයේ හා නියත පදයේ ගුණිතය
$p^2 \times 6 = 6p^2$
$\rightarrow (-3p) + (-2p) = -5p$

වර්ගජ පදය ධන වූ ද නියත පදය සෘණ වූ ද ත්‍රිපද වර්ගජ ප්‍රකාශනවල සාධක

නිදසුන 6

$a^2 - 2a - 8$ හි සාධක සොයන්න.

$$a^2 - 2a - 8 = \underbrace{a^2 - 4a} + \underbrace{2a - 8}$$
$$= a(a-4) + 2(a-4)$$
$$= (a-4)(a+2)$$

වර්ගජ පදයේ හා නියත පදයේ ගුණිතය සෘණ වේ.
$a^2 \times (-8) = -8a^2$
$-8a^2$ හි සාධක එක් පදයක් ධන හා අනෙක් පදය සෘණ වශයෙන් විය යුතු ය.

$-8a^2 = -8a \times a$
$= -4a \times 2a$
$= 8a \times (-a)$
$= +4a \times (-2a)$

එම සාධක දෙකේ එකතුවෙන් $-2a$ ලැබිය යුතු නිසා,
$\boxed{\rightarrow (-4a) + 2a = -2a}$

$-4a$ හා $2a$ සාධක වශයෙන් ගනිමු.

නිදසුන 7

$x^2 - 5x - 6$ හි සාධක සොයන්න.

$$x^2 - 5x - 6 = \underbrace{x^2 - 6x} + \underbrace{x - 6}$$
$$= x(x-6) + 1(x-6)$$
$$= (x-6)(x+1)$$

$x^2 \times -6 = -6x^2$

$-6x^2 = (-6x) \times x \rightarrow \boxed{(-6x) + x = (-5x)}$

$= (-3x) \times 2x \rightarrow (-3x) + 2x = -x$

නිදසුන 8

$y^2 + 4y - 12$ හි සාධක සොයන්න.

$$y^2 + 4y - 12 = y^2 + 6y - 2y - 12$$
$$= y\ (y+6) - 2\ (y+6)$$
$$= (y+6)\ (y-2)$$

$y^2 \times (-12) = -12\, y^2$

$-12\, y^2 = -12\, y \times y \rightarrow -12\, y + y = -11\, y$

$= -6\, y \times 2y \rightarrow -6\, y + 2y = -4\, y$

$= -4\, y \times 3y \rightarrow -4\, y + 3y = -1\, y$

$= 12\, y \times (-y) \rightarrow 12\, y + (-y) = 11\, y$

$= 6\, y \times (-2y) \rightarrow \boxed{6\, y + (-2y) = 4\, y}$

$= 4\, y \times (-3y) \rightarrow 4\, y + (-3y) = y$

නිදසුන 9

$p^2 + p - 6$ හි සාධක සොයන්න.

$$p^2 + p - 6 = p^2 + 3p - 2p - 6$$
$$= p\ (p+3) - 2\ (p+3)$$
$$= (p+3)\ (p-2)$$

$p^2 \times (-6) = -6\, p^2$

$-6\, p^2 = 6p \times (-p) \rightarrow 6p + (-p) = 5p$

$= 3p \times (-2p) \rightarrow \boxed{3p + (-2p) = p}$

6.3 අභ්‍යාසය

1. සාධකවලට වෙන් කරන්න.

(i) $x^2 + 3x + 2$
(ii) $p^2 + 6p + 5$
(iii) $p^2 + 9p + 20$
(iv) $t^2 + 21t + 20$
(v) $m^2 + 12m + 35$
(vi) $30 + x^2 + 11x$

2. සාධකවලට වෙන් කරන්න.

(i) $x^2 - 7x + 10$
(ii) $x^2 - 8x + 12$
(iii) $p^2 - 9p + 8$
(iv) $a^2 - 12a + 20$
(v) $t^2 - 8t + 15$
(vi) $10 - 7x + x^2$

3. සාධක සොයන්න.

(i) $x^2 - 7x - 18$
(ii) $p^2 - 2p - 3$
(iii) $x^2 - 4x - 21$
(iv) $a^2 - a - 30$
(v) $x^2 - 3x - 54$
(vi) $y^2 - 51 - 14y$

4. සාධක සොයන්න.

(i) $x^2 + 2x - 15$

(ii) $a^2 + 3a - 21$

(iii) $y^2 + y - 20$

(iv) $p^2 + 8p - 33$

(v) $t^2 + t - 56$

(vi) $x^2 + 4x - 5$

මිශ්‍ර අභ්‍යාසය

1. සාධකවලට වෙන් කරන්න.

(i) $a^2 + 7a + 10$

(ii) $r^2 + 11r + 10$

(iii) $y^2 + 16y + 39$

(iv) $110 + 21y + y^2$

(v) $m^2 + 12mn + 35n^2$

(vi) $r^2 - 19r + 90$

(vii) $72 - 17y + y^2$

(viii) $m^2 - 12mn + 32n^2$

(ix) $m^2n^2 - 9mn + 20$

(x) $48 - 14xy + x^2y^2$

(xi) $y^2 - 8y - 20$

(xii) $a^2 - 12a - 45$

(xiii) $r^2 - 6r - 40$

(xiv) $p^2q^2 - 11pq - 60$

(xv) $a^2b^2 - 12ab - 45$

(xvi) $x^2 + 2x - 35$

(xvii) $x^2y^2 + 7xy - 60$

(xviii) $-45 + 4a + a^2$

7 වර්ගමූලය

මෙම පාඩම අධ්‍යයනය කිරීමෙන් ඔබට,
- පූර්ණ වර්ග වන සංඛ්‍යාවන්හි වර්ගමූලය ප්‍රථමක සාධක මගින් සෙවීමට,
- පූර්ණ වර්ග නොවන සංඛ්‍යාවන්හි වර්ගමූලය පළමු සන්නිකර්ෂණය මගින් සෙවීමට,

හැකියාව ලැබේ.

7.1 හැඳින්වීම

කිසියම් සංඛ්‍යාවක් එම සංඛ්‍යාවෙන් ම ගුණ කළ විට (එනම් වර්ගායනය කළ විට) එම සංඛ්‍යාවේ වර්ගය ලැබේ. සංඛ්‍යාවක වර්ගය එහි වර්ගායිතය ලෙස ද හඳුන්වයි.

නිදසුන 1

$2^2 = 4$ $\qquad$ $2^2 = 2 \times 2 = 4$
$3^2 = 9$ $\qquad$ $3^2 = 3 \times 3 = 9$
$5^2 = 25$ $\qquad$ $5^2 = 5 \times 5 = 25$
$10^2 = 100$ $\qquad$ $10^2 = 10 \times 10 = 100$

වර්ගය සෑදීමට මුල් වූ සංඛ්‍යාව එම සංඛ්‍යාවේ වර්ගමූලය ලෙස නම් කරයි.

නිදසුන 2

$4 = 2^2$ නිසා
$\sqrt{4} = 2$ (4හි වර්ගමූලය 2 වේ.)

නිදසුන 3

$100 = 10^2$ නිසා
$\sqrt{100} = 10$ (100හි වර්ගමූලය 10 වේ.)

7.2 පූර්ණ වර්ග වන සංඛ්‍යාවන්හි වර්ගමූලය ප්‍රථමක සාධක මගින් සෙවීම

නිදසුන 1

$\sqrt{9}$ හි අගය ප්‍රථමක සාධක මගින් සොයන්න.

පියවර 1 - සංඛ්‍යාව ප්‍රථමක සාධකවල ගුණිතයක් සේ ලිවීම.

$9 = 3 \times 3$

$$\begin{array}{r|l} 3 & 9 \\ \hline 3 & 3 \\ \hline & 1 \end{array}$$

පියවර 2 - දකුණු පැත්ත වර්ගායිතයක් කර ගැනීම.

$9 = 3^2$

පියවර 3 - දෙපැත්තේ ම වර්ගමූලය ගැනීම.

$\sqrt{9}\ \sqrt{3^2}$

$\sqrt{9} = 3$

නිදසුන 2

$\sqrt{36}$ හි අගය ප්‍රථමක සාධක මගින් සොයන්න.

$36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$

$36 = (2 \times 3) \times (2 \times 3)$

$36 = (2 \times 3)^2$

$\sqrt{36} = \sqrt{(2 \times 3)^2}$

$\sqrt{36} = 2 \times 3$

$\sqrt{36} = 6$

$$\begin{array}{r|r} 2 & 36 \\ 2 & 18 \\ 3 & 9 \\ 3 & 3 \\ & 1 \end{array}$$

නිදසුන 3

$\sqrt{144}$ හි අගය ප්‍රථමක සාධක මගින් සොයන්න.

$144 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$

$144 = (2 \times 2 \times 3) \times (2 \times 2 \times 3)$

$144 = (2 \times 2 \times 3)^2$

$\sqrt{144} = 2 \times 2 \times 3$

$\sqrt{144} = 12$

$$\begin{array}{r|r} 2 & 144 \\ 2 & 72 \\ 2 & 36 \\ 2 & 18 \\ 3 & 9 \\ 3 & 3 \\ & 1 \end{array}$$

7.1 අභ්‍යාසය

1. පහත දී ඇති එක් එක් සංඛ්‍යාවේ වර්ගමූලය ප්‍රථමක සාධක මගින් සොයන්න.

   (i) 16 (ii) 225 (iii) 256 (iv) 2500

   (v) 625 (vi) 1764 (vii) 441 (viii) 324

2. සමචතුරස්‍ර හැඩැති කාඩ්බෝඩ් කැබැල්ලක වර්ගඵලය 784 cm^2කි. එහි පැත්තක දිග කීය ද?

3. ත්‍රිකෝණයක හා සමචතුරස්‍රයක වර්ගඵලය සමාන වේ. ත්‍රිකෝණයේ ආධාරකය 9 cm ද ලම්බ උස 8 cm ද වේ නම් සමචතුරස්‍රයේ පැත්තක දිග 6 cm බව පෙන්වන්න.

7.3 ප්‍රථමක සාධක මගින් පූර්ණ වර්ගයක් නොවන සංඛ්‍යාවක වර්ගමූලය සෙවීම

නිදසුන 1

8 යන සංඛ්‍යාව පූර්ණ වර්ගයක් නොවේ. 8හි වර්ගමූලය පහත අයුරින් පූර්ණ සංඛ්‍යාවක හා වර්ගමූලයක ගුණිතයක් ලෙස ලිවිය හැකි ය.

$$8 = 2 \times 2 \times 2$$
$$\sqrt{8} = \sqrt{2 \times 2 \times 2}$$
$$= \sqrt{2 \times 2} \times \sqrt{2}\text{ , මෙහි } \sqrt{2 \times 2} = \sqrt{4} = 2$$
$$= 2 \times \sqrt{2}$$
$$= 2\sqrt{2}$$

$$\begin{array}{r|l} 2 & 8 \\ \hline 2 & 4 \\ \hline 2 & 2 \\ \hline & 1 \end{array}$$

නිදසුන 2

$\sqrt{72}$ හි අගය ප්‍රථමක සාධක ඇසුරින් සොයන්න.

$$72 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$$
$$72 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 2$$
$$\sqrt{72} = \sqrt{2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 2}$$
$$= \sqrt{2 \times 2}\ \sqrt{3 \times 3}\ \sqrt{2}$$
$$= 2 \times 3 \times \sqrt{2}$$
$$= 6\sqrt{2}$$

$$\begin{array}{r|l} 2 & 72 \\ \hline 2 & 36 \\ \hline 2 & 18 \\ \hline 3 & 9 \\ \hline 3 & 3 \\ \hline & 1 \end{array}$$

7.2 අභ්‍යාසය

1. පහත එක් එක් සංඛ්‍යාවේ වර්ගමූලය පූර්ණ සංඛ්‍යාවක හා වර්ගමූලයක ගුණිතයක් ලෙස දක්වන්න.

(i) $\sqrt{18}$ (ii) $\sqrt{20}$ (iii) $\sqrt{28}$ (iv) $\sqrt{63}$
(v) $\sqrt{125}$ (vi) $\sqrt{200}$ (vii) $\sqrt{147}$

2. $\sqrt{2} = 1.4$ ද $\sqrt{3} = 1.7$ ලෙස ද ගෙන පහත එක් එක් සංඛ්‍යාවේ වර්ගමූලය සොයන්න.

(i) $\sqrt{8}$ (ii) $\sqrt{12}$ (iii) $\sqrt{18}$ (iv) $\sqrt{24}$ (v) $\sqrt{48}$

7.4 සන්නිකර්ෂණයෙන් වර්ගමූලය සෙවීම

ප්‍රථමක සාධකවල ගුණිතයක් ලෙස ලියා වර්ගමූලය සෙවිය නොහැකි සංඛ්‍යාවක වර්ගමූලය ආසන්න ලෙස සෙවීම සඳහා මෙම ක්‍රමය භාවිත කළ හැකි ය.

නිදසුන 1

$\sqrt{24}$ හි අගය සොයන්න.

පියවර 1 - 24ට ආසන්නතම ම වටිනාකමින් අඩු සහ වැඩි පූර්ණ වර්ග සංඛ්‍යා දෙකේ වර්ගමූලය ලබා ගන්න.

$\sqrt{16}$ → 4, $\sqrt{24}$ → ?, $\sqrt{25}$ → 5

පියවර 2 - $\sqrt{16} = 4$, $\sqrt{25} = 5$ නිසා 24හි වර්ගමූලය 4ත් 5ත් අතර පිහිටිය යුතු වේ. දශමස්ථාන එකකින් යුක්ත වන පරිදි 4ත් 5ත් අතර සංඛ්‍යා ලියන්න.

4, 4.1, 4.2, 4.3, 4.4, 4.5, 4.6, 4.7, 4.8, 4.9, 5

පියවර 3 - $\sqrt{24}$ ඉතා ආසන්න වන්නේ $\sqrt{25}$ ටය. $\sqrt{25} = 5$ නිසා $\sqrt{24}$ හි අගය 5ට ඉතා සමීප විය යුතු වේ. ඒ අනුව $\sqrt{24}$ සඳහා වඩා ආසන්න අගයන් දෙක 4.8 හෝ 4.9 වේ.

$$\begin{array}{r} 4.8 \\ \times\ 4.8 \\ \hline 23.04 \\ \hline\hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 4.9 \\ \times\ 4.9 \\ \hline 24.01 \\ \hline\hline \end{array}$$

දැන් 24 සමඟ මෙම අගයන්හි වෙනස සළකා බලමු. එනම්, $24 - 23.04 = 0.96$

$24.01 - 24 = 0.01$

$0.01 < 0.96$ නිසා

$\sqrt{24}$ හි අගය වඩාත් ආසන්න වන්නේ 4.9 ටය.

$\therefore$ $\sqrt{24}$ සඳහා පළමු සන්නිකර්ෂණ අගය 4.9 වේ.

නිදසුන 2

$\sqrt{152}$ හි අගය සොයන්න.

$\sqrt{144} < 152 < \sqrt{169}$

$\sqrt{144}$ → 12, $\sqrt{169}$ → 13

එනම් $\sqrt{152}$ හි අගය 12ත් 13ත් අතර පිහිටයි.

$\therefore$ $\sqrt{152}$ හි පළමු සන්නිකර්ෂණ අගය වඩාත් ආසන්න වන්නේ $\sqrt{144}$ ටය. එනම්, 12 ටය.

$\therefore$ 12.1, 12.2, 12.3, 12.4, 12.5 දක්වා ගැනීම ප්‍රමාණවත් ය.

එනම්, 12.5ට මඳක් අඩු අගයක් මේ සඳහා ගත යුතු වේ. එය දළ වශයෙන් 12.3 හෝ 12.4 විය හැකි ය.

$$\begin{array}{r} 12.3 \\ \times\ 12.3 \\ \hline 151.29 \\ \hline\hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 12.4 \\ \times\ 12.4 \\ \hline 153.76 \\ \hline\hline \end{array}$$

දැන් 152 සමග මෙම අගයන්හි වෙනස සළකා බැලිය යුතු ය. එනම්, $152 - 151.29 = 0.71$

$$153.76 - 152 = 1.76$$

$0.71 < 1.76$ නිසා

එහෙයින් $\sqrt{152}$ ට සමීපතම අගය වන්නේ 12.3 වේ.

$\therefore \sqrt{152}$ සඳහා පළමු සන්නිකර්ෂණ අගය 12.3 වේ.

7.3 අභ්‍යාසය

1. පහත දැක්වෙන සංඛ්‍යාවල වර්ගමූලය සඳහා පළමු සන්නිකර්ෂණ අගය සොයන්න.
   (i) 7 (ii) 13 (iii) 47 (iv) 119 (v) 145
   (vi) 230 (vii) 22 (viii) 72 (ix) 175 (x) 200

2. සුදුසු ක්‍රමයක් භාවිත කර පහත දැක්වෙන සංඛ්‍යාවල වර්ගමූලය සොයන්න.
   (i) 144 (ii) 225 (iii) 6 (iv) 59 (v) 180

සාරාංශය

- පූර්ණ වර්ග වන සංඛ්‍යාවන්හි වර්ගමූලය ප්‍රථමක සාධක මගින් සෙවිය හැකි ය.
- පූර්ණ වර්ග නොවන සංඛ්‍යාවන්හි වර්ගමූලය පළමු සන්නිකර්ෂණය මගින් සෙවිය හැකි ය.

8 දර්ශක

මෙම පාඩම අධ්‍යයනය කිරීමෙන් ඔබට,
- බල ගුණ කිරීම, බල බෙදීම හා බලයක බලය යන එක් එක් අවස්ථාවට අදාළ දර්ශක නීති හඳුනා ගැනීමට,
- දර්ශක නීති භාවිත කර වීජීය ප්‍රකාශන සුළු කිරීමට,
- ශූන්‍ය දර්ශකය හා සෘණ දර්ශකය හඳුනා ගැනීමට හා ඊට අදාළ වීජීය ප්‍රකාශන සුළු කිරීමට

හැකියාව ලැබේ.

පුනරීක්ෂණ අභ්‍යාසය

1. පහත සඳහන් ඒවායේ අගය සොයන්න.

(i) $4^2 \times 5$ (ii) $10^2 \times 3^3$ (iii) $10^3 \times 2^2$
(iv) $4^3 \times 2^3$ (v) $11^2 \times 9^2 \times 4^3$

2. $x = 2$, $y = 3$ නම් පහත සඳහන් ඒවායේ අගය සොයන්න.

(i) x^2y (ii) $2x^2y^2$ (iii) $10x^3y$
(iv) $4yx^2$ (v) $12xy + 7x^2y^2$

8.1 සමාන පාද සහිත බල ගුණ කිරීම

පාදය → $5^{\boxed{2}}$ ← දර්ශකය   පාදය → $a^{\boxed{b}}$ ← දර්ශකය

බල දෙකක් ගුණ කිරීමේදී ගුණ කිරීමට නියමිත බල දෙකම එකම පාදයෙන් පවතින විට එම බල දෙකෙහි දර්ශක දෙක එකතු කළ හැකි ය.

එනම්, $x^a \times x^b = x^{a+b}$

නිදසුන 1

$5^3 \times 5^2$ සුළු කරන්න.

දර්ශකය

$$5^{\boxed{3}} \times 5^{\boxed{2}} = 5^{3+2} = 5^5$$

පාදය

නිදසුන 2

$4^3 \times 4^2$ සුළු කරන්න.

$4^3 \times 4^2 = 4^{3+2}$

$= 4^5$

8.1 අභ්‍යාසය

1. සුළු කරන්න.

(i) $3^2 \times 3^5$ (ii) $12^5 \times 12^7$ (iii) $10^2 \times 10^5$ (iv) 6×6^5

(v) $7^2 \times 7^{12}$ (vi) $a^5 \times a^3$ (vii) $m^{10} \times m^{15}$ (viii) $x^{12} \times x^{15}$

(ix) $l^{20} \times l^{25}$ (x) $a^5 \times a^{20} \times a^7$

2. හිස් තැන් පුරවන්න.

(i) $5^3 \times 5^4 = 5^{\square}$ (ii) $x^{\square} \times x^9 = x^{12}$ (iii) $p^{10} \times p^{\square} = p^{15}$

(iv) $a^4 \times a^{\square} = a^4$ (v) $m^{\square} \times m^{12} = m^{22}$ (vi) $a^{10} \times a^{\square} = a^{80}$

(vii) $y^{\square} \times y^{10} = y^{14}$ (viii) $t^{\square} \times t^{12} = t^{21}$ (ix) $t^{\square} \times t^2 \times t^5 = t^{20}$

(x) $b^3 \times b^{\square} \times b^{12} = b^{100}$

3. හිස් තැන් පුරවන්න.

$m^7 \times m^{\square}$

$\|$

$m^6 \times m^{\square} = \quad m^9 \quad = m \times m^{\square}$

$\|$

$m^4 \times m^{\square}$

8.2 සමාන පාද සහිත බල බෙදීම

සමාන පාද සහිත බල බෙදීමේදී භාජකයේ දර්ශකයෙන්, භාජ්‍යයේ දර්ශකය අඩු කර එම පාදය යටතේ ම දක්වයි.

එනම්, $\frac{x^a}{x^b} = x^{a-b}$

නිදසුන 1

$\frac{5^6}{5^2}$ සුළු කරන්න.

$\frac{5^6}{5^2} = 5^{6-2}$

$= 5^4$

තවත් ආකාරයක්,

$\frac{5^6}{5^2}$

$= \frac{\cancel{5} \times \cancel{5} \times 5 \times 5 \times 5 \times 5}{\cancel{5} \times \cancel{5}}$

$= 5 \times 5 \times 5 \times 5$

$= 5^4$

8.2 අභ්‍යාසය

1. සුළු කරන්න.

(i) $\frac{5^{10}}{5^7}$ (ii) $\frac{4^3}{4^2}$ (iii) $\frac{12^7}{12^3}$ (iv) $\frac{11^4}{11^1}$ (v) $\frac{12^{10}}{12^5}$

(vi) $\frac{x^6}{x^4}$ (vii) $\frac{p^{12}}{p^{11}}$ (viii) $\frac{m^{50}}{m^{40}}$ (ix) $\frac{x^{45}}{x^{35}}$ (x) $\frac{y^{200}}{y^{198}}$

8.3 ඍණ දර්ශක

5^{-1} මෙහි පාදය 5 වන අතර දර්ශකය -1 වේ. ඒ අයුරින් ම 10^{-2} සැලකූ විට එහි පාදය 10 වන අතර දර්ශකය -2 වේ.

- 5^{-1} දර්ශකය පහත පරිදි ලියා දැක්විය හැකි ය.

$$5^{-1} = \frac{1}{5^1} = \frac{1}{5}$$

මේ ආකාරයට ම, $e^{-2} = \frac{1}{e^2}$ ලෙස ලිවිය හැකි ය.

මීළඟට $\frac{1}{5^{-1}}$ සළකමු.

$\frac{1}{5^{-1}} = 5^1 = 5$ ලෙස ලිවිය හැකි ය.

මේ ආකාරයට ම, $\frac{1}{2^{-1}} = 2^1 = 2$ ලෙස ලිවිය හැකි ය.

ඒ අනුව,

$x^{-a} = \frac{1}{x^a}$, $x^a = \frac{1}{x^{-a}}$ වේ.

8.3 අභ්‍යාසය

1. පහත සඳහන් ඒවා ධන දර්ශක සහිතව ප්‍රකාශ කරන්න.

(i) 4^{-1} (ii) 10^{-3} (iii) 7^{-1} (iv) 12^{-1}
(v) 15^{-1} (vi) a^{-1} (vii) b^{-1} (viii) m^{-2}
(ix) p^{-1} (x) l^{-12}

2. පහත සඳහන් ඒවා ධන දර්ශක සහිතව ප්‍රකාශ කරන්න.

(i) $\frac{1}{4^{-1}}$ (ii) $\frac{1}{10^{-1}}$ (iii) $\frac{1}{3^{-1}}$ (iv) $\frac{1}{12^{-1}}$ (v) $\frac{1}{4x^{-2}}$

(vi) $\frac{1}{x^{-1}}$ (vii) $\frac{1}{m^{-1}}$ (viii) $\frac{1}{x^{-1}y^{-1}}$ (ix) $\frac{1}{a^{-3}b^{-2}}$

8.4 ශූන්‍ය දර්ශකය

ඔබ පසුගිය ශ්‍රේණියේදී උගත් දර්ශක පාඩමට අනුව 5^2හි පාදය 5 ද දර්ශකය 2 ද වන බව ඔබට මතක ඇත. ඒ අනුව,

5^0 - මෙහි පාදය 5 දර්ශකය 0

4^0 - මෙහි පාදය 4 දර්ශකය 0

$\frac{1}{2}^0$ - මෙහි පාදය $\frac{1}{2}$ දර්ශකය 0

0.001^0 - මෙහි පාදය 0.001 දර්ශකය 0

> x ශූන්‍ය නොවන විට $x^0 = 1$ වේ.

එනම්,

$5^0 = 1,$ $4^0 = 1,$ $a^0 = 1$

$\left(\frac{1}{2}\right)^0 = 1,$ $(0.001)^0 = 1$ වේ.

8.4 අභ්‍යාසය

1. පහත සඳහන් ඒවායේ අගය ලියන්න.

(i) 7^0 (ii) 12^0 (iii) p^0 (iv) $(pq)^0$

(v) $\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}\right)^0$ (vi) $(0.045)^0$ (vii) $(-1.2)^0$ (viii) $(9.001)^0$

(ix) $\left(1\frac{1}{2}\right)^0$ (x) $(x^2 - xy + y^2)^0$

8.5 බලයක බලය

බලයක බලයක් ලෙස පවතින ප්‍රකාශනයක් සුළු කිරීමේදී ඒවායේ දර්ශක එකිනෙක ගුණ කරනු ලබයි.

එනම්, $(x^a)^b = x^{a\times b}$

නිදසුන 1

$(2^3)^4$ සුළු කරන්න.

$(2^3)^4 = 2^{3\times4}$

$= \underline{\underline{2^{12}}}$

නිදසුන 2

$(4^5)^3$ සුළු කරන්න.

$(4^5)^3 = 4^{5\times3}$

$= \underline{\underline{4^{15}}}$

නිදසුන 3

$(a^3b^{10})^2$ සුළු කරන්න.

$(a^3b^{10})^2 = a^{3\times2} \times b^{10\times2}$

$= \underline{\underline{a^6b^{20}}}$

8.5 අභ්‍යාසය

1. සුළු කරන්න.

(i) $(5^4)^3$ (ii) $(x^4)^7$ (iii) $(m^{12})^7$ (iv) $(y^{10})^7$

(v) $(m^{12})^8$ (vi) $(x^2y^3)^4$ (vii) $(a^3b^2)^5$ (viii) $(m^4n^3)^8$

(ix) $(p^5q^3)^4$ (x) $(t^3k^5)^4$

2. සුළු කරන්න.

(i) $x^2 \times y^3 \times x^5 \times y^3$ (ii) $2x^2 \times 3y^{10}$ (iii) $\dfrac{2x^6 \times y^4 \times 10x^{10}}{12x^9}$

(iv) $\dfrac{(x^{-1}y^4)^2 \times (x^9y)^{10}}{(x^3y^{-1})^4}$ (v) $\dfrac{4a^{-1}b^{-1}}{(a^3)^2} \times \dfrac{(3a^{-3}b)^2}{(ab)^{-1}}$

සාරාංශය

- බල දෙකක් ගුණ කිරීමේදී ගුණ කිරීමට නියමිත බල දෙක ම එකම පාදයෙන් පවතින විට එම බල දෙකෙහි දර්ශක දෙක එකතු කළ හැකි ය.
- සමාන පාද සහිත බල බෙදීමේදී භාජකයේ දර්ශකයෙන්, භාජ්‍යයේ දර්ශකය අඩු කර එම පාදය යටතේ ම දක්වයි.
- $x^{-a} = \dfrac{1}{x^a}$, $x^a = \dfrac{1}{x^{-a}}$ වේ.
- බලයක බලයක් ලෙස පවතින ප්‍රකාශනයක් සුළු කිරීමේදී ඒවායේ දර්ශක එකිනෙක ගුණ කරනු ලබයි.
- x ශූන්‍ය නොවන විට $x^0 = 1$ වේ.

9 විද්‍යාත්මක අංකනය

මෙම පාඩම අධ්‍යයනය කිරීමෙන් ඔබට,
- පූර්ණ සංඛ්‍යා විද්‍යාත්මක අංකනයෙන් දැක්වීමට,
- දශම සංඛ්‍යා විද්‍යාත්මක අංකනයෙන් දැක්වීමට,

හැකියාව ලැබේ.

9.1 පූර්ණ සංඛ්‍යා විද්‍යාත්මක අංකනයෙන් දැක්වීම

සංඛ්‍යා ලිවීමේදී සංඛ්‍යා අකුරෙන් ලියනු වෙනුවට ඉලක්කම් යෙදීම පහසු ය. ඉලක්කම් භාවිතයෙන් ලියනු ලබන විශාල සංඛ්‍යා ආසන්න අගයකට වටැයීමෙන් එම සංඛ්‍යා භාවිතය වඩාත් පහසු වන බව ඔබ දනී. නිදසුනක් ලෙස රුපියල් 56 700 000 003 යන සංඛ්‍යාව සළකමු. මෙය ආසන්න සියයට වටැයූ විට රු. 56 700 000 000 ලැබේ. මෙබඳු සංඛ්‍යා දහයේ බල ලෙස ප්‍රකාශ කළ හැකි බව ඔබ දනී. ඒ අනුව, ඉහත මුදල රු. 5.67×10^{10} ලෙස ද ලිවිය හැකි ය.

කිසියම් සංඛ්‍යාවක් 1 හෝ 1 සිට 10 දක්වා සංඛ්‍යාවකත් දහයෙහි බලයකත් ගුණිතය ලෙස දැක්වීම විද්‍යාත්මක අංකනයෙන් දැක්වීම ලෙස හඳුන්වයි.

$$\underbrace{5.67}_{\text{එකත් දහයත් අතර සංඛ්‍යාව}} \times \underbrace{10^{10}}_{\text{දහයේ බලය}}$$

නිදසුන 1

ආලෝකයේ වේගය තත්පරයට මීටර 300 000 000 පමණ වේ. මෙය විද්‍යාත්මක අංකනයෙන් දක්වන්න.

$300\ 000\ 000$
$= 3.0 \times 100\ 000\ 000$
$= 3.0 \times 10^8$
$= 3 \times 10^8$

නිදසුන 2

සංඛ්‍යාව	1 හෝ 1ත් 10ත් අතර සංඛ්‍යාවක හා දහයේ බලයක් වන සංඛ්‍යාවක ගුණිතයක් ලෙස	විද්‍යාත්මක අංකනයෙන් දැක් වූ විට
42 500	$4.25 \times 10\ 000$	4.25×10^4
3 400 000	$3.4 \times 1\ 000\ 000$	3.4×10^6
6 000 000	$6.0 \times 1\ 000\ 000$	6×10^6
58 924	$5.8924 \times 10\ 000$	5.8924×10^4
1000	$1.0 \times 1\ 000$	1×10^3
1 000 000	$1.0 \times 1\ 000\ 000$	1×10^6

9.1 අභ්‍යාසය

1. පහත දැක්වෙන සංඛ්‍යා විද්‍යාත්මක අංකනයෙන් දක්වන්න.
   (i) දුම්රියක දිග 1250 m වේ.
   (ii) දෙවුන්දර තුඩුවේ සිට පේදුරු තුඩුවට ඇති දුර 430 000 m වේ.
   (iii) සමකයේ විෂ්කම්භය 12 757 000 m වේ.
   (iv) රටක ජනගහනය 1 200 000 000 වේ.
   (v) පෘථිවියේ ස්කන්ධය ටොන් 6 000 000 000 000 000 000 000 පමණ වේ.

2. පහත සඳහන් සංඛ්‍යා විද්‍යාත්මක අංකනයෙන් දක්වන්න.
   (i) 124 600
   (ii) 36 000 000
   (iii) 6 000 000 000 000
   (iv) 731 560 000
   (v) 1 000 000 000 000 000

9.2 දශම සංඛ්‍යා විද්‍යාත්මක අංකනයෙන් දැක්වීම

දශම සංඛ්‍යා විද්‍යාත්මක අංකනයෙන් ලියන අයුරු පහත නිදසුන ඇසුරින් පැහැදිලි කර ගනිමු.

නිදසුන 1

$$0.2 = \frac{2}{10} = 2 \times \frac{1}{10} = 2.0 \times 10^{-1}$$

නිදසුන 2

$$0.96 = \frac{96}{100} = 9.6 \times \frac{1}{10} = 9.6 \times 10^{-1}$$

නිදසුන 3

සංඛ්‍යාව	1 හෝ 1ත් 10ත් අතර සංඛ්‍යාවක හා දහයේ බලයක් වන සංඛ්‍යාවක ගුණිතයක් ලෙස	විද්‍යාත්මක අංකනයෙන් දැක් වූ විට
0.043	$\frac{43}{1000} = 4.3 \times \frac{1}{10^2}$	4.3×10^{-2}
0.00001	$\frac{1}{100\ 000} = 1.0 \times \frac{1}{10^5}$	1×10^{-5}
0.000052	$\frac{52}{1\ 000\ 000} = 5.2 \times \frac{1}{10^5}$	5.2×10^{-5}
0.627	$\frac{627}{1000} = 6.27 \times \frac{1}{10^1}$	6.27×10^{-1}
0.00000000073	$\frac{73}{100\ 000\ 000\ 000} = 7.3 \times \frac{1}{10^{10}}$	7.3×10^{-10}

නිදසුන 4

සංඛ්‍යාව	1 හෝ 1ත් 10ත් අතර සංඛ්‍යාවක හා දහයේ බලයක් වන සංඛ්‍යාවක ගුණිතයක් ලෙස	විද්‍යාත්මක අංකනයෙන් දැක් වූ විට
42.5	4.25×10	4.25×10^1
3267.2	$3.2672 \times 1\ 000$	3.2672×10^3
12.001	1.2001×10	1.2001×10^1
32000.3	$3.20003 \times 10\ 000$	3.20003×10^4
756.2	7.562×100	7.562×10^2

නිදසුන 5

සංඛ්‍යාව	විද්‍යාත්මක අංකනයෙන් දැක් වූ විට
5873	5.873×10^3
587.3	5.873×10^2
58.73	5.873×10^1
5.873	5.873×10^0
0.5873	5.873×10^{-1}
0.05873	5.873×10^{-2}
0.005873	5.873×10^{-3}
0.0005873	5.873×10^{-4}

මෙහිදී 1 සිට 10 දක්වා වන සංඛ්‍යාව වෙනස් නොවන අතර 10 හි දර්ශකය 1 බැගින් අඩු වන බව පෙනේ.

9.2 අභ්‍යාසය

1. පහත දැක්වෙන දශම සංඛ්‍යා විද්‍යාත්මක අංකනයෙන් දක්වන්න.

   (i) 0.0004　　(ii) 0.0603
   (iii) 0.0000000035　　(iv) 0.3600
   (v) 0.000000564

2. පහත සඳහන් දශම සංඛ්‍යා විද්‍යාත්මක අංකනයෙන් දක්වන්න.

   (i) 45.6　　(ii) 6450.3
   (iii) 50064.7　　(iv) 5555.55
   (v) 1002.4

3. ප්‍රෝටෝනයක ස්කන්ධය 0.000 000 000 000 000 000 000 001 672 kg වේ. මෙය විද්‍යාත්මක අංකනයෙන් දක්වන්න.

සාරාංශය

- කිසියම් සංඛ්‍යාවක් 1 සිට 10 දක්වා සංඛ්‍යාවකත් දහයෙහි බලයකත් ගුණිතය ලෙස දැක්වීම විද්‍යාත්මක ලියකියවිලි සහ ගණනය කිරීම්වලදී භාවිත වන හෙයින් එය විද්‍යාත්මක අංකනය නමින් හඳුන්වයි.

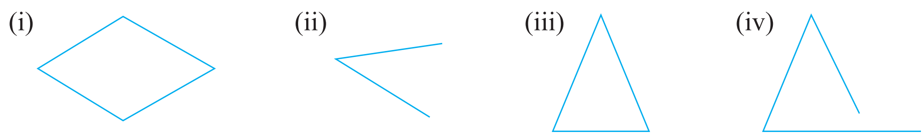
10 ත්‍රිකෝණයක කෝණ

මෙම පාඩම අධ්‍යයනය කිරීමෙන් ඔබට,
- ත්‍රිකෝණ ආශ්‍රිත ප්‍රමේයය කිහිපයක් භාවිත කර ගණනය කිරීම් සිදු කිරීමට,
- එම ප්‍රමේයයන් විධිමත්ව සාධනය කිරීමට

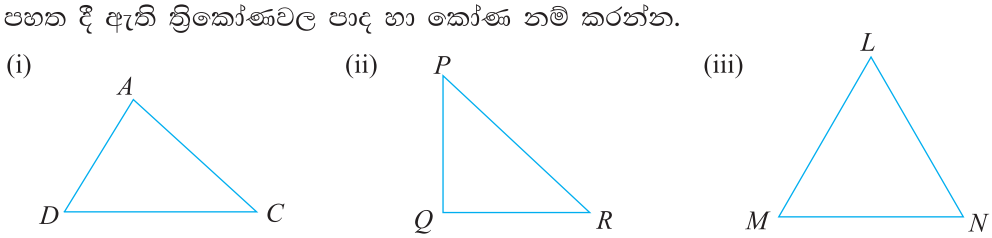
හැකියාව ලැබේ.

පුනරීක්ෂණ අභ්‍යාසය

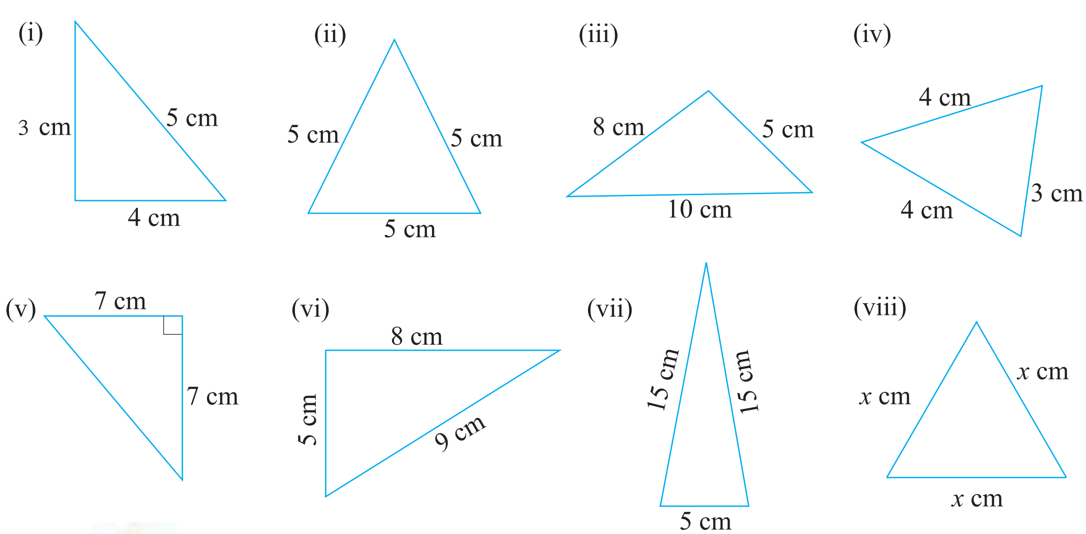
1. පහත දී ඇති රූප අතුරින් ත්‍රිකෝණ වන රූපවලට අදාළ අංකය ලියා දක්වන්න.



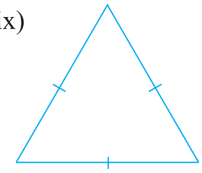
2. පහත දී ඇති ත්‍රිකෝණවල පාද හා කෝණ නම් කරන්න.



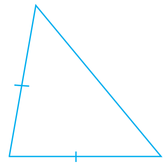
3. පහත දී ඇති ත්‍රිකෝණ පාද අනුව සමපාද, සමද්විපාද හෝ විෂම ත්‍රිකෝණ ලෙස වෙන් කර ලියා දක්වන්න.



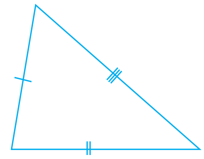
(ix)



(x)

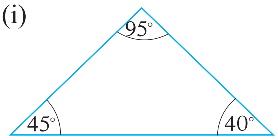


(xi)

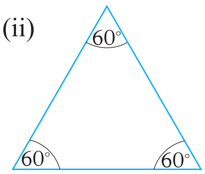


4. පහත දක්වා ඇති එක් එක් ත්‍රිකෝණය සුළු කෝණික, මහා කෝණික හෝ සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණ ලෙස නම් කරන්න.

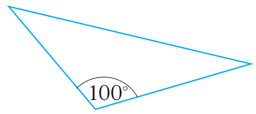
(i)



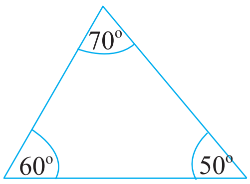
(ii)



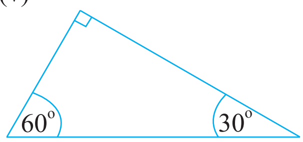
(iii)



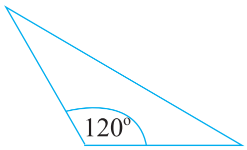
(iv)



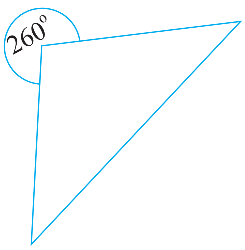
(v)



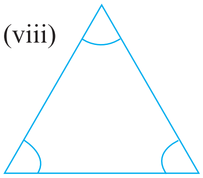
(vi)



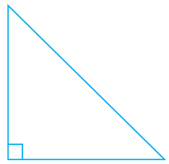
(vii)



(viii)



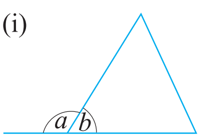
(ix)



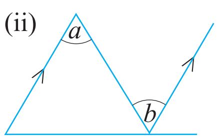
5. දී ඇති එක් එක් රූපයේ දක්වා ඇති කෝණ යුගල පහත දී ඇති කෝණ යුගල අතරින් කවර අවස්ථාවට ගැළපේ ද යන්න සඳහන් කරන්න.

- අනුරූප කෝණ වේ.
- මිත්‍ර කෝණ වේ.
- ඒකාන්තර කෝණ වේ.
- ප්‍රතිමුඛ කෝණ වේ.
- පරිපූරක බද්ධ කෝණ වේ.

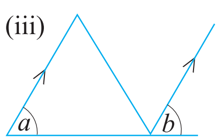
(i)



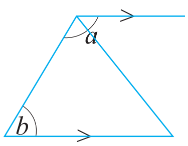
(ii)



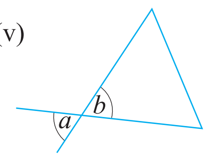
(iii)



(iv)

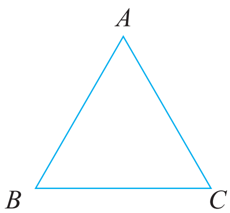


(v)



10.1 ත්‍රිකෝණයක අභ්‍යන්තර කෝණ හා බාහිර කෝණ

ත්‍රිකෝණය සංවෘත තල රූපයකි. එය සරල රේඛා ඛණ්ඩ තුනකින් සමන්විත ය. ඕනෑ ම ත්‍රිකෝණයකට ශීර්ෂ 3ක් ඇති හෙයින් එයට කෝණ 3ක් ද ඇත.



මෙහි ශීර්ෂ A, B සහ C වේ.
පාද AB හෝ BA,
AC හෝ CA,
BC හෝ CB ලෙස නම් කළ හැකි ය.

කෝණ තුන පහත ආකාරයට නම් කළ හැකි ය.

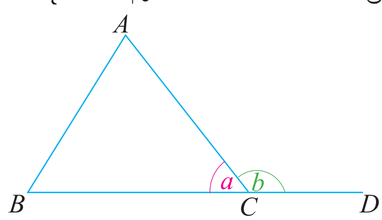
- $B\hat{A}C$ සුළු කෝණය
- $A\hat{B}C$ සුළු කෝණය
- $A\hat{C}B$ සුළු කෝණය

සටහන

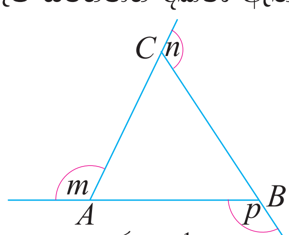
> BAC කෝණය CAB කෝණය ලෙස ද නම් කළ හැකි ය.
> ABC කෝණය CBA කෝණය ලෙස ද නම් කළ හැකි ය.
> ACB කෝණය BCA කෝණය ලෙස ද නම් කළ හැකි ය.

ඉහත දක්වා ඇති සුළු කෝණ සියල්ල ත්‍රිකෝණය තුළ පිහිටා ඇත. එනම් ඒවා ත්‍රිකෝණයේ අභ්‍යන්තර කෝණ වේ. මේ අනුව ABC ත්‍රිකෝණයේ එක් එක් ශීර්ෂයෙහි අභ්‍යන්තර කෝණය බැගින් ඇත.

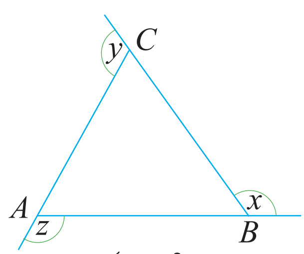
ABC ත්‍රිකෝණයේ BC පාදය D දක්වා දික් කර ඇත. පහත රූප සටහන බලන්න. එහි අභ්‍යන්තර කෝණයක් a ලෙස නම් කර ඇති අතර b ලෙස නම් කර ඇත්තේ අභ්‍යන්තර නොවන කෝණයකි. එසේ දක්වා ඇති කෝණය ABC ත්‍රිකෝණයේ බාහිර කෝණයක් වේ.



ABC ත්‍රිකෝණයේ එක් එක් පාදය එකම අතට දිගු කළ විට සෑදෙන බාහිර කෝණ සියල්ල පහත රූප සටහන්හි දක්වා ඇත.

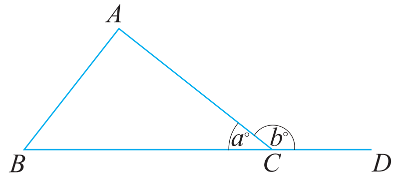


රූපය 1



රූපය 2

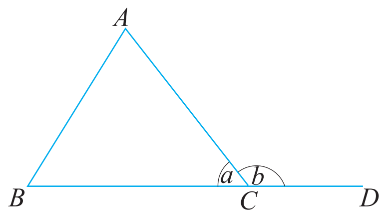
ත්‍රිකෝණයක අභ්‍යන්තර හා බාහිර කෝණ යුගලක එකතුවෙහි අගය



ABC ත්‍රිකෝණයේ BC පාදය D දක්වා දික් කර ඇත. එහි දක්වා ඇති a° කෝණය ABC ත්‍රිකෝණයෙහි අභ්‍යන්තර කෝණයකි. b° එහි බාහිර කෝණයකි. මෙම a° සහ b° පරිපූරක බද්ධ කෝණ යුගලයකි. මේ අනුව $a^\circ + b^\circ = 180^\circ$ වේ. එය මෙලෙස ද ලියා දැක්විය හැකි ය.

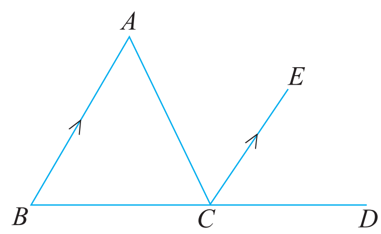
$$A\hat{C}B + A\hat{C}D = 180^\circ$$

බාහිර කෝණයක් අනුව අභ්‍යන්තර සම්මුඛ කෝණ හඳුනා ගැනීම

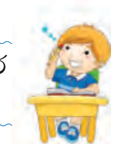


රූපයේ දක්වා ඇති බාහිර කෝණය සහ අභ්‍යන්තර කෝණය සලකමු. $A\hat{C}D$ බාහිර කෝණයෙහි අභ්‍යන්තර කෝණය $A\hat{C}B$ වේ. එවිට ABC ත්‍රිකෝණයෙහි ඉතිරි අභ්‍යන්තර කෝණ $A\hat{C}D$ හි අභ්‍යන්තර සම්මුඛ කෝණ නම් වේ.
මේ අනුව ACD බාහිර කෝණයෙහි අභ්‍යන්තර සම්මුඛ කෝණ $A\hat{B}C$ හා $B\hat{A}C$ වේ.

10.2 ත්‍රිකෝණයක බාහිර කෝණය හා අභ්‍යන්තර සම්මුඛ කෝණ දෙක අතර පවතින සම්බන්ධය



ABC ත්‍රිකෝණයෙහි BC පාදය D දක්වා දික්කර ඇත. එවිට $A\hat{C}D$, ABC ත්‍රිකෝණයෙහි බාහිර කෝණයකි. මෙම රූපයෙහි BA පාදයට සමාන්තරව CE පාදය ඇඳ ඇත.
CE පාදයෙන් $A\hat{C}D$ කෝණය කෝණ දෙකකට වෙන් වී ඇත. එම කෝණ දෙක $A\hat{C}E$ හා $E\hat{C}D$ ලෙස නම් කළ හැකි ය. එවිට සමාන්තර රේඛා ආශ්‍රිත කෝණ අනුව,
$A\hat{C}E = B\hat{A}C$ (ඒකාන්තර කෝණ යුගලයකි.)
එසේම $E\hat{C}D = A\hat{B}C$ (අනුරූප කෝණ යුගලයකි.)

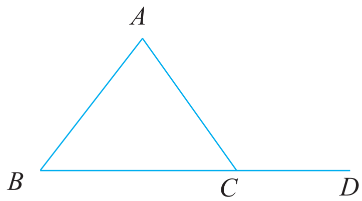


ප්‍රමේයය

ත්‍රිකෝණයක පාදයක් දික් කිරීමෙන් සෑදෙන බාහිර කෝණය එහි අභ්‍යන්තර සම්මුඛ කෝණ දෙකෙහි ඓක්‍යයට සමාන වේ.

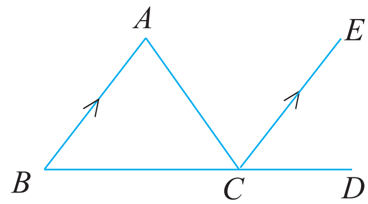
ප්‍රමේයයෙහි විධිමත් සාධනය

දත්තය : ABC ත්‍රිකෝණයේ BC පාදය D දක්වා දික් කර ඇත.



සාධනය කළ යුත්ත : $A\hat{C}D = B\hat{A}C + A\hat{B}C$

නිර්මාණය : BA පාදයට සමාන්තර ව C හරහා සරල රේඛාවක් ඇඳ එය CE ලෙස නම් කිරීම.



සාධනය : $B\hat{A}C = A\hat{C}E$ (සමාන්තර රේඛා ආශ්‍රිත ඒකාන්තර කෝණ)

$A\hat{B}C = E\hat{C}D$ (සමාන්තර රේඛා ආශ්‍රිත අනුරූප කෝණ)

එවිට, $B\hat{A}C + A\hat{B}C = A\hat{C}E + E\hat{C}D$

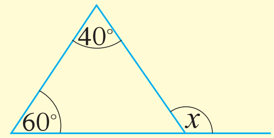
නමුත් $A\hat{C}E + E\hat{C}D = A\hat{C}D$

$\therefore \; A\hat{C}D = B\hat{A}C + A\hat{B}C$

ප්‍රමේයය භාවිතය

නිදසුන 1

පහත දක්වා ඇති ත්‍රිකෝණයෙහි x හි අගය ගණනය කරන්න.



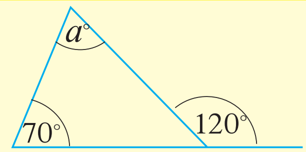
ත්‍රිකෝණයක පාදයක් දික් කිරීමෙන් සෑදෙන බාහිර කෝණය එහි අභ්‍යන්තර සම්මුඛ කෝණ දෙකේ එකතුවට සමාන වන බැවින්,

$x = 40^\circ + 60^\circ$

$= 100^\circ$

නිදසුන 2

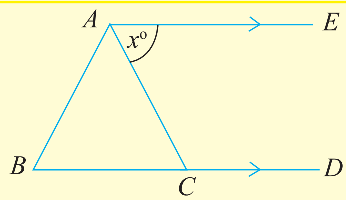
පහත දක්වා ඇති ත්‍රිකෝණයෙහි aහි අගය ගණනය කරන්න.



ත්‍රිකෝණයක පාදයක් දික් කිරීමෙන් සෑදෙන බාහිර කෝණය එහි අභ්‍යන්තර සම්මුඛ කෝණ දෙකේ එකතුවට සමාන වන බැවින්,

$$a + 70^\circ = 120^\circ$$
$$a = 120^\circ - 70^\circ$$
$$a = 50^\circ$$

නිදසුන 3



රූපය අනුව, $x^o = 180^o - (A\hat{B}C + B\hat{A}C)$ බව සාධනය කරන්න.

සාධනය:

$A\hat{C}D = A\hat{B}C + B\hat{A}C$ ——— (1) (ත්‍රිකෝණයක පාදයක් දික් කිරීමෙන් සෑදෙන බාහිර කෝණය එහි අභ්‍යන්තර සම්මුඛ කෝණ දෙකේ එකතුවට සමාන වන බැවින්,)

නමුත් $A\hat{C}D + E\hat{A}C = 180^o$ (සමාන්තර රේඛා ආශ්‍රිත මිත්‍ර කෝණ)

$$A\hat{C}D + x^o = 180^o$$
$$x^o = 180^o - A\hat{C}D$$

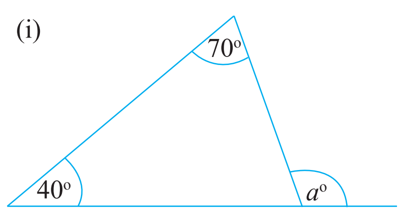
ඉහත (1) දක්වා ඇති ප්‍රතිඵලය ආදේශයෙන්,

$$x^o = 180^o - (A\hat{B}C + B\hat{A}C)$$

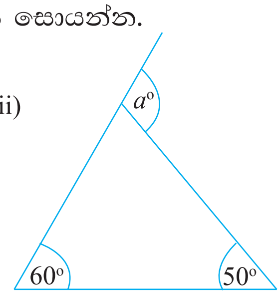
10.1 අභ්‍යාසය

1. දී ඇති එක් එක් ත්‍රිකෝණයේ සඳහන් a^o හි අගය සොයන්න.

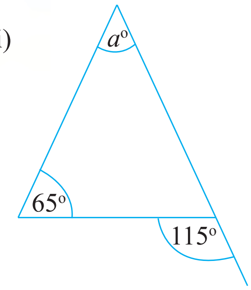
(i)



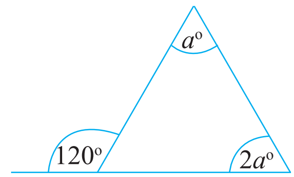
(ii)



(iii)

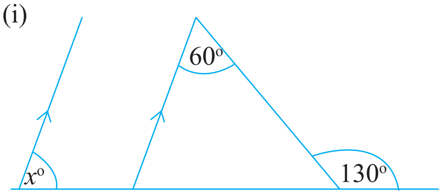


(iv)

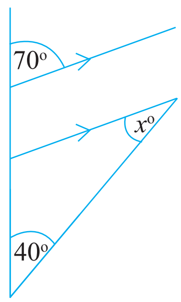


2. පහත දී ඇති එක් එක් රූපයෙහි x^o හි අගය සොයන්න.

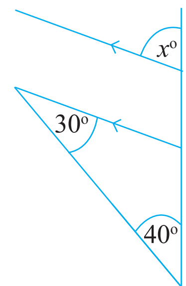
(i)



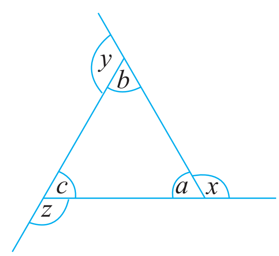
(ii)



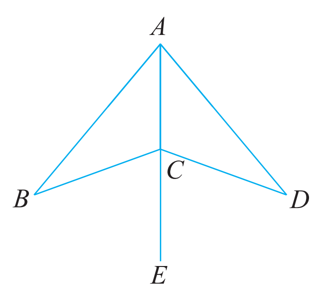
(iii)



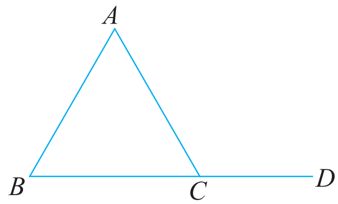
3. රූපයේ දී ඇති තොරතුරු අනුව,
$x + y + z = 2a + 2b + 2c$
බව සාධනය කරන්න.



4. රූපයේ දී ඇති තොරතුරු අනුව,
$B\hat{C}D = B\hat{A}D + A\hat{B}C + A\hat{D}C$
බව සාධනය කරන්න.



10.3 ත්‍රිකෝණයක අභ්‍යන්තර කෝණ තුනෙහි එකතුව



ABC ත්‍රිකෝණයේ BC පාදය D දක්වා දික් කර ඇත.

$A\hat{C}D = A\hat{B}C + B\hat{A}C$ —— ① (ත්‍රිකෝණයක පාදයක් දික් කිරීමෙන් සෑදෙන බාහිර කෝණය එහි අභ්‍යන්තර සම්මුඛ කෝණ දෙකෙහි එකතුවට සමාන වේ.)

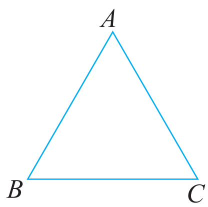
$A\hat{C}D + A\hat{C}B = 180^{\circ}$ —— ② (පරිපූරක බද්ධ කෝණ)

① හි අගය ② ට ආදේශයෙන්

$$A\hat{C}D + A\hat{C}B = 180^{\circ}$$

$$(A\hat{B}C + B\hat{A}C) + A\hat{C}B = 180^{\circ}$$

මේ අනුව, ABC ත්‍රිකෝණයේ අභ්‍යන්තර කෝණ තුනේ එකතුව 180°කි.

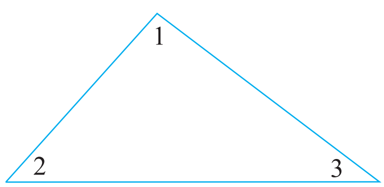


එනම්, $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^{\circ}$

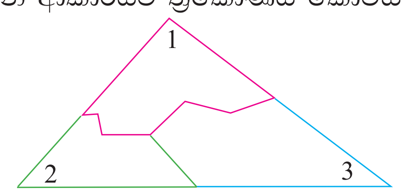
තවදුරටත් පහත ක්‍රියාකාරකමෙහි නිරත වී ඕනෑ ම ත්‍රිකෝණයක අභ්‍යන්තර කෝණ තුනෙහි ඓක්‍යය සොයා ගැනීමට උත්සාහ කරමු.

ක්‍රියාකාරකම 1

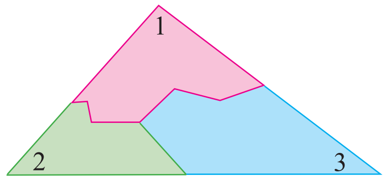
පියවර 1 - කාඩ්බෝඩ් කැබැල්ලක ත්‍රිකෝණයක් ඇඳ එය කපා ගන්න.



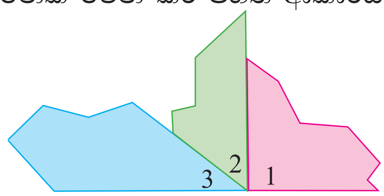
පියවර 2 - රූපයේ දැක්වෙන ආකාරයට ත්‍රිකෝණය කොටස් තුනකට බෙදා ගන්න.



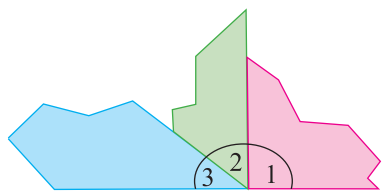
පියවර 3 - එක් එක් කොටස වර්ණ තුනකින් වර්ණ ගන්වන්න.



පියවර 4 - එම කොටස් එකිනෙක වෙන් කර පහත ආකාරයට තබන්න.



1, 2, හා 3 මගින් දැක්වෙන කෝණ තුන සරල රේඛාවක් මත පිහිටයි.



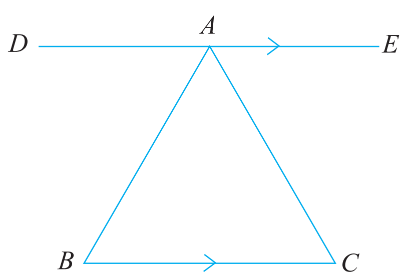
මෙමගින් තහවුරු වන්නේ කෝණ තුනෙහි ඓක්‍යය 180° ට සමාන වන බවයි.

ප්‍රමේයය

ත්‍රිකෝණයක අභ්‍යන්තර කෝණ තුනෙහි ඓක්‍යය 180°ක් වේ.

ප්‍රමේයය විධිමත් සාධනය

දත්තය: ABC ත්‍රිකෝණයකි.
සාධනය කළ යුත්ත: $A\hat{B}C + A\hat{C}B + B\hat{A}C = 180^\circ$
නිර්මාණය: BC පාදයට සමාන්තරව A හරහා DAE ඇඳීම.



සාධනය: $A\hat{B}C = B\hat{A}D$ —— ① (සමාන්තර රේඛා ආශ්‍රිත ඒකාන්තර කෝණ)

$A\hat{C}B = C\hat{A}E$ —— ② (සමාන්තර රේඛා ආශ්‍රිත ඒකාන්තර කෝණ)

① + ②

$\therefore \quad A\hat{B}C + A\hat{C}B = B\hat{A}D + C\hat{A}E$

දෙපසට ම, $B\hat{A}C$ එකතු කළ විට

$A\hat{B}C + A\hat{C}B + B\hat{A}C = B\hat{A}D + C\hat{A}E + B\hat{A}C$

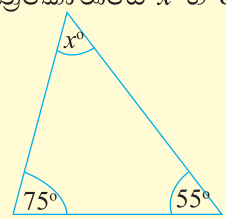
මෙහි, $B\hat{A}D + C\hat{A}E + B\hat{A}C = 180^{o}$ (A ලක්ෂ්‍යයේ දී DAE සරල රේඛාව මත පිහිටි කෝණ)

මේ අනුව, $A\hat{B}C + A\hat{C}B + B\hat{A}C = 180^{o}$

ප්‍රමේයය භාවිතය

නිදසුන 1

රූපයේ දී ඇති තොරතුරු අනුව, ත්‍රිකෝණයේ x^{o} හි අගය සොයන්න.



$x^{o} + 75^{o} + 55^{o} = 180^{o}$ (ත්‍රිකෝණයක අභ්‍යන්තර කෝණ තුනෙහි එකතුව 180° කි.)

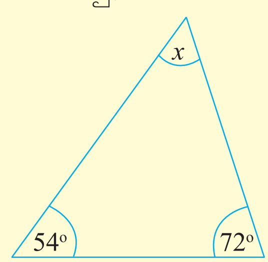
$x^{o} + 130^{o} = 180^{o}$

$x^{o} = 180^{o} - 130^{o}$

$x^{o} = 50^{o}$

නිදසුන 2

ත්‍රිකෝණයක කෝණ දෙකක් 54^{o} සහ 72^{o}, වේ. ඉතිරි කෝණයේ අගය සොයන්න. මෙම දත්ත ඇතුළත් වන සේ රූපයක් අඳිමු. ඉතිරි කෝණය x ලෙස නම් කරමු.



ත්‍රිකෝණයේ කෝණවල ඓක්‍යය $= 180^{o}$

$x + 54^{o} + 72^{o} = 180^{o}$

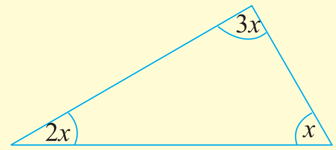
$x + 126^{o} = 180^{o}$

$x + 126^{o} - 126^{o} = 180^{o} - 126^{o}$

$x = 54^{o}$

නිදසුන 3

පහත දී ඇති ත්‍රිකෝණය සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණයක් වන බව පෙන්වන්න.



$x + 2x + 3x = 180^\circ$ (ත්‍රිකෝණයක අභ්‍යන්තර කෝණ තුනෙහි එකතුව 180° කි)

$6x = 180^\circ$

$x = \frac{180^\circ}{6}$

$x = 30^\circ$

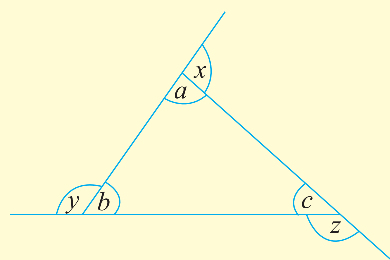
එවිට, $3x = 30^\circ \times 3 = 90^\circ$

විශාලම කෝණය වන $3x$, 90°ක් වන බැවින් දී ඇති ත්‍රිකෝණය සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණයකි.

නිදසුන 4

ත්‍රිකෝණයක අභ්‍යන්තර කෝණ තුනේ එකතුව 180° වේ. මේ අනුව ත්‍රිකෝණයක පාද එකම අතට දික් කළ විට සෑදෙන බාහිර කෝණවල එකතුව 360° වන බව සාධනය කරන්න.

සාධනය:



රූපය අනුව,

$a + x = 180^\circ$ —— (1)

(සරල රේඛාවක් මත පිහිටි බද්ධ කෝණ)

$b + y = 180^\circ$ —— (2)

(සරල රේඛාවක් මත පිහිටි බද්ධ කෝණ)

$c + z = 180^\circ$ —— (3)

(සරල රේඛාවක් මත පිහිටි බද්ධ කෝණ)

(1) + (2) + (3),

$a + x + b + y + c + z = 180^\circ + 180^\circ + 180^\circ$

$\therefore (a + b + c) + (x + y + z) = 540^\circ$

නමුත් $a + b + c = 180^\circ$ (ත්‍රිකෝණයක අභ්‍යන්තර කෝණ තුනේ එකතුව 180°කි.)

$\therefore 180^\circ + (x + y + z) = 540^\circ$

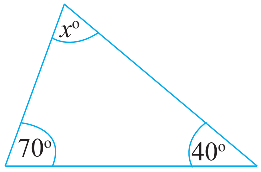
$(x + y + z) = 540^\circ - 180^\circ$

$= 360^\circ$

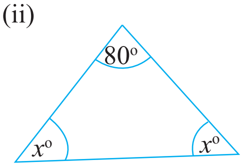
10.2 අභ්‍යාසය

1. දී ඇති තොරතුරු අනුව, එක් එක් රූපයේ දක්වා ඇති x° හි අගය සොයන්න.

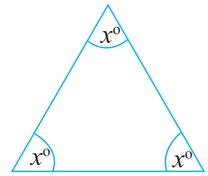
(i)



(ii)

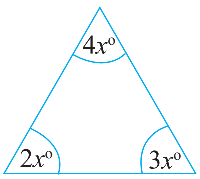


(iii)

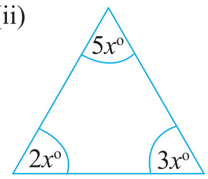


2. පහත දී ඇති එක් එක් ත්‍රිකෝණයේ විශාලතම කෝණය ගණනය කර, එම ත්‍රිකෝණය, කෝණ අනුව වර්ගීකරණය කරන්න.

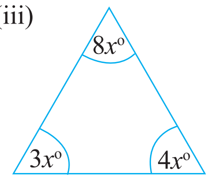
(i)



(ii)

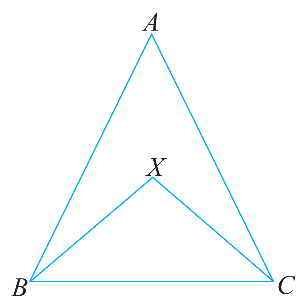


(iii)



3. $ABCD$ චතුරස්‍රයෙහි AC විකර්ණය ඇඳීමෙන් චතුරස්‍රයේ අභ්‍යන්තර කෝණ හතරෙහි එකතුව 360° වන බව සාධනය කරන්න.

4. ABC ත්‍රිකෝණයේ $\hat{B}$ හි හා $\hat{C}$ හි කෝණ සමච්ඡේදක Xහි දී හමු වේ. $B\hat{X}C = 90^{\circ} + \frac{1}{2}\hat{A}$ බව සාධනය කරන්න.



සාරාංශය

- ත්‍රිකෝණයක පාදයක් දික් කිරීමෙන් සෑදෙන බාහිර කෝණය එහි අභ්‍යන්තර සම්මුඛ කෝණ දෙකෙහි ඓක්‍යයට සමාන වේ.
- ත්‍රිකෝණයක අභ්‍යන්තර කෝණ තුනෙහි ඓක්‍යය 180°ක් වේ.

11 භාග

මෙම පාඩම අධ්‍යයනය කිරීමෙන් ඔබට,
- මිශ්‍ර සංඛ්‍යා හඳුනා ගැනීමට,
- මිශ්‍ර සංඛ්‍යා, විෂම භාග බවට පත් කිරීමට,
- විෂම භාග, මිශ්‍ර සංඛ්‍යා බවට පත් කිරීමට,
- මිශ්‍ර සංඛ්‍යා එකතු කිරීම හෝ අඩු කිරීමට,
- මිශ්‍ර සංඛ්‍යා ගුණ කිරීමට හෝ බෙදීමට

හැකියාව ලැබේ.

11.1 මිශ්‍ර සංඛ්‍යා හඳුනා ගැනීම

උදෑසන දානය සඳහා පාන් ගෙඩියක් සහ තවත් පාන් ගෙඩියකින් බාගයක් ගෙනවිත් තිබිණි.

$$1 \quad + \quad \frac{1}{2} \quad = \quad 1\frac{1}{2}$$

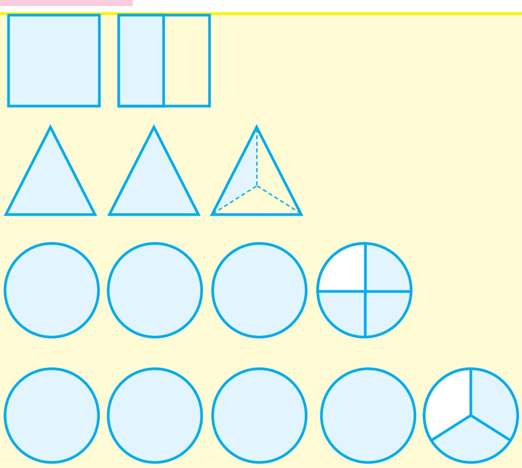
$$1\frac{1}{2}$$

පූර්ණ සංඛ්‍යාව → 1 ; $\frac{1}{2}$ ← භාගය

මෙවැනි සංඛ්‍යාවක් මිශ්‍ර සංඛ්‍යාවක් නම් වේ. ඒ අනුව, $5\frac{1}{3}$, $9\frac{1}{5}$ ආදිය මිශ්‍ර සංඛ්‍යා වේ.

පහත නිදසුන් මඟින් තවත් මිශ්‍ර සංඛ්‍යා කිහිපයක් නිරූපණය කර ඇත.

නිදසුන 1



$1 + \frac{1}{2} \rightarrow 1\frac{1}{2}$

$2 + \frac{1}{3} \rightarrow 2\frac{1}{3}$

$3 + \frac{3}{4} \rightarrow 3\frac{3}{4}$

$4 + \frac{2}{3} \rightarrow 4\frac{2}{3}$

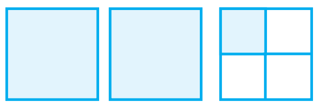
මිශ්‍ර සංඛ්‍යාවක පූර්ණ සංඛ්‍යාව හා භාගය පහත පරිදි වෙන් කර දැක්විය හැකි ය.

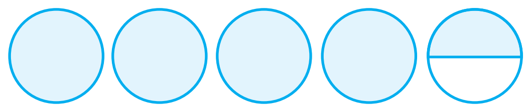
නිදසුන 2

- $1\frac{2}{5} \rightarrow 1 + \frac{2}{5}$
- $2\frac{1}{4} \rightarrow 2 + \frac{1}{4}$
- $3\frac{5}{6} \rightarrow 3 + \frac{5}{6}$
- $5\frac{2}{7} \rightarrow 5 + \frac{2}{7}$
- $9\frac{7}{12} \rightarrow 9 + \frac{7}{12}$

11.1 අභ්‍යාසය

1. රූප මගින් දැක්වෙන මිශ්‍ර සංඛ්‍යාව ලියන්න.

(i) 

(ii) 

2. පහත මිශ්‍ර සංඛ්‍යා රූප සටහන් මගින් දක්වන්න.

(i) $1\frac{2}{5}$ (ii) $2\frac{2}{3}$ (iii) $4\frac{1}{5}$ (iv) $5\frac{1}{4}$ (v) $3\frac{1}{2}$

3. පහත මිශ්‍ර සංඛ්‍යා, පූර්ණ සංඛ්‍යාවක හා භාගයක එකතුවක් ලෙස ලියන්න.

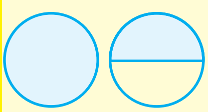
(i) $1\frac{2}{7}$ (ii) $2\frac{4}{5}$ (iii) $6\frac{5}{8}$ (iv) $5\frac{5}{6}$ (v) $3\frac{5}{9}$

(vi) $4\frac{2}{9}$ (vii) $8\frac{3}{11}$ (viii) $10\frac{8}{13}$ (ix) $11\frac{4}{7}$ (x) $16\frac{17}{19}$

11.2 මිශ්‍ර සංඛ්‍යා, විෂම භාග ලෙස දැක්වීම

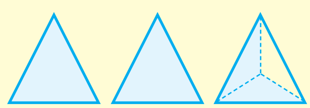
පහත නිදසුන් දෙස අවධානය යොමු කරමු.

නිදසුන 1



$$1\frac{1}{2} = 1 + \frac{1}{2} = \frac{2}{2} + \frac{1}{2} = \frac{2+1}{2} = \frac{3}{2}$$

නිදසුන 2



$$2\frac{2}{3} = 2 + \frac{2}{3} = \frac{6}{3} + \frac{2}{3} = \frac{6+2}{3} = \frac{8}{3}$$

මෙහි $\frac{3}{2}$, $\frac{8}{3}$ යන භාග, විෂම භාග වේ. භාගයක හරයට වඩා ලවය විශාල සංඛ්‍යාවක් වේ නම් එය විෂම භාගයක් ලෙස හැඳින්වේ.

ඉහත දක්වන ලද මිශ්‍ර සංඛ්‍යා පහත ආකාරයට ද විෂම භාග බවට පත් කර ගත හැකි ය.

$$1\frac{1}{2} = \frac{(2 \times 1) + 1}{2} = \frac{2 + 1}{2} = \frac{3}{2}$$

$$2\frac{2}{3} = \frac{(3 \times 2) + 2}{3} = \frac{6 + 2}{3} = \frac{8}{3}$$

මිශ්‍ර සංඛ්‍යාවේ ඇති භාගයේ හරය හා පූර්ණ සංඛ්‍යාව ගුණ කර එයට භාගයෙහි ලවය එකතු කිරීමෙන් විෂම භාගයෙහි ලවය ලැබී ඇත. එහි හරය, මිශ්‍ර සංඛ්‍යාවේ ඇති භාගයේ හරය ම වේ.

11.2 අභ්‍යාසය

1. පහත මිශ්‍ර සංඛ්‍යා, විෂම භාග ලෙස ලියන්න.

(i) $1\frac{4}{5}$ (ii) $2\frac{1}{6}$ (iii) $5\frac{3}{4}$ (iv) $3\frac{4}{7}$ (v) $2\frac{5}{8}$

(vi) $2\frac{7}{10}$ (vii) $1\frac{8}{13}$ (viii) $5\frac{3}{8}$ (ix) $2\frac{5}{7}$ (x) $5\frac{9}{16}$

(xi) $8\frac{16}{19}$ (xii) $4\frac{2}{9}$

11.3 විෂම භාග, මිශ්‍ර සංඛ්‍යා ලෙස දැක්වීම

පහත නිදසුන් දෙස අවධානය යොමු කරමු.

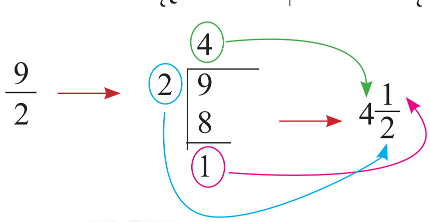
නිදසුන 1

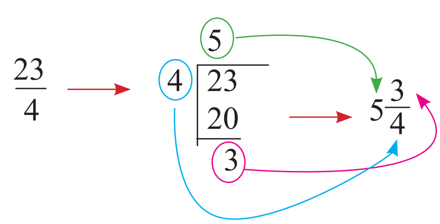
$$\frac{9}{2} = \frac{2 + 2 + 2 + 2 + 1}{2}$$
$$= \frac{2}{2} + \frac{2}{2} + \frac{2}{2} + \frac{2}{2} + \frac{1}{2}$$
$$= 1 + 1 + 1 + 1 + \frac{1}{2}$$
$$= 4 + \frac{1}{2}$$
$$= 4\frac{1}{2}$$

නිදසුන 2

$$\frac{23}{4} = \frac{20 + 3}{4}$$
$$= \frac{20}{4} + \frac{3}{4}$$
$$= 5 + \frac{3}{4}$$
$$= 5\frac{3}{4}$$

මෙය පහත දැක්වෙන ආකාරයට ද සිදු කළ හැකි ය.





11.3 අභ්‍යාසය

1. පහත විෂම භාග, මිශ්‍ර සංඛ්‍යා ලෙස ලියන්න.

(i) $\frac{7}{4}$ (ii) $\frac{12}{5}$ (iii) $\frac{10}{3}$ (iv) $\frac{15}{7}$ (v) $\frac{19}{6}$

(vi) $\frac{25}{6}$ (vii) $\frac{46}{9}$ (viii) $\frac{55}{6}$ (ix) $\frac{63}{8}$ (x) $\frac{75}{8}$

(xi) $\frac{87}{4}$ (xii) $\frac{143}{12}$

11.4 මිශ්‍ර සංඛ්‍යා එකතු කිරීම

ආපන ශාලාවක විකිණීම සඳහා තිබූ පාන්වලින් එක අල්මාරියක පාන් ගෙඩි $8\frac{1}{2}$ ක් ද තවත් අල්මාරියක පාන් ගෙඩි $3\frac{1}{4}$ ක් ද ඉතිරිව තිබිණි. ආපන ශාලාවේ ඉතිරිව ඇති මුළු පාන් ප්‍රමාණය කොපමණ ද?

$8 \quad \frac{1}{2} \quad + \quad 3 \quad \frac{1}{4}$

ඉතිරිව තිබූ මුළු පාන් ගෙඩි ප්‍රමාණය = සම්පූර්ණ පාන් ගෙඩි ගණන + පාන් භාග ප්‍රමාණය

$$= (8 + 3) + (\frac{1}{2} + \frac{1}{4})$$
$$= (8 + 3) + (\frac{2}{4} + \frac{1}{4})$$
$$= 11 + \frac{3}{4}$$
$$= 11\frac{3}{4}$$

නිදසුන 1

I ක්‍රමය

$2\frac{3}{5} + 1\frac{1}{5}$

$= \left(2 + \frac{3}{5}\right) + \left(1 + \frac{1}{5}\right)$

$= (2 + 1) + \left(\frac{3}{5} + \frac{1}{5}\right)$

$= 3 + \frac{3 + 1}{5}$

$= 3 + \frac{4}{5}$

$= 3\frac{4}{5}$

II ක්‍රමය

$2\frac{3}{5} + 1\frac{1}{5}$

$= \frac{13}{5} + \frac{6}{5}$

$= \frac{13 + 6}{5}$

$= \frac{19}{5}$

$= 3\frac{4}{5}$

සටහන

මෙහි දැක්වෙන II ක්‍රමයේදී පළමුව මිශ්‍ර සංඛ්‍යා, විෂම භාග බවට පත් කරගෙන ඇත. දෙවනුව විෂම භාග එකතු කිරීම, සාමාන්‍ය භාග එකතු කිරීම සිදු කළ ආකාරයට ම සිදු කර ඇත.

නිදසුන 2

I ක්‍රමය

$5\frac{1}{8} + 2\frac{3}{8} + 1\frac{5}{8}$

$= \left(5 + \frac{1}{8}\right) + \left(2 + \frac{3}{8}\right) + \left(1 + \frac{5}{8}\right)$

$= (5 + 2 + 1) + \left(\frac{1}{8} + \frac{3}{8} + \frac{5}{8}\right)$

$= 8 + \left(\frac{1 + 3 + 5}{8}\right)$

$= 8 + \frac{9}{8}$

$= 8 + \frac{8}{8} + \frac{1}{8}$

$= (8 + 1) + \frac{1}{8}$

$= 9 + \frac{1}{8}$

$= 9\frac{1}{8}$

II ක්‍රමය

$5\frac{1}{8} + 2\frac{3}{8} + 1\frac{5}{8}$

$= \frac{41}{8} + \frac{19}{8} + \frac{13}{8}$

$= \frac{41 + 19 + 13}{8}$

$= \frac{73}{8}$

$= 9\frac{1}{8}$

නිදසුන 3

I ක්‍රමය

$$3\frac{4}{5} + 2\frac{1}{4}$$
$$= \left(3 + \frac{4}{5}\right) + \left(2 + \frac{1}{4}\right)$$
$$= (3 + 2) + \left(\frac{4}{5} + \frac{1}{4}\right)$$
$$= 5 + \left(\frac{16 + 5}{20}\right)$$
$$= 5 + \frac{21}{20}$$
$$= 5 + \frac{20}{20} + \frac{1}{20}$$
$$= (5 + 1) + \frac{1}{20}$$
$$= 6\frac{1}{20}$$

II ක්‍රමය

$$3\frac{4}{5} + 2\frac{1}{4}$$
$$= \frac{19}{5} + \frac{9}{4}$$
$$= \frac{76}{20} + \frac{45}{20}$$
$$= \frac{76 + 45}{20}$$
$$= \frac{121}{20}$$
$$= 6\frac{1}{20}$$

11.4 අභ්‍යාසය

1. එකතු කරන්න.

(i) $1\frac{4}{7} + 2\frac{5}{7}$

(ii) $1\frac{3}{8} + 2\frac{1}{8} + 3\frac{5}{8}$

(iii) $2\frac{3}{4} + 2\frac{2}{3}$

(iv) $1\frac{1}{5} + 3\frac{1}{6} + 2\frac{7}{15}$

(v) $2\frac{2}{3} + 3\frac{1}{2} + 1\frac{3}{4}$

(vi) $3\frac{7}{8} + 2\frac{4}{7} + 3\frac{3}{14}$

(vii) $5\frac{4}{7} + 2\frac{9}{14} + 1\frac{17}{21}$

(viii) $3\frac{3}{5} + 2\frac{5}{6} + 1\frac{7}{10}$

(ix) $3\frac{5}{6} + 2\frac{1}{4} + 1\frac{3}{8}$

(x) $2\frac{1}{9} + 1\frac{5}{18} + 3\frac{29}{36}$

11.5 මිශ්‍ර සංඛ්‍යා අඩු කිරීම

නිදසුන 1

I ක්‍රමය

$2\frac{3}{4} - 1\frac{1}{4}$

$= \left(2 + \frac{3}{4}\right) - \left(1 + \frac{1}{4}\right)$

$= (2 - 1) + \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{4}\right)$

$= 1 + \left(\frac{3 - 1}{4}\right)$

$= 1 + \frac{2}{4}$

$= 1 + \frac{1}{2}$

$= 1\frac{1}{2}$

II ක්‍රමය

$2\frac{3}{4} - 1\frac{1}{4}$

$= \frac{11}{4} - \frac{5}{4}$

$= \frac{11 - 5}{4}$

$= \frac{6}{4}$

$= \frac{3}{2}$

$= 1\frac{1}{2}$

සටහන

මෙහි දැක්වෙන II ක්‍රමයේදී මිශ්‍ර සංඛ්‍යා අඩු කිරීම සඳහා පළමුව මිශ්‍ර සංඛ්‍යා, විෂම භාග බවට පත් කරගෙන ඇත. දෙවනුව විෂම භාග අඩු කිරීම, සාමාන්‍ය භාග අඩු කිරීම සිදු කළ ආකාරයටම සිදු කර ඇත.

නිදසුන 2

$3\frac{4}{5} - 2\frac{5}{6}$

$= \frac{19}{5} - \frac{17}{6}$

$= \frac{114}{30} - \frac{85}{30}$

$= \frac{114 - 85}{30}$

$= \frac{29}{30}$

$\frac{19}{5} = \frac{19 \times 6}{5 \times 6} = \frac{114}{30}$

$\frac{17}{6} = \frac{17 \times 5}{6 \times 5} = \frac{85}{30}$

11.5 අභ්‍යාසය

1. අඩු කරන්න.

(i) $5\frac{3}{4} - 2\frac{1}{4}$ (ii) $6\frac{5}{7} - 4\frac{2}{7}$ (iii) $3\frac{2}{3} - 1\frac{1}{2}$ (iv) $5\frac{6}{7} - 4\frac{3}{8}$

(v) $7\frac{1}{2} - 3\frac{5}{8}$ (vi) $5\frac{1}{8} - 4\frac{5}{7}$ (vii) $9\frac{4}{5} - 5\frac{3}{7}$ (viii) $5\frac{7}{9} - 2\frac{7}{12}$

(ix) $6\frac{1}{8} - 2\frac{7}{10}$ (x) $3\frac{2}{7} - 1\frac{5}{6}$ (xi) $8\frac{1}{4} - 2\frac{2}{3} - 3\frac{1}{2}$ (xii) $7\frac{5}{6} - 1\frac{7}{8} - 2\frac{7}{12}$

11.6 මිශ්‍ර සංඛ්‍යා ගුණ කිරීම

මිශ්‍ර සංඛ්‍යාවක් භාගයකින් ගුණ කිරීම

මිශ්‍ර සංඛ්‍යාවක් භාගයකින් ගුණ කිරීමේදී පළමුව එය විෂම භාගයක් බවට පත් කර ගත යුතු වේ. අනතුරුව භාග දෙකක් ගුණ කරන ආකාරයට ම ගුණ කිරීම සිදු කළ හැකි ය.

නිදසුන 1

$$2\frac{1}{3} \times \frac{1}{3}$$
$$= \frac{7}{3} \times \frac{1}{3}$$
$$= \frac{7 \times 1}{3 \times 3}$$
$$= \frac{7}{9}$$

නිදසුන 2

$$5\frac{1}{2} \times \frac{1}{6}$$
$$= \frac{11}{2} \times \frac{1}{6}$$
$$= \frac{11 \times 1}{2 \times 6}$$
$$= \frac{11}{12}$$

මිශ්‍ර සංඛ්‍යාවක්, මිශ්‍ර සංඛ්‍යාවකින් ගුණ කිරීම

මිශ්‍ර සංඛ්‍යාවක් මිශ්‍ර සංඛ්‍යාවකින් ගුණ කිරීමේදී පළමුව මිශ්‍ර සංඛ්‍යා දෙකම, විෂම භාග බවට පත් කර ගත යුතු වේ. අනතුරුව භාග දෙකක් ගුණ කරන ආකාරයට ම ගුණ කිරීම සිදු කළ හැකි ය.

නිදසුන 3

$$2\frac{2}{3} \times 1\frac{1}{2}$$
$$= \frac{8}{3} \times \frac{3}{2}$$
$$= \frac{8 \times 3}{3 \times 2}$$
$$= \frac{8 \times \cancel{3}^{1}}{\cancel{3}_{1} \times 2}$$
$$= \frac{{}^{4}\cancel{8} \times 1}{1 \times \cancel{2}_{1}}$$
$$= \frac{4 \times 1}{1 \times 1}$$
$$= \frac{4}{1}$$
$$= 4$$

නිදසුන 4

$$3\frac{1}{4} \times 2\frac{5}{8}$$
$$= \frac{13}{4} \times \frac{21}{8}$$
$$= \frac{13 \times 21}{4 \times 8}$$
$$= \frac{273}{32}$$
$$= 8\frac{17}{32}$$

නිදසුන 5

$$4\frac{1}{5} \times 2\frac{1}{3}$$
$$= \frac{21}{5} \times \frac{7}{3}$$
$$= \frac{21 \times 7}{5 \times 3}$$
$$= \frac{{}^{7}\cancel{21} \times 7}{5 \times \cancel{3}^{1}}$$
$$= \frac{7 \times 7}{5 \times 1}$$
$$= \frac{49}{5}$$
$$= 9\frac{4}{5}$$

11.6 අභ්‍යාසය

1. සුළු කරන්න.

(i) $1\frac{1}{2} \times \frac{3}{4}$ (ii) $4\frac{1}{7} \times \frac{2}{5}$ (iii) $\frac{2}{5} \times 8\frac{1}{3}$

(iv) $20\frac{2}{7} \times \frac{7}{10}$ (v) $3\frac{2}{3} \times \frac{5}{11}$ (vi) $\frac{3}{4} \times 6\frac{1}{5}$

2. සුළු කරන්න.

(i) $2\frac{1}{3} \times 1\frac{1}{2}$ (ii) $5\frac{1}{4} \times 2\frac{2}{3}$ (iii) $4\frac{1}{2} \times 1\frac{1}{3} \times 2\frac{2}{5}$

(iv) $2\frac{1}{5} \times 1\frac{3}{5} \times 2\frac{1}{9}$ (v) $4\frac{2}{3} \times 2\frac{1}{4} \times 3\frac{1}{4}$ (vi) $3\frac{1}{4} \times 1\frac{1}{4} \times 2\frac{1}{7}$

11.7 මිශ්‍ර සංඛ්‍යා බෙදීම

භාගයක් මිශ්‍ර සංඛ්‍යාවකින් බෙදීම

පළමුව පූර්ණ සංඛ්‍යාවක් මිශ්‍ර සංඛ්‍යාවකින් බෙදීම දැක්වෙන පහත නිදසුනට අවධානය යොමු කරමු.

නිදසුන 1

$7 \div 1\frac{1}{2}$

$= 7 \div \frac{3}{2}$ ($1\frac{1}{2}$ විෂම භාගයක් බවට පත් කිරීම)

$= 7 \times \frac{2}{3}$ ($\frac{3}{2}$ හි පරස්පරය වන $\frac{2}{3}$ න් ගුණ කිරීම)

$= \frac{14}{3}$

$= 4\frac{2}{3}$

භාගයක්, මිශ්‍ර සංඛ්‍යාවකින් බෙදීම දැක්වෙන පහත නිදසුනට අවධානය යොමු කරමු.

නිදසුන 2

$\frac{3}{4} \div 1\frac{2}{3}$

$= \frac{3}{4} \div \frac{5}{3}$ ($1\frac{2}{3}$ විෂම භාගයක් බවට පත් කිරීම)

$= \frac{3}{4} \times \frac{3}{5}$ ($\frac{5}{3}$ හි පරස්පරය වන $\frac{3}{5}$ න් ගුණ කිරීම)

$= \frac{9}{20}$

මිශ්‍ර සංඛ්‍යාවක්, මිශ්‍ර සංඛ්‍යාවකින් බෙදීම

පළමුව මිශ්‍ර සංඛ්‍යා සියල්ල විෂම භාග බවට පත් කර ගෙන භාගයක් භාගයකින් බෙදීම සිදු කරන ආකාරයට ම මිශ්‍ර සංඛ්‍යාවක්, මිශ්‍ර සංඛ්‍යාවකින් බෙදීම සිදු කළ හැකි ය.

නිදසුන 3

$2\frac{1}{4} \div 1\frac{4}{5}$

$= \frac{9}{4} \div \frac{9}{5}$ (විෂම භාග බවට පත් කිරීම)

$= \frac{9}{4} \times \frac{5}{9}$ ($\frac{9}{5}$හි පරස්පරය වන $\frac{5}{9}$න් ගුණ කිරීම)

$= \frac{\overset{1}{\cancel{9}} \times 5}{4 \times \cancel{9}_1}$

$= \frac{1 \times 5}{4 \times 1}$

$= \frac{5}{4}$

$= 1\frac{1}{4}$

නිදසුන 4

$3\frac{3}{5} \div 6\frac{3}{7}$

$= \frac{18}{5} \div \frac{45}{7}$ (විෂම භාග බවට පත් කිරීම)

$= \frac{18 \times 7}{5 \times 45}$ ($\frac{45}{7}$හි පරස්පරය වන $\frac{7}{45}$න් ගුණ කිරීම)

$= \frac{\overset{2}{\cancel{18}} \times 7}{5 \times \cancel{45}_5}$

$= \frac{2 \times 7}{5 \times 5}$

$= \frac{14}{25}$

11.7 අභ්‍යාසය

1. සුළු කරන්න.

(i) $1\frac{1}{2} \div \frac{3}{5}$ (ii) $3\frac{1}{6} \div \frac{1}{4}$ (iii) $\frac{1}{2} \div 7\frac{1}{2}$

(iv) $\frac{1}{4} \div 1\frac{1}{4}$ (v) $\frac{2}{5} \div 1\frac{1}{5}$

2. සුළු කරන්න.

(i) $1\frac{1}{2} \div 2\frac{2}{3}$ (ii) $2\frac{1}{3} \div 1\frac{1}{5}$ (iii) $2\frac{1}{4} \div 2\frac{3}{8}$ (iv) $5\frac{4}{5} \div 3\frac{13}{15}$

(v) $4\frac{2}{7} \div 2\frac{19}{21}$ (vi) $3\frac{3}{4} \div 2\frac{5}{8}$ (vii) $2\frac{2}{5} \div 1\frac{3}{4}$ (viii) $3\frac{2}{7} \div 2\frac{3}{8}$

(ix) $2\frac{5}{8} \div 3\frac{3}{4}$ (x) $6\frac{7}{13} \div 2\frac{3}{26}$ (xi) $2\frac{5}{7} \div 4\frac{1}{14}$ (xii) $2\frac{3}{4} \div 3\frac{2}{3}$

සාරාංශය

- මිශ්‍ර සංඛ්‍යා, විෂම භාග ලෙස ප්‍රකාශ කිරීමෙන් භාග සුළු කිරීම පහසු කර ගත හැකි ය.
- මිශ්‍ර සංඛ්‍යා සම්බන්ධ ගුණ කිරීම්වලදී ප්‍රථමයෙන් ඒවා විෂම භාග බවට පත් කර ගත යුතු වේ.
- මිශ්‍ර සංඛ්‍යා සම්බන්ධ බෙදීම්වලදී ප්‍රථමයෙන් ඒවා විෂම භාග බවට පත් කර ගත යුතු වේ.

12 දශම

මෙම පාඩම අධ්‍යයනය කිරීමෙන් ඔබට,
- දශම ගුණ කිරීමට,
- දශම බෙදීමට

හැකියාව ලැබේ.

12.1 දශම සංඛ්‍යාවක්, දශම සංඛ්‍යාවකින් ගුණ කිරීම

පහත දැක්වෙන ගුණිතයන් සලකා බලන්න.

නිදසුන 1

0.4×0.2

$= \frac{4}{10} \times \frac{2}{10}$

$= \frac{4 \times 2}{10 \times 10}$

$= \frac{8}{100}$

$= 0.08$

නිදසුන 2

1.2×1.2

$= 1\frac{2}{10} \times 1\frac{2}{10}$

$= \frac{12}{10} \times \frac{12}{10}$

$= \frac{12 \times 12}{10 \times 10}$

$= \frac{144}{100}$

$= 1.44$

$0.4 \times 0.2 = 0.08$

$1.2 \times 1.2 = 1.44$

මෙය හොඳින් නිරීක්ෂණය කරන්න.

$4 \times 2 = 8 \rightarrow 0.4 \times 0.2 = 0.08$

$12 \times 12 = 144 \rightarrow 1.2 \times 1.2 = 1.44$

මින් අපට පැහැදිලි වන්නේ ගුණ්‍යයේ හා ගුණකයේ දශමස්ථාන නොසලකා හැර එම සංඛ්‍යා දෙක ගුණ කොට පසුව ගුණිතයේ දශමස්ථාන වෙන් කර ඇති ආකාරය යි. මේ අනුව,

$0.4 \times 0.2 = 0.08$

ගුණ්‍යයේ දශමස්ථාන 1

ගුණකයේ දශමස්ථාන 1

ගුණිතයේ දශමස්ථාන 2

මුළු දශමස්ථාන 2

තවත් නිදසුන් කිහිපයක් සලකා බලමු.

නිදසුන 3

20.6×0.05

$$\begin{array}{r} 206 \\ \times \quad 5 \\ \hline 1030 \\ \hline\hline \end{array}$$

$20.6 \times 0.05 = 1.030 = 1.03$

ගුණ්‍යයේ දශමස්ථාන 1
ගුණකයේ දශමස්ථාන 2
∴ ගුණිතයේ දශමස්ථාන 3

නිදසුන 4

2.41×1.2

$$\begin{array}{r} 241 \\ \times \quad 12 \\ \hline 482 \\ 2410 \\ \hline 2892 \\ \hline\hline \end{array}$$

$2.41 \times 1.2 = 2.892$

ගුණ්‍යයේ දශමස්ථාන 2
ගුණකයේ දශමස්ථාන 1
∴ ගුණිතයේ දශමස්ථාන 3

සටහන

දශම සංඛ්‍යාවක් දශම සංඛ්‍යාවකින් ගුණ කිරීමේදී දශම නොසළකා ගුණ කර පසුව ගුණ්‍යයේ හා ගුණකයේ දශමස්ථාන ගණන්වල එකතුවට සමාන දශමස්ථාන ගණනක් ගුණිතයේ දකුණු පස කෙළවර සිට වම් පසට වෙන් කළ යුතු යි.

12.1 අභ්‍යාසය

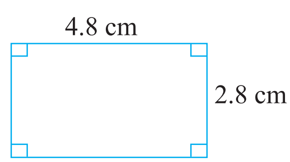
1. සුළු කරන්න.

(i) 0.9×0.2 (ii) 0.1×0.8 (iii) 1.2×0.4 (iv) 12.7×0.5
(v) 3.92×1.5 (vi) 0.08×0.6 (vii) 0.072×1.2

2. $12 \times 8 = 96$ නම්, පහත ගුණිතයන්හි අගය සොයන්න.

(i) 1.2×0.8 (ii) 0.12×0.8

3. මෙම සෘජුකෝණාස්‍රයේ වර්ගඵලය සොයන්න.



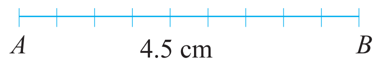
4. දිග 25.5 m හා පළල 9.5 m වූ සෘජුකෝණාස්‍රාකාර බිම් කොටසක වර්ගඵලය සොයන්න.

5. පැත්තක දිග 4.8 cm වූ සමචතුරස්‍රාකාර කඩදාසියක වර්ගඵලය සොයන්න.

12.2 දශම සංඛ්‍යාවක්, දශම සංඛ්‍යාවකින් බෙදීම

ක්‍රියාකාරකම 1

4.5 cm දිග AB රේඛා ඛණ්ඩයක් නිර්මාණය කරන්න. දැන් එම රේඛා ඛණ්ඩය 0.5 cm බැගින් කොටස්වලට වෙන් කරන්න.



දැන් ඔබට කොටස් 9ක් ලැබී ඇත්දැයි බලන්න. එය පහත දැක්වෙන පරිදි දැක්විය හැකි ය.
4.5 cm ÷ 0.5 cm = 9

I ක්‍රමය

$4.5 \div 0.5$

$= 4\frac{5}{10} \div \frac{5}{10}$

$= \frac{45}{10} \div \frac{5}{10}$ (බෙදීමක් යනු පරස්පරයෙන් ගුණ කිරීමකි.)

$= \frac{45}{10} \times \frac{10}{5}$ ($\frac{5}{10}$ හි පරස්පරය වන $\frac{10}{5}$ න් ගුණ කිරීම.)

$= \frac{450}{50}$

$= 9$

II ක්‍රමය

$4.5 \div 0.5$

$= \frac{4.5}{0.5}$

$= \frac{4.5 \times 10}{0.5 \times 10}$

$= \frac{45}{5}$

$= 9$

මේ ආකාරයට ම පහත ගැටලුව ද විසඳිය හැකි ය.

නිදසුන 1

$1.25 \div 0.5$

$= 1\frac{25}{100} \div \frac{5}{10}$

$= \frac{125}{100} \div \frac{5}{10}$

$= \frac{125}{100} \times \frac{10}{5}$

$= \frac{1250}{500}$

$= 2.5$

නිදසුන 2

$1.25 \div 0.5$

$= \frac{1.25}{0.5}$

$= \frac{1.25 \times 10}{0.5 \times 10}$ (හරය පූර්ණ සංඛ්‍යාවක් කිරීම සඳහා 10න් ගුණ කරන්න.)

$= \frac{12.5}{5}$

$= 2.5$

```
     2.5
5 | 12.5
  | 10
  |  25
     25
      0
```

සටහන

දශම සංඛ්‍යාවක් දශම සංඛ්‍යාවකින් බෙදීමේදී භාජ්‍යය හා භාජකය 10 බලයකින් ගුණ කර භාජකය පූර්ණ සංඛ්‍යාවක් කිරීමෙන් පිළිතුර ලබා ගැනීම පහසු වේ. මෙහි දී භාජ්‍යය, ලැබුණු පූර්ණ සංඛ්‍යාවෙන් බෙදීමෙන් පිළිතුර ලබා ගත හැකි ය.

ක්‍රියාකාරකම 2

හිස් කොටු තුළ සුදුසු සංඛ්‍යාව ලියන්න.

(i) $10.4 \div 0.4 = \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square} = \square$

(ii) $0.7 \div 1.4 = \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square} = \square$

12.2 අභ්‍යාසය

1. හිස්තැන් පුරවන්න.

(i) $2.8 \div 0.2$

$= \frac{2.8}{0.2}$

$= \frac{\square}{2}$

$= \square$

(ii) $2.045 \div 0.5$

$= \frac{2.045}{0.5}$

$= \frac{\square}{5}$

$= \square$

2. අගය සොයන්න.

(i) $2.4 \div 0.3$ (ii) $2.4 \div 0.03$ (iii) $60.12 \div 0.4$ (iv) $1.29 \div 0.003$

3. තක්කාලි 2.5 kg ක මිල රුපියල් 256.25කි. තක්කාලි 1 kgක මිල සොයන්න.

සාරාංශය

- දශම සංඛ්‍යාවක් දශම සංඛ්‍යාවකින් ගුණ කිරීමේදී දශම නොසලකා ගුණ කර පසුව ගුණ්‍යයේ හා ගුණකයේ දශමස්ථාන ගණන්වල එකතුවට සමාන දශමස්ථාන ගණනක් ගුණිතයේ දකුණු පස කෙළවර සිට වම් පසට වෙන් කළ යුතු යි.
- දශම සංඛ්‍යාවක් දශම සංඛ්‍යාවකින් බෙදීමේදී භාජ්‍යය හා භාජකය 10 බලයකින් ගුණ කර භාජකය පූර්ණ සංඛ්‍යාවක් කිරීමෙන් භාජ්‍යය, භාජකයෙන් බෙදා පිළිතුර ලබා ගත හැකි ය.

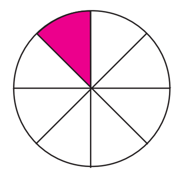
13 වීජීය භාග

මෙම පාඩම අධ්‍යයනය කිරීමෙන් ඔබට,

- හරයේ හෝ ලවයේ වීජීය පද අඩංගු වීජීය භාග හඳුනා ගැනීමට,
- දෙනු ලබන වීජීය පද කිහිපයක කුඩාම පොදු ගුණාකාරය සෙවීමට,
- හරයේ සමාන වීජීය පද සහිත, හරයේ අසමාන වීජීය පද සහිත වීජීය භාග සුළු කිරීමට

හැකියාව ලැබේ.

13.1 වීජීය භාග හැඳින්වීම



මෙම රූපයේ අඳුරු කර ඇති කොටස මුළු රූපයෙන් $\frac{1}{8}$කි. එනම්, ඒකකයක් සමාන කොටස් 8කට බෙදා ඉන් කොටසක ප්‍රමාණයක් ඒකකයකින් $\frac{1}{8}$ක භාගයක් ලෙස හැඳින්වේ.
මේ ආකාරයට ඕනෑ ම ඒකකයක් සමාන කොටස් ගණනකට බෙදා ඉන් කිසියම් කොටස් ප්‍රමාණයක් ගත් විට එය මුළු රූපයෙන් භාගයක් ලෙස දැක්විය හැකි ය.

- ඒකකයක් සමාන කොටස් 50කට බෙදා ඉන් කොටස් x ප්‍රමාණයක්, ඒකකයෙන් $\frac{x}{50}$ ක් ලෙස දැක්විය හැකි ය.
- ඒකකයක් සමාන කොටස් n ගණනකට බෙදා ඉන් කොටස් 3ක ප්‍රමාණයක් ඒකකයෙන් $\frac{3}{n}$ ලෙස දැක්විය හැකි ය.
- ඒකකයක් සමාන කොටස් a ගණනකට බෙදා ඉන් කොටස් b ප්‍රමාණයක් ඒකකයෙන් $\frac{b}{a}$ ලෙස දැක්විය හැකි ය.

මෙලෙස යම් භාගයක ලවයේ හෝ හරයේ හෝ ඒ දෙකේ ම වීජීය පද හෝ වීජීය ප්‍රකාශන ඇතුළත් භාග, වීජීය භාග වේ.

- **ලවයේ වීජීය පද හෝ වීජීය ප්‍රකාශන ඇති භාග**

(i) $\frac{x}{4}$ (ii) $\frac{5y}{9}$ (iii) $\frac{3x}{7}$ (iv) $\frac{2+3b}{7}$ (v) $\frac{4x-3y}{10}$

- **හරයේ වීජීය පද හෝ වීජීය ප්‍රකාශන ඇති භාග**

(i) $\frac{2}{k}$ (ii) $\frac{3}{5k}$ (iii) $\frac{7}{a+2}$ (iv) $\frac{6}{x-y}$

- **ලවයේත් හරයේත් වීජීය පද හෝ වීජීය ප්‍රකාශන ඇති භාග**

(i) $\frac{2y}{3x}$ (ii) $\frac{m}{y+1}$ (iii) $\frac{6k}{x-2}$ (iv) $\frac{m+n}{m-2}$

ක්‍රියාකාරකම 1

A කොටසේ ප්‍රකාශනවලට ගැළපෙන වීජීය භාගය B කොටසින් තෝරා යා කරන්න.

A	B
(i) ලවය x වූ වීජීය භාගයකි.	$\frac{r+3}{2}$
(ii) හරය y වූ වීජීය භාගයකි.	$\frac{8}{2a+3}$
(iii) හරය p වූ වීජීය භාගයකි.	$\frac{x}{5}$
(iv) ලවය p වූ ද හරය u වූ ද වීජීය භාගයකි.	$\frac{1}{2d+3}$
(v) හරය a ඇතුළත් ප්‍රකාශනයකින් සමන්විත වීජීය භාගයකි.	$\frac{2m+3}{2-\mathrm{n}}$
(vi) ලවය r ඇතුළත් වීජීය ප්‍රකාශනයකින් සමන්විත වීජීය භාගයකි.	$\frac{p}{u}$
(vii) හරයේ හා ලවයේ වීජීය ප්‍රකාශන ඇතුළත් වීජීය භාගයකි.	$\frac{5}{p}$
(viii) හරයේ d අන්තර්ගත ඒකක වීජීය භාගයකි.	$\frac{5}{y}$

13.1 අභ්‍යාසය

1. ඔබ කැමති වීජීය භාග තුනක් ලියන්න.
2. ලවය p වූ වීජීය භාග තුනක් ලියන්න.
3. හරය q වූ වීජීය භාග තුනක් ලියන්න.
4. ලවයේ වීජීය ප්‍රකාශන සහිත වීජීය භාග තුනක් ලියන්න.
5. හරයේ වීජීය ප්‍රකාශන සහිත වීජීය භාග තුනක් ලියන්න.
6. හරයේ හා ලවයේ වීජීය ප්‍රකාශන සහිත වීජීය භාග තුනක් ලියන්න.

13.2 වීජීය පද කිහිපයක කුඩාම පොදු ගුණාකාරය (කු.පො.ගු)

සංඛ්‍යා දෙකක හෝ කිහිපයක කු.පො.ගු සොයන ආකාරය මින් පෙර උගෙන ඇත. එය නැවත සිහිපත් කර ගනිමු.

I ක්‍රමය

4, 6 සංඛ්‍යාවල කු.පො.ගු ප්‍රථමක සංඛ්‍යාවලින් බෙදීම මගින් ලබා ගැනීම.

$$\begin{array}{r|l} 2 & 4,\ 6 \\ \hline 2 & 2,\ 3 \\ \hline 3 & 1,\ 3 \\ \hline & 1,\ 1 \end{array}$$

4, 6හි කු.පො.ගු $= 2 \times 2 \times 3$

$= 12$

II ක්‍රමය

4, 6 සංඛ්‍යාවල කු.පො.ගු ප්‍රථමක සංඛ්‍යාවල ගුණිතයක් ලෙස ලිවීමෙන් ලබා ගැනීම.

$4 = 2 \times 2 = 2^2$

$6 = 2 \times 3 = 2^1 \times 3^1$

කු.පො.ගු $= 2^2 \times 3$

$= 4 \times 3$

$= 12$

වීජීය පදවල කු.පො.ගු සෙවීමට ද ඉහත ක්‍රම අනුගමනය කළ හැකි ය.

නිදසුන 1

$4x$, $6x$ වීජීය පදවල කු.පො.ගු සොයමු.

I ක්‍රමය

$$\begin{array}{r|l} x & 4x,\ 6x \\ \hline 2 & 4,\ 6 \\ \hline 2 & 2,\ 3 \\ \hline 3 & 1,\ 3 \\ \hline & 1,\ 1 \end{array}$$

කු.පො.ගු $= x \times 2 \times 2 \times 3$

$= 12x$

II ක්‍රමය

$4x = 2^2 \times x$

$6x = 2 \times 3 \times x$

එකිනෙකට වෙනස් සාධක 2, 3 හා x වේ.

විශාලත ම දර්ශක සහිත බලවල ගුණිතය $= 2^2 \times 3 \times x$

කු.පො.ගු $= 12x$

නිදසුන 2

$5m$, $10m^2$, $15\ m^2$ වීජීය පදවල කු.පො.ගු සොයමු.

I ක්‍රමය

$$\begin{array}{r|l} m & 5m,\ 10m^2,\ 15m^2 \\ \hline m & 5,\ 10m,\ 15m \\ \hline 2 & 5,\ 10,\ 15 \\ \hline 3 & 5,\ 5,\ 15 \\ \hline 5 & 5,\ 5,\ 5 \\ \hline & 1,\ 1,\ 1 \end{array}$$

කු.පො.ගු $= m \times m \times 2 \times 3 \times 5$

$= 30m^2$

II ක්‍රමය

$5m = 5 \times m$

$10m^2 = 2 \times 5 \times m^2$

$15m^2 = 3 \times 5 \times m^2$

එකිනෙකට වෙනස් සාධක 2, 3, 5 හා m වේ.

විශාලත ම දර්ශක සහිත බලවල ගුණිතයක් ලෙස $= 2 \times 3 \times 5 \times m^2$

කු.පො.ගු $= 30m^2$

13.2 අභ්‍යාසය

1. පහත සඳහන් වීජීය පදවල කු.පො.ගු සොයන්න.

(i) $3x,\ 6x$ (ii) $n,\ 4n$ (iii) $8y,\ 2y$ (iv) $12a,\ 8a$

(v) $2x^2,\ 4x$ (vi) $5p,\ 15p^2$ (vii) $2k,\ 4k,\ 6k$ (viii) $4y,\ 6y,\ 8y$

(ix) $3q,\ 6q,\ 9q$ (x) $4n^2,\ 2n,\ 6n^2$ (xi) $4ab,\ 3a^2,\ 2b^2$ (xii) $2x^2,\ 4xy,\ 6y^2$

13.3 හරයේ සමාන වීජීය පද සහිත වීජීය භාග එකතු කිරීම හෝ අඩු කිරීම

$\frac{2}{5} + \frac{1}{5} = \frac{3}{5}$ බව අපි දනිමු.

මේ පරිද්දෙන් ම, $\frac{7}{a} + \frac{3}{a} = \frac{10}{a}$ ලෙස ගත හැකි ය.

නිදසුන 1

$\frac{5}{2x} + \frac{3}{2x}$ විසඳන්න.

$$\frac{5}{2x} + \frac{3}{2x} = \frac{5+3}{2x}$$
$$= \frac{8}{2x}$$
$$= \frac{4}{x}$$

නිදසුන 2

$\frac{6}{p} - \frac{2}{p}$ විසඳන්න.

$$\frac{6}{p} - \frac{2}{p} = \frac{6-2}{p}$$
$$= \frac{4}{p}$$

13.3 අභ්‍යාසය

1. සුළු කරන්න.

(i) $\frac{4a}{7} + \frac{2a}{7}$ (ii) $\frac{6x}{11} - \frac{2x}{11}$ (iii) $\frac{5p}{9} + \frac{2p}{9} - \frac{3p}{9}$

(iv) $\frac{4}{x} + \frac{5}{x}$ (v) $\frac{2}{p} + \frac{2}{p}$ (vi) $\frac{9}{5a} + \frac{2}{5a}$

(vii) $\frac{5}{3y} + \frac{2}{3y} + \frac{1}{3y}$ (viii) $\frac{4}{7x} + \frac{5}{7x} + \frac{3}{7x}$ (ix) $\frac{13}{6m} - \frac{7}{6m}$

(x) $\frac{18}{7k} - \frac{4}{7k}$ (xi) $\frac{7}{3p} - \frac{2}{3p} + \frac{1}{3p}$ (xii) $\frac{11}{2y} - \frac{6}{2y} - \frac{3}{2y}$

13.4 හරයේ අසමාන වීජීය පද සහිත වීජීය භාග එකතු කිරීම හෝ අඩු කිරීම

හරයේ සමාන වීජීය පද සහිත වීජීය භාග එකතු කිරීම හෝ අඩු කිරීම මීට ඉහත අධ්‍යයනය කර ඇත. පහත නිදසුන් මගින් හරයේ අසමාන වීජීය පද සහිත වීජීය භාග එකතු කිරීම හෝ අඩු කිරීම පිළිබඳ විමසා බලමු.

නිදසුන 1

$\frac{3x}{4} + \frac{x}{2}$ විසඳන්න.

$\frac{3x}{4} + \frac{x}{2} = \frac{3x}{4} + \frac{(x \times 2)}{(2 \times 2)}$ (පද දෙකේ හරය සමාන කර ගැනීමෙන්)

$= \frac{3x}{4} + \frac{2x}{4}$

$= \frac{5x}{4}$

නිදසුන 2

$\frac{5}{3a} + \frac{1}{6a}$ විසඳන්න.

$\frac{5}{3a} + \frac{1}{6a} = \frac{(5 \times 2)}{(3a \times 2)} + \frac{1}{6a}$

$= \frac{10}{6a} + \frac{1}{6a}$

$= \frac{11}{6a}$

නිදසුන 3

$\frac{3}{4x} + \frac{5}{6x}$ විසඳන්න.

$\frac{3}{4x} + \frac{5}{6x} = \frac{(3 \times 3)}{(4x \times 3)} + \frac{(5 \times 2)}{(6x \times 2)}$

$= \frac{9}{12x} + \frac{10}{12x}$

$= \frac{19}{12x}$

නිදසුන 4

$\frac{1}{2y} + \frac{3}{4y} - \frac{1}{6y}$ විසඳන්න.

$\frac{1}{2y} + \frac{3}{4y} - \frac{1}{6y} = \frac{(1 \times 6)}{(2y \times 6)} + \frac{(3 \times 3)}{(4y \times 3)} - \frac{(1 \times 2)}{(6y \times 2)}$

$= \frac{6}{12y} + \frac{9}{12y} - \frac{2}{12y}$

$= \frac{6 + 9 - 2}{12y} = \frac{13}{12y}$

13.4 අභ්‍යාසය

1. සුළු කරන්න.

(i) $\frac{m}{6} + \frac{m}{8}$ (ii) $\frac{2n}{3} + \frac{5n}{4}$ (iii) $\frac{7}{x} + \frac{8}{3x}$ (iv) $\frac{1}{3p} + \frac{5}{9p}$

(v) $\frac{5}{3x} + \frac{3}{4x}$ (vi) $\frac{2}{y} - \frac{2}{2y}$ (vii) $\frac{8}{3t} - \frac{1}{t}$

(viii) $\frac{2}{4m} + \frac{3}{6m} - \frac{1}{m}$ (ix) $\frac{4}{5k} - \frac{1}{k} + \frac{3}{2k}$ (x) $\frac{7}{10x} - \frac{3}{20x} - \frac{11}{30x}$

මිශ්‍ර අභ්‍යාසය

1. සුළු කරන්න.

(i) $\frac{7}{9y} - \frac{2}{3y}$ (ii) $\frac{(x+2)}{5} + \frac{3}{5} + \frac{x}{5}$ (iii) $\frac{3}{2xy} - \frac{1}{4x} + \frac{1}{6y}$

(iv) $\frac{3x+1}{10} + \frac{3x}{10} + \frac{3}{10}$ (v) $\frac{6x}{7} + \frac{5x+1}{7}$

2. කු.පො.ගු සොයන්න.

(i) 18, $12n$, 6 mn (ii) $5xy$, $10x$, $20x^2y$ (iii) $4x$, $5y$

සාරාංශය

- සාමාන්‍ය භාග එකතු කිරීමේදී සිදු කරන මූලධර්ම වීජීය භාග එකතු කිරීමේදී ද යොදා ගනී.
- සාමාන්‍ය භාග අඩු කිරීමේදී භාවිත කරන මූලධර්ම වීජීය භාග අඩු කිරීමේදී ද යොදා ගනී.

14 අනුපාත හා සමානුපාත

මෙම පාඩම අධ්‍යයනය කිරීමෙන් ඔබට,
- අනුලෝම සමානුපාත හඳුනා ගැනීමට,
- රාශියක ප්‍රමාණ තුනක් අතර අනුපාතය ගොඩ නැගීමට,
- අනුපාත කිහිපයක් ඇසුරින් සංයුක්ත අනුපාත ගොඩ නැගීමට,
- ප්‍රමාණයක් අනුපාත භාවිතයෙන් කොටස්වලට බෙදා දැක්වීමට

හැකියාව ලැබේ.

14.1 අනුලෝම සමානුපාත

එක්තරා දොර රෙදි වර්ගයක මිල පහත වගුවේ දැක්වේ.

මීටර ගණන	මිල (රුපියල්)
1 m	350
2 m	700
3 m	1050
4 m	1400
5 m	1750
6 m	2100

2 m ක මිල = රු. 700

3 m ක මිල = රු. 1050

දොර රෙදි මීටර ගණන අතර අනුපාතය = 2 : 3

ඊට අදාළ දොර රෙදිවල මිල අතර අනුපාතය = 700 :1050

එය සරල ම ආකාරයෙන් දැක් වූ විට = 2 : 3

මේ අනුව දිග අතර අනුපාතය, මිල අතර අනුපාතයට සමාන වේ. වගුවට අනුව දොර රෙදි මීටර ගණන වැඩිවන විට ඊට අනුරූප මිල ද වැඩි වේ. ඒවා වැඩි වන්නේ එකම අනුපාතයකට ය. මේ ආකාරයේ සම්බන්ධතාවයක් අනුලෝම සමානුපාතයක් ලෙස හැඳින්වේ.

නිදසුන 1

සමචතුරස්‍රයක පාදයක දිග 6 cm කි. එහි පරිමිතිය 24 cm කි. තවත් සමචතුරස්‍රයක පාදයක දිග 12 cm කි. එහි පරිමිතිය 48 cm වේ.

දිග අතර අනුපාතය = 6 : 12 = 1 : 2

පරිමිතිය අතර අනුපාතය = 24 : 48 = 1 : 2

දිග අතර අනුපාතය පරිමිතිය අතර අනුපාතයට සමාන බව පැහැදිලි ය. එම නිසා මෙය අනුලෝම සමානුපාතයක් වේ.

නිදසුන 2

2 : 5 හා 24 : 60 අනුලෝම සමානුපාතයක් වේදැයි දක්වන්න.

මෙහි වම්පස අනුපාතය 2 : 5 වේ. දකුණු පස අනුපාතය 24 : 60 වේ. එය සරලම ආකාරයෙන් දැක්වූ විට 2 : 5 වේ. එම නිසා මෙය අනුලෝම සමානුපාතයකි.

නිදසුන 3

වෘත්තයක අරය (cm)	වෘත්තයේ වර්ගඵලය $(cm)^2$
7	154
14	616

අරයන් අතර අනුපාතය = 7 : 14
= 1 : 2
වර්ගඵලය අතර අනුපාතය = 154 : 616
= 14 : 56 = 1 : 4

අරය දෙගුණ කළ විට වර්ගඵලය හතර ගුණයකින් වැඩි වේ. එම නිසා අරයන් අතර අනුපාතය, වර්ගඵලය අතර අනුපාතයට සමාන නොවේ. එම නිසා මෙය අනුලෝම සමානුපාතයක් නොවේ.

14.1 අභ්‍යාසය

1. පහත දැක්වෙන ඒවායින් අනුලෝම සමානුපාත තෝරන්න.
   (i) සමචතුරස්‍රයක පැත්තක දිග හා වර්ගඵලය
   (ii) මෝටර් රථයක වේගය සහ එය නිශ්චිත දුරක් යාමට ගත වන කාලය
   (iii) බැංකුවක තැන්පත් කළ මුදල සහ ඒ සඳහා ලැබෙන පොලිය
   (iv) මිල දී ගන්නා පිටි ප්‍රමාණය හා ඒ සඳහා ගෙවන මුදල
   (v) ළමයෙකුගේ උස හා වයස

2. පහත දැක්වෙන සමානුපාතවල හිස්තැන් පුරවන්න.

   (i) 2 : 5 = 10 : .....
   (ii) 6 : 5 = 30 : .....
   (iii) 5 : 4 = ... : 20
   (iv) 3 : 5 = 12 : ..... = 18 : .....
   (v) 4 : 3 = ... : ..... = ... : .....

3. (i) පොල්ගෙඩි සංඛ්‍යාව අතර අනුපාතය ලියන්න.
   (ii) ඒවායේ මිල අතර අනුපාතය ලියන්න.
   (iii) අනුපාතය ඇසුරින් අදාළ සමානුපාතය ලියන්න.
   (iv) පොල් ගෙඩි 12ක මිල කීය ද?
   (v) රු. 1000ට ගත හැකි පොල් ගෙඩි ගණන කීය ද?

පොල් ගෙඩි ගණන	මිල (රුපියල්)
10	500
5	250

14.2 අනුලෝම සමානුපාත ආශ්‍රිත ගැටලු විසඳීම

අනුලෝම සමානුපාත ආශ්‍රිත ගැටලු ක්‍රම දෙකකට විසඳිය හැකි ය. එනම්, **ඒකීය ක්‍රමය** හා **සමානුපාත ක්‍රමයයි.**

ඒකීය ක්‍රමය

ඒකක අගය ලබා ගෙන, කිහිපයක අගය සෙවීම ඒකීය ක්‍රමයයි.

සමානුපාත ක්‍රමය

රාශි දෙකක් අතර සම්බන්ධතාවයක දී එක් රාශියක ප්‍රමාණ දෙකක් අතර අනුපාතය අනෙක් රාශියේ ඊට අනුරූප අවයව අතර අනුපාතය සමාන කර ගැනීමෙන් ගැටලු විසඳීම මෙම ක්‍රමයේදී සිදු කරයි.

නිදසුන 1

පැන් 12ක මිල රු. 288ක් වේ. පැන් 4ක මිල සොයන්න.

ඒකීය ක්‍රමය

පැන් 12ක මිල $=$ රු. 288

$\therefore$ පැන් 1ක මිල $=$ රු. $\frac{288}{12}$

$=$ රු. 24

$\therefore$ පැන් 4ක මිල $=$ රු. 24×4

$=$ රු. 96

සමානුපාත ක්‍රමය

පැන් ගණන	මිල (රුපියල්)
12 4	288 x

$$12 : 4 = 288 : x$$

$$\frac{12}{4} = \frac{288}{x}$$

$$12x = 288 \times 4$$

$$\therefore \quad x = \frac{\overset{96}{\cancel{288}} \times \cancel{4}^{1}}{\cancel{12}_{\cancel{3}_1}}$$

$$= 96$$

නිදසුන 2

4 m උස ලීයක සෙවණැල්ලේ දිග 1 m වන විට පොල් ගසක සෙවණැල්ලේ දිග 8 m විය. සමානුපාත ක්‍රමය භාවිතයෙන්,

(i) පොල් ගසේ උස සොයන්න.

(ii) ලීයේ සෙවණැල්ලේ දිග 2 m විට පොල් ගසේ සෙවණැල්ලේ දිග කොපමණ ද?

(i)

දිග (m)	සෙවණැල්ලේ දිග (m)
4	1
x	8

පොල් ගසේ උස x යැයි සිතමු.

$$\frac{4}{x} = \frac{1}{8}$$

$$x = 4 \times 8 = 32 \text{ m}$$

$\therefore$ පොල් ගසේ උස $= 32$ m

(ii)

දිග (m)	සෙවණැල්ලේ දිග (m)
4	2
32	y

සෙවණැල්ලේ දිග y යැයි සිතමු.

$$\frac{4}{32} = \frac{2}{y}$$

$$4y = 2 \times 32$$

$$y = \frac{\overset{1}{\cancel{2}} \times \overset{16}{\cancel{32}}}{\underset{\underset{1}{\cancel{2}}}{\cancel{4}}}$$

$$= 16 \text{ m}$$

14.2 අභ්‍යාසය

1. රෙදි 10 mක මිල රුපියල් 1400 නම් රෙදි 12 m මිල කීය ද?
2. නියත වේගයෙන් ගමන් කරන මෝටර් රථයේ මිනිත්තු 10කදී යන දුර 15 kmකි. මිනිත්තු 24කදී ගමන් කරන දුර සොයන්න.
3. පෙට්‍රල් 16 l න් 240 km ක දුරක් ගමන් කරන මෝටර් රථයක් පෙට්‍රල් 20 l කින් ගමන් කරන දුර සොයන්න.
4. රු. 5000ක් වටිනා භාණ්ඩයකට අවුරුද්ද අවසානයේදී රු. 120ක වට්ටමක් ලබා දෙන්නේ නම් රු. 10 000ක් වටිනා එම වර්ගයේ භාණ්ඩයකට ලැබෙන වට්ටම සොයන්න.
5. තට්ටු ගොඩනැගිල්ලක ආකෘතියක් සකස් කිරීමේදී 120 m උස ගොඩනැගිල්ල 20 cm කින් නිරූපණය කරන ලදි. ආකෘතියේ උස ගොඩනැගිල්ල 18 cmකින් දැක්වෙයි නම් එම ගොඩනැගිල්ලේ නියම උස සොයන්න.
6. තඹ සහ තුත්තනාගම් ලෝහ මිශ්‍රණයක 750 gක අඩංගු තඹ ප්‍රමාණය 150 g නම් එම මිශ්‍රණය 4 kgක ඇති තඹ ප්‍රමාණය සොයන්න.

14.3 රාශියක ප්‍රමාණ තුනක් අතර අනුපාතය

ද්‍රව්‍ය දෙකක් හෝ ද්‍රව දෙකක් මිශ්‍ර කිරීමෙන් ලැබෙන අනුපාත පිළිබඳව මීට පෙර ඉගෙන ගෙන ඇත. අනුපාතයට අයත් වන පද දෙක එකම සංඛ්‍යාවෙන් ගුණ කිරීමෙන් හෝ බෙදීමෙන් එම අනුපාතයට තුල්‍ය අනුපාත ලබා ගත හැකි ය. ඒ අනුව රාශියක පද 3කින් යුක්ත වූ අනුපාතයක පද තුන ම එකම සංඛ්‍යාවකින් ගුණ කිරීමෙන් හෝ බෙදීමෙන් එම අනුපාතයට තුල්‍ය අනුපාත ලබා ගත හැකි වේ.

නිදසුන 1

ප්‍රතිමාවක් තැනීම සඳහා තඹ (Cu) 240 gක් ද තුත්තනාගම් (Zn) 180 gක් ද රිදී (Ag) 60 g ද ගන්නා ලදි. එහි ඇති Cu, Zn හා Ag වල බර අතර අනුපාතය සොයා එය සරල ම ආකාරයෙන් දක්වන්න.

ප්‍රතිමාව තැනීමට ගන්නා Cu ප්‍රමාණය = 240 g
ප්‍රතිමාව තැනීමට ගන්නා Zn ප්‍රමාණය = 180 g
ප්‍රතිමාව තැනීමට ගන්නා Ag ප්‍රමාණය = 60 g
ඉහත ප්‍රමාණයන් අනුපාතයක් ලෙස ලියූ විට,

Cu : Zn : Ag = 240 : 180 : 60
අනුපාතය සරල ම ආකාරයෙන් දැක් වූ විට 4 : 3 : 1 වේ.
මේ අනුව අදාළ අනුපාතය = 4 : 3 : 1

නිදසුන 2

පලතුරු සලාදයක් සෑදීම සඳහා අඹ, අන්නාසි, පැපොල් 3 : 5 : 6 අනුපාතයට එකතු කරයි. අඹ 1500 g ක් සමග අනෙක් එක් එක් වර්ගය කොපමණ මිශ්‍ර කළ යුතු ද?
අඹ, අන්නාසි, පැපොල් අතර අනුපාතය = 3 : 5 : 6
අඹ එකතු කරන ප්‍රමාණය = 1500 g

අඹ එක් කොටසක ප්‍රමාණය $= \dfrac{1500\text{ g}}{3} = 500\text{ g}$

අඹ, අන්නාසි හා පැපොල් අතර අනුපාතය $= (3 \times 500) : (5 \times 500) : (6 \times 500)$
$= 1500 : 2500 : 3000$

∴ එකතු කළ යුතු අන්නාසි ප්‍රමාණය = 2500 g
= 2 kg 500 g
= 2.5 kg

එකතු කළ යුතු පැපොල් ප්‍රමාණය = 3000 g
= 3 kg

14.3 අභ්‍යාසය

1. බදාම මිශ්‍රණයක් සඳහා හුණු තාච්චි 18ක් වැලි තාච්චි 30ක් හා සිමෙන්ති තාච්චි 6ක් ගන්නා ලදි. එම ද්‍රව්‍ය තුන අතර අනුපාතය සොයන්න. එය සරල ම ආකාරයෙන් දක්වන්න.

2. කමල්, නිමල් හා සුජිත් ව්‍යාපාරයක් සඳහා පිළිවෙළින් රු. 300 000, රු. 450 000, රු. 600 000ක් යොදන ලද්දේ නම් මුදල් යෙදූ අනුපාතය සොයා එය සරල ම ආකාරයෙන් ලියන්න.

3. පලතුරු බීම වර්ගයක් සෑදීමට අඹ, කොමඩු හා දෙහි යුෂ පිළිවෙළින් 320 ml , 800 ml හා 40 mlක් යොදා ගන්නා ලදි. පලතුරු යුෂ අතර අනුපාතය සරල ම ආකාරයෙන් දක්වන්න.

4. රසකැවිලි වර්ගයක් සෑදීම සඳහා තල, සීනි හා පිටි දැමිය යුත්තේ $1:3:5$ අනුපාතයට වේ. තල 250 g යොදා ගත් විට අනෙක් වර්ග යෙදිය යුතු ප්‍රමාණ වෙන වෙන ම සොයන්න.

5. ත්‍රිකෝණයක පාද තුනේ දිග අතර අනුපාතය $2:3:4$ වේ. එහි කෙටි ම පාදයේ දිග 18 cm වේ. ත්‍රිකෝණයේ පාදවල දිග හා පරිමිතිය සොයන්න.

6. ඖෂධයක් නිපදවීමේ දී අරළු, බුළු නෙල්ලි යන ද්‍රව්‍යවල ස්කන්ධය අනුව පිළිවෙළින් $3:2:1$ අනුපාතයට මිශ්‍ර කර ගනු ලැබේ. බුළුවල ස්කන්ධය 240 g නම්,
   (i) මිශ්‍රණයට අවශ්‍ය වන අරළුවල ස්කන්ධය සොයන්න.
   (ii) මිශ්‍ර කිරීමෙන් ලැබෙන ඖෂධයේ මුළු ස්කන්ධය සොයන්න.

14.4 එකිනෙකට වෙනස් ප්‍රමාණ අතර දී ඇති අනුපාත, සංයුක්ත අනුපාත ලෙස දැක්වීම

නිදසුන 1

දේශීය වෛද්‍යවරයෙකු දේශීය ඖෂධයක් නිපදවීමට අරළු හා බුළු යුෂ $2:5$ අනුපාතයට ද බුළු හා නෙල්ලි යුෂ $5:4$ අනුපාතයට ද, මිශ්‍ර කරයි නම්, එම මිශ්‍රණයේ ඇති අරළු, බුළු හා නෙල්ලි අතර අනුපාතය සොයන්න.

මෙම අනුපාත දෙකට ම පොදු වූ ද්‍රව්‍ය බුළු ය. එහි ප්‍රමාණයන් අතර සම්බන්ධතාවය සමාන ය.

අරළු	:	බුළු	:	නෙල්ලි
2	:	5	:	
		5	:	4

අනුපාත දෙකෙහි ම පොදු ද්‍රව්‍ය වන බුළුවලට අදාළ අගය සමාන ය.

∴ අරළු, බුළු නෙල්ලි යුෂ අතර අනුපාතය $2:5:4$ වේ.

නිදසුන 2

A, B හා C ද්‍රව්‍ය තුනක් මගින් යම් මිශ්‍රණයක් සකස් කරන අයුරු සළකමු.
මෙහි දී $A:B=2:3$ අනුපාතයට ද, $B:C=6:8$ අනුපාතයට ද මිශ්‍ර කරනු ලැබේ.
A , B හා C අතර අනුපාතය සොයන්න.

A	:	B	:	C
2	:	3		
		6	:	8

අනුපාත දෙකෙහි B ප්‍රමාණයන් අතර සම්බන්ධය සළකමු. මෙහි දී පළමුවැන්නේ B ගේ ප්‍රමාණය මෙන් දෙගුණයක් දෙවැන්නේ B ගේ ඇත. අනුපාත දෙකෙහි B ගේ ප්‍රමාණයන් එකම අගයකට ගැනීමෙන් මේ ද්‍රව්‍ය තුන අතර පවත්නා අනුපාතය සොයා ගත හැකි වේ. ඒ සඳහා පළමුවැන්නේ A , B රාශින් දෙක අතර අනුපාතයන් 2න් ගුණ කර තුල්‍ය අනුපාතයක් ගත් විට දෙවැන්නේ B ගේ අනුපාතයට සමාන වේ.

A	:	B	:	C
2	:	3		
2×2	:	3×2		
4	:	6		
		6	:	8

දැන් අනුපාත දෙකේ ම B ගේ ප්‍රමාණ එකම අගයක් ගනී. ඒ අනුව A , B හා C අතර සංයුක්ත අනුපාතය පහත පරිදි ලිවිය හැකි ය.

$A : B : C = 4 : 6 : 8$ වේ. එය $2 : 3 : 4$ ලෙස සරලම ආකාරයෙන් දැක්විය හැකි ය.

14.4 අභ්‍යාසය

1. බෙහෙත් තෙල් වර්ගයක් සෑදීමේදී පොල් තෙල් හා තල තෙල් $3 : 2$ අනුපාතයෙන් ද තල තෙල් හා කොහොඹ තෙල් $3 : 4$ අනුපාතයෙන් ද මිශ්‍ර කරයි නම් බෙහෙත් තෙල් මිශ්‍රණයේ ඇති තෙල් වර්ග අතර අනුපාතය ගණනය කරන්න.

2. සත්ව ගොවිපලක බැටළුවන්, එළුවන් හා ගවයන් සිටී. බැටළුවන් හා එළුවන් අතර අනුපාතය $3 : 2$ වන අතර එළුවන් හා ගවයන් අතර අනුපාතය $4 : 5$ වේ. ගොවිපලේ සිටින සත්වයන් අතර අනුපාතය සොයන්න. ගොවිපලේ සිටින බැටළුවන් ගණන 42ක් නම් අනෙක් සතුන් ගණන වෙන වෙන ම සොයා ගොවිපලේ සිටින මුළු සතුන් ගණන සොයන්න.

3. විශ්ව විද්‍යාලයක පළමු වසර, දෙවන වසර සහ තුන්වන වසරවල සිසුන් සඳහා වර්ෂයකට මුදල් වෙන් කිරීමේදී පළමු වසර සහ දෙවන වසරවල සිසුන් වෙනුවෙන් $3 : 2$ අනුපාතයට ද දෙවන වසර සහ තුන්වන වසර සිසුන් වෙනුවෙන් $6 : 5$ අනුපාතයට ද මුදල් වෙන් කරයි. එක්තරා වර්ෂයක දී තුන්වන වසර සිසුන් සඳහා වෙන් කරන ලද මුදල රුපියල් මිලියන 10ක් විය. එම වර්ෂයේ විශ්ව විද්‍යාලයට වෙන් කළ මුළු මුදල කොපමණ ද?

4. පෞද්ගලික ආයතනයක සේවකයින් A , B හා C ලෙස කාණ්ඩ 3කට වෙන් කර ඇත. ඔවුන්ගෙන් A හා B සේවකයින්ගේ දිනක වැටුප අතර අනුපාතය $3 : 2$ වන අතර B හා C සේවකයින්ගේ දිනක වැටුප අතර අනුපාතය $4 : 5$ වේ.
   (i) A, B හා C සේවකයින්ගේ දිනක වැටුප අතර අනුපාතය සොයන්න.
   (ii) එක්තරා මාසයක A කාණ්ඩයේ සේවකයින් සඳහා වැටුප වශයෙන් ගෙවූ මුදල රු. 64 800ක් නම් එම මාසයේ සියලු දෙනා ම සඳහා වැටුප් වෙනුවෙන් ගෙවූ මුදල කොපමණ ද?

5. එකම පවුලේ x , y හා z සහෝදරයන් තුන්දෙනෙක් ජපානයේ සේවයේ යෙදී සිටී. එම තුන්දෙනා එක් මාසයක දී පියාට මුදල් එවීමේදී x හා y යන දරුවන් දෙදෙනා $5 : 3$ අනුපාතයට ද y හා z යන දරුවන් දෙදෙනා $4 : 1$ අනුපාතයට ද මුදල් එවයි.
   (i) x , y හා z එවූ මුදල් අතර අනුපාතය සොයන්න.
   (ii) x සහෝදරයා මාසයකදී එවන මුදල රු. 250 000ක් නම් අනෙක් දෙදෙනා එවන ලද මුදල් ප්‍රමාණ වෙන වෙන ම සොයන්න.

14.5 දෙනු ලබන ප්‍රමාණයක් අනුපාත භාවිතයෙන් කොටස්වලට බෙදා දැක්වීම

සටහන

- මෙහිදි, දී ඇති අනුපාතය සරල ම ආකාරයෙන් නොමැති විට එම අනුපාතය සරල ම ආකාරයට පත් කර ගන්න.
- තව ද දී ඇති අනුපාතයට දී ඇති මුළු ප්‍රමාණ හරියට ම බෙදෙන්නේ දැයි බැලීම සඳහා බෙදීමෙන් ලැබෙන කොටස් එකතු කර මුළු ප්‍රමාණය ලැබේදැයි බලන්න.

නිදසුන 1

පලතුරු බීම වර්ගයක් සෑදීමේදී අඹ, දොඩම්, අන්නාසි යුෂ $3:4:7$ අනුපාතයට මිශ්‍ර කරයි. එම මිශ්‍රණයෙන් $56\ l$ක් සාදා ගැනීමට එක් එක් වර්ගයෙන් ගත යුතු යුෂ ප්‍රමාණ සොයන්න.

අඹ, දොඩම් හා අන්නාසි යුෂ වර්ග තුන එකතු කළ අනුපාතය $= 3:4:7$

අනුපාතයන්ගේ එකතුව $= 14$

අඹ, දොඩම් හා අන්නාසි යුෂ වර්ග තුනේ කොටස් අතර අනුපාතය $= \frac{3}{14} : \frac{4}{14} : \frac{7}{14}$

මිශ්‍රණයේ මුළු ප්‍රමාණය $= 56\ l$

අඹ යුෂ ප්‍රමාණය $= \frac{3}{\cancel{14}_1} \times \cancel{56}^4\ l$

$= 12\ l$

දොඩම් යුෂ ප්‍රමාණය $= \frac{4}{\cancel{14}_1} \times \cancel{56}^4\ l$

$= 16\ l$

අන්නාසි යුෂ ප්‍රමාණය $= \frac{7}{\cancel{14}_1} \times \cancel{56}^4\ l$

$= 28\ l$

නිදසුන 2

විද්‍යායතන පිරිවෙණක උසස් පෙළ විද්‍යා, කලා හා වාණිජ යන විෂය ධාරා සඳහා සිසුන් තෝරා ගෙන ඇත්තේ පිළිවෙළින් $2:4:3$ යන අනුපාතයෙනි. බඳවා ගත් මුළු සිසුන් ගණන 270ක් නම් එක් එක් විෂය ධාරාවට බඳවා ගත් සිසුන් ගණන වෙන වෙන ම සොයන්න.

විද්‍යා, කලා හා වාණිජ විෂය ධාරා සඳහා සිසුන් තෝරා ගත් අනුපාතය = 2 : 4 : 3

අනුපාතයන්ගේ එකතුව = 9

බඳවා ගත් මුළු සිසුන් ගණන = 270

විෂය ධාරා තුන සඳහා බඳවා ගත් සිසුන් අතර අනුපාතය = $\frac{2}{9} : \frac{4}{9} : \frac{3}{9}$

විද්‍යා විෂය ධාරාවට බඳවා ගත් සිසුන් ගණන = $\frac{2}{\cancel{9}_1} \times \overset{30}{\cancel{270}} = 60$

කලා විෂය ධාරාවට බඳවා ගත් සිසුන් ගණන = $\frac{4}{\cancel{9}_1} \times \overset{30}{\cancel{270}} = 120$

වාණිජ විෂය ධාරාවට බඳවා ගත් සිසුන් ගණන = $\frac{3}{\cancel{9}_1} \times \overset{30}{\cancel{270}} = 90$

14.5 අභ්‍යාසය

1. ගොවියන් තුන් දෙනෙක් අතර බිත්තර වී බුසල් 312ක් 3 : 4 : 6 යන අනුපාතයට බෙදා දුන් විට එක් එක් අයට ලැබෙන ප්‍රමාණ වෙන වෙන ම සොයන්න.

2. මිතුරන් තුන් දෙනෙක් පිළිවෙළින් රු. 500 000, රු. 300 000 හා රු. 200 000ක් යොදා ව්‍යාපාරයක් ඇරඹූහ. වසර අවසානයේ දී ඔවුන්ගේ ලැබූ ලාභය වන රු. 750 000ක් මුදල් යෙදූ අනුපාතය අනුව බෙදා ගැනීමට තීරණය කරන ලදි. එක් එක් අයට ලැබිය යුතු මුදල් ප්‍රමාණය වෙන වෙන ම සොයන්න.

3. සහෝදරයින් තුන් දෙනෙකුට අයිති ඉඩම් ප්‍රමාණයන් පිළිවෙළින් ඉඩමේ විශාලත්වය අනුව පර්චස් 30, පර්චස් 45 හා පර්චස් 60 වේ. එම ඉඩම්වල වගා කටයුතු සඳහා රජයෙන් රු. 1800 000ක මුදලක් ඉඩම් ප්‍රමාණයන් අනුව බෙදා ගැනීමට ලබා දෙන ලදි. එක් එක් සහෝදරයාට ලැබෙන මුදල් ප්‍රමාණයන් වෙන වෙන ම සොයන්න.

4. පිරිවෙණක පන්ති තුනක සිටින ශිෂ්‍ය සංඛ්‍යා පිළිවෙළින් 12, 18, 15 විය. එම ශිෂ්‍ය ශිෂ්‍යාවන් සඳහා රු. 90 000ක ආධාර මුදලක් බෙදා දෙන ලදි. එක් එක් පන්තියට ලැබුණු මුදල් ප්‍රමාණ සොයන්න.

5. ත්‍රිපෝෂ ආහාර පැකට්ටුවක තිරිඟු, කඩල සහ සෝයා මිශ්‍ර කර ඇත්තේ 1 : 2 : 3 අනුපාතයට ය. ත්‍රිපෝෂ 720 gක ඇති තිරිඟු, කඩල හා සෝයා ප්‍රමාණ වෙන වෙන ම සොයන්න.

සාරාංශය

- අනුලෝම සමානුපාත ආශ්‍රිත ගැටලු ඒකීය ක්‍රමය හෝ සමානුපාත ක්‍රමය යන ක්‍රම මගින් විසඳිය හැකි ය.
- අනුපාතයට අයත් වන පද එකම සංඛ්‍යාවෙන් ගුණ කිරීමෙන් හෝ බෙදීමෙන් එම අනුපාතයට තුල්‍ය වූ අනුපාත ලබා ගත හැකි ය.

15 සරල සමීකරණ

මෙම පාඩම අධ්‍යයනය කිරීමෙන් ඔබට,
- වරහන් සහිත සරල සමීකරණ ගොඩනැගීමට,
- වරහන් සහිත සරල සමීකරණ විසඳීමට,
- වීජීය භාග සහිත සරල සමීකරණ විසඳීමට

හැකියාව ලැබේ.

2 ශ්‍රේණියේදී සරල සමීකරණ පිළිබඳ අපි මූලික අවබෝධය ලබා ඇත්තෙමු. එම උගත් කරුණු සිහිපත් කර ගනිමින් පහත පුනරීක්ෂණ අභ්‍යාසයේ යෙදෙන්න.

පුනරීක්ෂණ අභ්‍යාසය

1. විසඳන්න.

(i) $x + 1 = 3$ (ii) $a + 3 = 4$ (iii) $q + 2 = 11$

(iv) $r + 4 = 7$ (v) $m - 2 = 3$ (vi) $k - 1 = 4$

(vii) $x - 7 = 1$ (viii) $y - 6 = 2$ (ix) $2x = 6$

(x) $3m = 9$ (xi) $\frac{x}{4} = 5$ (xii) $\frac{a}{8} = 1$

(xiii) $2x + 3 = 5$ (xiv) $4x - 6 = 8$ (xv) $\frac{3k}{4} - 2 = 1$

15.1 වරහන් සහිත සරල සමීකරණ ගොඩනැගීම

වරහන් සහිත සරල සමීකරණ ගොඩනැගීම පහත නිදසුන් ඇසුරින් අධ්‍යයනය කරමු.

නිදසුන 1

x නම් සංඛ්‍යාවට 2ක් එකතු කර ලැබෙන පිළිතුර 3න් ගුණ කළ විට 12 ලැබේ. මෙම තොරතුරු ඇසුරෙන් සරල සමීකරණයක් ගොඩනගන අයුරු විමසා බලමු.

xට 2ක් එකතු වූ විට $x + 2$ වේ.
ලැබෙන පිළිතුර 3න් ගුණ කළ විට $(x + 2) \times 3$, මෙය $3\,(x + 2)$ ලෙස ලිවිය හැකි ය.
පිළිතුර 12 නිසා, $3\,(x + 2) = 12$වේ.

මෙය ඉහත තොරතුරුවලට අදාළ ව ගොඩනගන ලද සරල සමීකරණයයි.

නිදසුන 2

ජනක ළඟ ඇති මුදලට රු. 50ක් එකතු කර 5න් ගුණ කළ විට එය මා ළඟ ඇති රු. 1000ට සමාන වේ. මෙම තොරතුරුවලට අදාළ සරල සමීකරණය පහත පරිදි ගොඩනගමු.

ජනක ළඟ ඇති මුදල y නම්, ජනක ළඟ ඇති මුදලට රු. 50ක් එකතු කළ විට $y + 50$ වේ.
එහි පස් ගුණය $5\ (y + 50)$ වේ.
එය මා ළඟ ඇති මුදල වන රු. 1000ට සමාන නිසා,
$5\ (y + 50) = 1000$
මෙය ඉහත තොරතුරුවලට අදාළ ව ගොඩනගන ලද සරල සමීකරණයයි.

නිදසුන 3

a නම් සංඛ්‍යාවෙන් 3ක් අඩු කර දෙකෙන් බෙදූවිට 5ක් ලැබේ. මෙම තොරතුරුවලට අදාළ සරල සමීකරණය ගොඩනගමු.

a සංඛ්‍යාවෙන් 3ක් අඩු කළ විට $a - 3$ වේ. එය 2න් බෙදූ විට $\frac{a-3}{2}$ වේ.
එය 5ට සමාන නිසා, $\frac{a-3}{2} = 5$ වේ.

15.1 අභ්‍යාසය

1. පහත එක් එක් අවස්ථාවලට අදාළ සරල සමීකරණ ගොඩනගන්න. ඒ ඒ අවස්ථාවට සුදුසු අඥාතයක් යොදා ගන්න.

   (i) සංඛ්‍යාවකට 3ක් එකතු කර එය 2න් ගුණ කළ විට පිළිතුර ලෙස 14 ලැබේ.

   (ii) අඹ ගෙඩියක මිලට රු. 20ක් එකතු කර එහි තුන් ගුණය ගත් විට, එය අන්නාසි ගෙඩියක මිල වන රු.150ට සමාන වේ.

   (iii) සුමන හිමියන් සතුව තිබූ මුදලින් රු. 250ක් වියදම් කළ පසු ඉතිරි වූ මුදලේ සිව් ගුණය රු.3000ක් විය.

   (iv) පොත් පෙට්ටියකට තවත් පොත් 3ක් එකතු කර එම පොත් පස් දෙනෙක් අතර බෙදූ විට එක් අයෙකුට පොත් 4 බැගින් ලැබේ.

   (v) සාංඝික දානයක දී එක් ස්වාමීන් වහන්සේ නමක් වෙනුවෙන් එකම වටිනාකමින් යුත් පිරිකර පාර්සලයක් සහ රු.500ක් බැගින් පූජා කරන ලදි. ස්වාමීන් වහන්සේලා 7 නමක් වෙනුවෙන් වැය කරන ලද මුළු මුදල රු.17 500කි.

   (vi) නිවාඩු ලබා ගෙන සිටි කාර්යාල සේවකයින් 7 දෙනෙක් වෙනුවෙන් හදිසි දැනුම්දීමක් සඳහා විදුලි පණිවුඩ යැවීමට අවශ්‍ය විය. විදුලි පණිවුඩයක ස්ථාවර ගාස්තුව රු. 30කි. අමතරව එක් වචනයක් වෙනුවෙන් රු. 2 බැගින් අය කරයි. සේවකයින් 7 දෙනා වෙනුවෙන් එකම පණිවුඩය යැවූ අතර ඒ වෙනුවෙන් රු.308ක් වැය විය.

15.2 වරහන් සහිත සරල සමීකරණ විසඳීම

වරහන් සහිත වීජීය ප්‍රකාශනවල වරහන් ඉවත් කර සුළු කරන අයුරු මින් පෙර උගෙන ඇත. සරල සමීකරණයක් විසඳීමේ දී සිදු වනුයේ සමීකරණයේ දැක්වෙන අඥාතය සඳහා ගැළපෙන අගයක් සෙවීම වේ. අඥාත සඳහා ගැළපෙන අගය ලබා ගැනීම සඳහා සරල සමීකරණ විසඳන ආකාරය මින් පෙර උගෙන ඇත. වරහන් සහිත සරල සමීකරණ විසඳන ආකාරය පහත නිදසුන් මගින් විමසා බලමු.

නිදසුන 1

$3(x + 1) = 6$ සමීකරණය විසඳන්න.

$3(x + 1) = 6$, මෙසේ විස්තර කළ හැකි ය. xට එකක් එකතු කිරීමෙන් ලැබෙන අගය තුනෙන් ගුණ කළ විට 6 ලැබේ යන්නයි. මෙහි දී සිදු කර ඇති ගණිත කර්ම අනුපිළිවෙළ වන්නේ,

(i) එකක් එකතු කිරීම.
(ii) තුනෙන් ගුණ කිරීම.

සමීකරණ විසඳීමේදී අවසානයට කරන ලද ගණිත කර්මයට ප්‍රතිවිරුද්ධ ගණිත කර්මය (ගුණ කිරීම කළේ නම් බෙදීම) ප්‍රථමයෙන් ද මුලින් කරන ලද ගණිත කර්මයට ප්‍රතිවිරුද්ධ ගණිත කර්මය (එකතු කිරීම සිදු කළේ නම් අඩු කිරීම.) ඉන් පසුව ද සිදු කළ යුතු වේ.

$3(x + 1) = 6$

$\frac{3(x + 1)}{3} = \frac{6}{3}$ (දෙපස ම 3න් බෙදීම)

$x + 1 = 2$

$x + 1 - 1 = 2 - 1$ (දෙපසින් ම 1ක් අඩු කිරීම)

$x = 1$

$\therefore$ විසඳුම $x = 1$ වේ.

වරහන් ඉවත් කරමින් ද මෙම සමීකරණය විසඳිය හැකි ය.

$3(x + 1) = 6$

$3x + 3 = 6$ (වරහනට පිටතින් වූ 3න් ගුණ කර වරහන් ඉවත් කිරීම)

$3x + 3 - 3 = 6 - 3$ (දෙපසින් ම 3ක් අඩු කිරීම)

$3x = 3$

$\frac{3x}{3} = \frac{3}{3}$ (දෙපස ම 3න් බෙදීම)

$x = 1$

$\therefore$ විසඳුම $x = 1$ වේ.

නිදසුන 2

$5(p-4)+3=23$ විසඳන්න.

මෙහි යෙදී ඇති ගණිත කර්මවල අනුපිළිවෙළ වන්නේ,

(i) හතරක් අඩු කිරීම.

(ii) පහෙන් ගුණ කිරීම.

(iii) තුනක් එකතු කිරීම.

අවසානයට කරන ලද ගණිත කර්මයට ප්‍රතිවිරුද්ධ ගණිත කර්මය ප්‍රථමයෙන් ද ඉන් පසුව අනෙක් ගණිත කර්මයට ප්‍රතිවිරුද්ධ ගණිත කර්මය ද සිදු කර අවසානයට මුලින් කරන ලද ගණිත කර්මයට ප්‍රතිවිරුද්ධ ගණිත කර්මය සිදු කළ යුතු වේ.

$$5(p-4)+3=23$$

$$5(p-4)+3-3=23-3 \quad \text{(දෙපසින් ම 3ක් අඩු කිරීම)}$$

$$5(p-4)=20$$

$$\frac{5(p-4)}{5}=\frac{20}{5} \quad \text{(දෙපස ම 5න් බෙදීම)}$$

$$p-4=4$$

$$p-4+4=4+4 \quad \text{(දෙපසට ම 4ක් එකතු කිරීම)}$$

$$p=8$$

$\therefore$ විසඳුම $p=8$ වේ.

මෙම සමීකරණය තවත් ක්‍රමයකින් විසඳන ආකාරය බලමු.

$$5(p-4)+3=23$$

$$5(p-4)+3-3=23-3 \quad \text{(දෙපසින් ම 3ක් අඩු කිරීම)}$$

$$5(p-4)=20$$

$$5p-20=20 \quad \text{(වරහනට පිටතින් වූ 5න් ගුණ කිරීම)}$$

$$5p-20+20=20+20 \quad \text{(දෙපසට ම 20ක් එකතු කිරීම)}$$

$$5p=40$$

$$\frac{5p}{5}=\frac{40}{5} \quad \text{(දෙපස ම 5න් බෙදීම)}$$

$$p=8$$

$\therefore$ විසඳුම $p=8$ වේ.

නිදසුන 3

$3(k-7)+4k=7$ විසඳන්න.

$$3(k-7)+4k=7$$

$$3k-21+4k=7 \quad \text{(වරහන 3න් ගුණ කිරීම)}$$

$$7k-21=7 \quad \text{(සජාතීය පද එකතු කිරීම)}$$

$$7k-21+21=7+21 \quad \text{(දෙපසට ම 21ක් එකතු කිරීම)}$$

$$7k=28$$

$$\frac{7k}{7}=\frac{28}{7} \quad \text{(දෙපස ම 7න් බෙදීම)}$$

$$k=4$$

$\therefore$ විසඳුම $k=4$ වේ.

15.2 අභ්‍යාසය

1. පහත දැක්වෙන සමීකරණ විසඳන්න.

(i) $2(x + 1) = 6$
(ii) $3(a + 2) = 12$
(iii) $5(a + 4) = 30$
(iv) $7(k + 1) = 21$
(v) $3(x - 4) = 3$
(vi) $10(p - 2) = 50$
(vii) $6(m - 3) = 18$
(viii) $7(k - 2) = 28$
(ix) $2(x + 1) + 3 = 9$
(x) $4(p + 2) + 1 = 13$
(xi) $3(m - 4) + 4 = 1$
(xii) $7(a - 5) + 2 = 37$
(xiii) $2(m - 4) + 3m = 12$
(xiv) $16 + 3(y - 1) = 7$
(xv) $7(p - 3) - 14 = 2p$

15.3 වීජීය භාග සහිත සරල සමීකරණ විසඳීම

සරල සමීකරණ තුළ වීජීය භාග දක්නට ලැබෙන අවස්ථා ද ඇත. එවන් අවස්ථාවලදී සරල සමීකරණ විසඳන අයුරු පහත නිදසුන් මගින් පැහැදිලි කර ගනිමු.

නිදසුන 1

$\frac{a}{3} + 2 = 4$ සමීකරණය විසඳන්න.

මෙහි දී ගණිත කර්ම සිදු කර ඇති අනුපිළිවෙළ,
(i) තුනෙන් බෙදීම.
(ii) දෙකක් එකතු කිරීම.

$$\frac{a}{3} + 2 = 4$$

$$\frac{a}{3} + 2 - 2 = 4 - 2 \quad \text{(දෙපසින් ම 2ක් අඩු කිරීම)}$$

$$\frac{a}{3} = 2$$

$$\frac{a}{3} \times 3 = 2 \times 3 \quad \text{(දෙපස ම 3න් ගුණ කිරීම)}$$

$$a = 6$$

$\therefore$ විසඳුම $a = 6$ වේ.

නිදසුන 2

$\frac{k}{2} - 4 = 1$ විසඳන්න.

$$\frac{k}{2} - 4 = 1$$

$$\frac{k}{2} - 4 + 4 = 1 + 4 \quad \text{(දෙපසට ම 4ක් එකතු කිරීම)}$$

$$\frac{k}{2} = 5$$

$$\frac{k}{2} \times 2 = 5 \times 2 \quad \text{(දෙපස ම 2න් ගුණ කිරීම)}$$

$$k = 10$$

∴ විසඳුම $k = 10$ වේ.

නිදසුන 3

$\frac{x}{4} - \frac{x}{6} = 1$ විසඳන්න.

4 හා 6හි කුඩා ම පොදු ගුණාකාරය (කු.පො.ගු) 12 නිසා වීජීය භාග දෙකෙහි හරය 12 ලෙස සකස් කර ගත යුතු වේ. එවිට,

$$\frac{x}{4} - \frac{x}{6} = 1$$

$$\frac{3x - 2x}{12} = 1 \quad \text{(පොදු හරය ගැනීම)}$$

$$\frac{x}{12} = 1$$

$$\frac{x}{12} \times 12 = 1 \times 12 \quad \text{(දෙපස ම 12න් ගුණ කිරීම)}$$

$$x = 12$$

∴ විසඳුම $x = 12$ වේ.

$$\frac{x}{4} = \frac{x \times 3}{4 \times 3} = \frac{3x}{12}$$

$$\frac{x}{6} = \frac{x \times 2}{6 \times 2} = \frac{2x}{12}$$

15.3 අභ්‍යාසය

1. පහත දැක්වෙන සමීකරණ විසඳන්න.

(i) $\frac{x}{2} + 1 = 3$ (ii) $\frac{y}{3} + 2 = 5$ (iii) $\frac{a}{5} + 4 = 7$

(iv) $\frac{b}{4} + 5 = 3$ (v) $\frac{k}{2} - 1 = -4$ (vi) $\frac{m}{3} - 7 = -10$

(vii) $\frac{3}{2} + \frac{x}{2} = 1$ (viii) $\frac{3}{4} - \frac{a}{2} = 2$ (ix) $\frac{k}{2} - \frac{k}{3} = 6$

(x) $\frac{m-2}{4} = 1$ (xi) $\frac{2y-3}{5} = 1$ (xii) $2\left(\frac{k}{3} - 1\right) = 4$

(xiii) $\frac{2-3x}{3} - 2 = -6$ (xiv) $\frac{3}{x} - \frac{2}{x} = 5$ (xv) $\frac{4}{3a} - \frac{2}{a} = 1$

16 ප්‍රතිශත

මෙම පාඩම අධ්‍යයනය කිරීමෙන් ඔබට,
- ලාභය හෝ අලාභය හඳුනා ගෙන ඒවා ගණනය කිරීමට,
- ලාභ හෝ අලාභ ප්‍රතිශත ගණනය කිරීමට,
- ලාභ අලාභ ප්‍රතිශතය දී ඇති විට ගත් මිල හෝ විකිණූ මිල සෙවීමට,
- වට්ටම යන්න අවබෝධ කර ගැනීමට,
- වට්ටම් ගණනය කිරීමට,
- කොමිස් පිළිබඳ අවබෝධයක් ලබා ගැනීමට,
- කොමිස් මුදල් ගණනය කිරීමට

හැකියාව ලැබේ.

ප්‍රතිශතයක් යනු හරය 100ක් වූ භාගයක් බවත් එය % ලකුණ සහිතව ලිවීමටත් භාග සංඛ්‍යාවලට අනුරූප ප්‍රතිශත සෙවීමටත් ඔබ මීට පෙර උගෙන ඇත. එය නැවතත් සිහිපත් කර ගැනීමට පහත පුනරීක්ෂණ අභ්‍යාසයේ යෙදෙන්න.

පුනරීක්ෂණ අභ්‍යාසය

1. පහත දී ඇති භාග, ප්‍රතිශත ලෙස ප්‍රකාශ කරන්න.

   (i) $\frac{7}{10}$ (ii) $\frac{25}{20}$ (iii) $\frac{3}{5}$ (iv) $\frac{8}{15}$ (v) $\frac{9}{12}$

2. පහත දී ඇති දශම සංඛ්‍යා, ප්‍රතිශත ලෙස දක්වන්න.

   (i) 0.5 (ii) 0.75 (iii) 1.4 (iv) 3.25 (v) 0.43

3. පහත දී ඇති ප්‍රතිශත, භාග සංඛ්‍යා ලෙස සරල ම ආකාරයෙන් දක්වන්න.

   (i) 25% (ii) 45% (iii) 18% (iv) 80% (v) 160%

4. අඹ ගෙඩි 20න් 8ක් ඉදුණු අඹ ගෙඩි වේ. ඉතිරි අඹ අමු ය.

   (i) මෙම අඹ ගොඩේ අමු අඹ ගෙඩි කීයක් තිබේ ද?

   (ii) ඉදුණු අඹ ගෙඩි ගණන මුළු අඹ ගෙඩි ගණනේ භාගයක් ලෙස ප්‍රකාශ කරන්න.

   (iii) ඉදුණු අඹ ප්‍රමාණය ප්‍රතිශතයක් ලෙස දක්වන්න.

5. පුස්තකාලයක ඇති පොත්වලින් හරි අඩක් නවකතා පොත් ය. නවකතා පොත් ප්‍රමාණය මුළු පොත් ප්‍රමාණයේ ප්‍රතිශතයක් ලෙස දක්වන්න.

6. රු.5000න් 20 % ක් කීය ද?

7. එක්තරා බීම බෝතලයක බීම 1500 mlක් ඇත. එයින් 72 %ක් පලතුරු යුෂ වන අතර ඉතිරිය ජලය වේ. එම බීම බෝතලය නිපදවීමට යොදා ගෙන ඇති පලතුරු යුෂ ප්‍රමාණය කොපමණ ද?

8. ටැංකියක ධාරිතාව 2500 lකි. එහි ධාරිතාවෙන් 20 %ක් ජලය පිරී ඇත. ටැංකියේ තිබෙන ජල පරිමාව ලීටරවලින් සොයන්න.

9. පාසලක සිටින ළමයින්ගෙන් 48 %ක් පිරිමි ළමයින් ය. එම පාසලේ ගැහැණු ළමයින් ගණන 1040ක් නම් පාසලේ සිටින මුළු ළමයි ගණන සොයන්න.

10. මිනිසෙක් ගමනකින් 5 % ක් දුර පයින් ගමන් කරයි. පයින් ගමන් කරන දුර 400 m නම් ගමනේ මුළු දුර km වලින් සොයන්න.

11. (i) රුපියල් 3500න් 12 %ක් කීය ද?
(ii) රුපියල් 4850න් 17 %ක් කීය ද?

12. පාසලක සිසුන් 1250ක් සිටී. එයින් 60 %ක් ගැහැණු ළමයින් වේ.
(i) මෙම පාසලේ පිරිමි ළමයින්ගේ ප්‍රතිශතය සොයන්න.
(ii) ගැහැණු ළමයින් කී දෙනෙක් මෙම පාසලේ සිටී ද?
(iii) මෙම පාසලේ සිටින පිරිමි ළමයින් ගණන සොයන්න.

13. මිනිසෙකුගේ මාසික වැටුප රුපියල් 35 000කි. එයින් 5 %ක් තම දරුවන්ගේ අධ්‍යාපනය වෙනුවෙන් වැය කරයි නම් දරුවන්ගේ අධ්‍යාපන කටයුතු වෙනුවෙන් වැය කරන මුදල සොයන්න.

14. යම් කිසි මුදලකින් 80 %ක් රුපියල් 1600කි. මුළු මුදල සොයන්න.

15. ටොෆි පැකට් එකක ඇති ටොෆිවලින් 20%ක් අඹ රස වන අතර ඉතිරි ටොෆි දොඩම් රස ඒවා වේ. මෙම පැකැට්ටුවේ අඹ රස ටොෆි 40ක් තිබේ නම්,
(i) පැකැට්ටුවේ ඇති මුළු ටොෆි ප්‍රමාණය සොයන්න.
(ii) එහි දොඩම් රස ටොෆි කීයක් තිබේ ද?

16. යකඩ හා තඹ මිශ්‍ර කර මිශ්‍ර ලෝහයක් සාදා ගත යුතු වන්නේ එහි බරින් 40 %ක් තඹ අඩංගු වන පරිදි ය. යකඩ 15 kgක් සමග තඹ මිශ්‍ර කර මෙම මිශ්‍ර ලෝහය සාදා ගත් විට එහි බර කොපමණ ද?

16.1 වෙළෙඳපොළ ගනු දෙනු

භාණ්ඩ විකිණීම හා මිල දී ගැනීම සිදුවන ස්ථානය වෙළෙඳපොළ ලෙස හැඳින්වේ. වෙළෙඳපොළක භාණ්ඩ විකුණන පුද්ගලයා වෙළෙන්දා ලෙස ද භාණ්ඩ මිල දී ගන්නා පුද්ගලයා පාරිභෝගිකයා ලෙස ද හඳුන්වයි.

යම් කිසි භාණ්ඩයක් මිල දී ගැනීම සඳහා වෙළෙන්දා වැය කරන මුදල එම භාණ්ඩයේ "ගත් මිල" වේ. නැවත එම භාණ්ඩය වෙනත් පාරිභෝගිකයෙකුට විකුණන විට වෙළෙන්දාට ලැබෙන මුදල "විකුණුම් මිල" වේ. භාණ්ඩයක ගත් මිල හා විකුණුම් මිල අතර ඇතිවන වෙනස මත ලාභ ලැබීම හෝ පාඩු සිදුවීම (අලාභයක් වීම) සිදුවේ.

ලාභය

භාණ්ඩයක විකුණුම් මිල, ගත් මිලට වඩා වැඩි වන විට ලාභයක් ලැබේ. එම ලාභය පහත පරිදි සෙවිය හැකි ය.

ලාභය = විකුණුම් මිල − ගත් මිල

අලාභය

භාණ්ඩයක ගත් මිල එහි විකුණුම් මිලට වඩා වැඩි වන විට අලාභයක් සිදු වේ. එම අලාභය පහත පරිදි සෙවිය හැකි ය.

අලාභය = ගත් මිල − විකුණුම් මිල

පහත නිදසුන ඇසුරෙන් ලාභය හෝ අලාභය සොයන ආකාරය තවදුරටත් සලකා බලමු.

නිදසුන 1

වෙළෙන්දෙක් අඹ ගෙඩි තොගයක් රු. 1500 ට මිල දී ගෙන රු. 1800 ට විකුණනු ලැබේ. මෙම වෙළඳාමෙන් වෙළෙන්දා ලැබූ ලාභය සොයන්න.

අඹ තොගය ගත් මිල = රු. 1500
අඹ තොගයේ විකුණුම් මිල = රු. 1800
ලාභය = විකුණුම් මිල − ගත් මිල
= රු. 1800 − රු. 1500
= රු. 300

නිදසුන 2

වෙළෙන්දෙක් රඹුටන් ගෙඩි 1000ක් ගෙඩියක් රු. 3 බැගින් මිල දී ගෙන ගෙඩි 10ක් රු. 50ට විකුණනු ලැබේ.

(i) රඹුටන් තොගය ගත් මිල සොයන්න.
(ii) රඹුටන් තොගය විකිණීමෙන් වෙළෙන්දාට ලැබෙන මුදල කීය ද?
(iii) වෙළෙන්දා ලබන ලාභය සොයන්න.

(i) රඹුටන් ගෙඩි 1000 මිල දී ගන්නේ ගෙඩියක් රු.3 බැගින් වන බැවින්
ගත් මිල = රු. 3 × 1000
= රු. 3000

(ii) රඹුටන් තොගය විකුණනු ලබන්නේ ගෙඩි 10ක් බැගින් වූ ගොඩවල්වලිනි. එබැවින් පළමුව ගෙඩි 1000 ගෙඩි 10 බැගින් වූ ගොඩවල්වලට බෙදමු.
ගෙඩි 10 බැගින් වූ ගොඩවල් ගණන = 1000 ÷ 10 = 100
මෙම එක් ගොඩක් රු.50ට විකුණන නිසා,
රඹුටන් තොගය විකුණුම් මිල = රු. 50 × 100 = රු. 5000

(iii) වෙළෙන්දා ලබන ලාභය = විකුණුම් මිල − ගත් මිල
= රු. 5000 − රු. 3000
= රු. 2000

නිදසුන 3

එකක් රු. 12 බැගින් මිල දී ගත් බිත්තර 100ක් ගෙන ඒමේ දී 15ක් බිඳී ගොස් තිබුණි. ඉතිරි බිත්තර එකක් රු. 13 බැගින් විකුණන ලදී. මෙම වෙළඳාමෙන් වෙළෙන්දාට සිදු වූ පාඩුව ගණනය කරන්න.

බිත්තර තොගය ගත් මිල = රු. 12 × 100
= රු. 1200

විකුණන ලද බිත්තර ගණන = 100 − 15
= 85

බිත්තර තොගයේ විකුණුම් මිල = රු. 13 × 85
= රු. 1105

සිදු වූ අලාභය = රු. 1200 − රු. 1105
= රු. 95

16.1 අභ්‍යාසය

1. පහත a හා b ලෙස දී ඇති වෙළඳාම් අතුරෙන් වඩාත් වාසිදායක වන්නේ කවර වෙළඳාම දැයි ප්‍රතිශත ඇසුරෙන් පැහැදිලි කරන්න.
   (i) (a) රුපියල් 50ට ගත් පොතක් රුපියල් 60ට විකිණීම.
   (b) රුපියල් 25ට ගත් පෑනක් රුපියල් 35ට විකිණීම.
   (ii) (a) රුපියල් 250ට ගත් කමිසයක් රුපියල් 300ට විකිණීම.
   (b) රුපියල් 400ට ගත් කලිසමක් රුපියල් 450ට විකිණීම.

2. රු.260කට මිල දී ගත් කුඩයක් රු. 320ට විකුණනු ලැබේ. එවිට ලැබෙන ලාභය සොයන්න.

3. පාවහන් නිෂ්පාදකයෙකුට එක් පාවහන් යුගලක් නිපදවීමට රු.375ක් වැය වේ. මෙම පාවහන් යුගලක් රු. 410ට විකුණනු ලැබේ. එවිට නිෂ්පාදකයාට ලැබෙන ලාභය සොයන්න.

4. එළවළු වෙළෙන්දෙක් වම්බටු 1 kgක් රු. 45ට ගොවියාගෙන් මිල දී ගනී. වෙළෙන්දා වම්බටු 1 kgක් රු. 60ට විකුණයි. වම්බටු 1 kgක් විකිණීමෙන් වෙළෙන්දා ලබන ලාභය සොයන්න.

5. වඩු කාර්මිකයෙකුට අල්මාරියක් නිපදවීමට රු. 21 450ක් වැය වේ. එය වෙළෙඳපොළට රැගෙන යාමට තවත් රු. 1250ක් වැය කරයි. ඔහු මෙම අල්මාරිය රු. 30 000කට විකුණනු ලබයි.
   (i) අල්මාරිය සඳහා වැය කළ මුළු මුදල සොයන්න.
   (ii) ඔහුට ලැබෙන ලාභය සොයන්න.

6. වියළි මිරිස් 1 kgක් රු.148 බැගින් 25 kgක් මිලට ගත් වෙළෙන්දෙක් තම නිවසේ පරිභෝජනයට මිරිස් 1 kg ක් තබා ගෙන ඉතිරි මිරිස් තොගය 1 kg රු. 160 බැගින් විකිණුවේ ය.
   (i) මිරිස් තොගය මිල දී ගැනීමට වැය කළ මුදල කීය ද?
   (ii) විකුණන ලද මිරිස් කිලෝ ගණන කීය ද?
   (iii) මිරිස් තොගය විකිණීමෙන් ඔහුට ලැබෙන මුදල සොයන්න.
   (iv) මෙම වෙළඳාමෙන් වෙළෙන්දා ලබන ලාභය සොයන්න.

7. රු. 470කට ගත් මේස රෙද්දක් රු. 380කට විකිණීමෙන් සිදුවන අලාභය සොයන්න.

8. අමුද්‍රව්‍ය මිල දී ගැනීමට රු. 825ක් වැය වන අත් බෑගයක් නිෂ්පාදනය කර වෙළෙඳපොළට ගෙන යාමට තවත් රු. 20ක් වැය කළ යුතු ය. මෙම වර්ගයේ බෑගයක් විකුණා ගත හැකි වූයේ රු. 800ට නම් එක් බෑගයක් විකිණීමෙන් සිදුවන අලාභය සොයන්න.

9. එකක් රු. 13 බැගින් මිල දී ගත් උළු කැට 1500ක් ප්‍රවාහනය කරන අතරතුර උළු කැට 25ක් කැඩී ගොස් තිබුණි. ඉතිරි උළු කැට තොගය රු. 17 500කට විකුණන ලදී. මෙවිට සිදු වූ අලාභය සොයන්න.

10. භාණ්ඩයක් රු. 2350ට විකිණීම නිසා රු. 120ක් ලාභයක් ලැබුණි. එය ගත් මිල සොයන්න.

11. ජංගම දුරකථනයක් රු. 3500කට මිල දී ගෙන එය රු. 200ක ලාභයක් තබා ගෙන විකුණන ලදී. ජංගම දුරකථනය විකුණූ මිල සොයන්න.

12. යතුරු පැදියක් රු. 175 000කට මිල දී ගත් අතර එය ආපසු විකිණීමේ දී රු. 3500ක අලාභයක් සිදු විය. යතුරු පැදිය විකුණූ මිල සොයන්න.

13. පරිගණකයක් රු. 23 500ට විකුණූ විට රු. 2300ක අලාභයක් වේ. පරිගණකයේ ගත් මිල සොයන්න.

16.2 ලාභ අලාභ ප්‍රතිශත

වෙළෙඳපොළ ගනුදෙනුවක දී ලාභයක් හෝ අලාභයක් සිදුවන අවස්ථා හඳුනා ගැනීමටත් සිදු වූ ලාභය හෝ අලාභය ගණනය කිරීමටත් අපට දැන් හැකියාව ඇත. මීළඟට ලාභයේ හෝ අලාභයේ ප්‍රතිශතය සොයන අයුරු සලකා බලමු. පෙර පරිදි පළමුව ලාභය හෝ අලාභය සොයා එම ලාභය හෝ අලාභය ගත් මිලෙහි භාගයක් ලෙස දක්වමු. ඉන්පසු එම භාගය 100% න් ගුණ කළ විට ප්‍රතිශතය ලැබේ.

නිදසුන 1

රු. 400ට ගත් පිඟන් කට්ටලයක් රු. 460ට විකිණීමෙන් ලැබෙන ලාභයේ ප්‍රතිශතය සොයන්න.

පිඟන් කට්ටලය ගත් මිල = රු. 400

පිඟන් කට්ටලය විකුණූ මිල = රු. 460

ලැබූ ලාභය = රු. 460 − රු. 400 = රු. 60

ලැබූ ලාභය ගත් මිලෙන් භාගයක් ලෙස $= \frac{60}{400}$

$= \frac{3}{20}$

ලාභ ප්‍රතිශතය $= \frac{3}{20} \times 100\% = 15\%$

16.2 අභ්‍යාසය

1. රු. 500ට ගත් අත් ඔරලෝසුවක් රු. 550කට විකිණීම නිසා ලැබෙන ලාභයේ ප්‍රතිශතය සොයන්න.

2. එකක් රු. 12 බැගින් මිලට ගත් අඹ ගෙඩි 100ක් ගෙඩියක් රු. 15 බැගින් විකිණීමෙන් ලැබෙන ලාභයේ ප්‍රතිශතය සොයන්න.

3. රු.1800ක් වැය කර එකක් රු. 15 බැගින් මිල දී ගත් බිත්තර තොගයක් වෙළෙඳපොළට ගෙන යන විට 10ක් බිඳී තිබුණි. ඉතිරි බිත්තර තොගය එකක් රු. 18 බැගින් විකුණන ලදී.
   (i) මිලට ගත් බිත්තර ගණන කීය ද?
   (ii) බිත්තර තොගය විකිණීම නිසා ලැබෙන මුළු මුදල සොයන්න.
   (iii) ලැබෙන ලාභය සොයන්න.
   (iv) මෙම ලාභය ප්‍රතිශතයක් ලෙස දක්වන්න.

4. ගෙඩියක් රු. 18 බැගින් පොල්ගෙඩි 1200ක් මිලට ගත් වෙළෙන්දෙක් ඒවා වෙළෙඳපොළට ගෙන යාමට තවත් රු. 2400ක් වැය කළේ ය. වෙළෙන්දා මෙම පොල් තොගය ගෙඩියක් රු. 28 බැගින් විකුණන ලදී.
   (i) පොල් තොගය ගත් මිල සොයන්න.
   (ii) පොල් තොගය විකිණීමෙන් ලද මුදල සොයන්න.
   (iii) වෙළෙන්දා ලැබූ ලාභය සොයන්න.
   (iv) එම ලාභයේ ප්‍රතිශතය සොයන්න.

5. මිනිසෙක් රුපියල් 125 000ට මිල දී ගත් යතුරු පැදියක් රුපියල් 120 000කට විකුණනු ලැබේ. එවිට සිදුවන අලාභයේ ප්‍රතිශතය ගණනය කරන්න.

6. පුද්ගලයෙකු රුපියල් 75 000ට මිල දී ගත් ඉඩමක් රුපියල් 85 000ට විකුණන ලදි. මෙම විකිණීමෙන් ලැබෙන ලාභයේ ප්‍රතිශතය සොයන්න.

16.3 ලාභයේ හෝ අලාභයේ ප්‍රතිශතය අනුව විකුණුම් මිල සෙවීම

ලාභයේ හෝ අලාභයේ ප්‍රතිශතය දී ඇති විට භාණ්ඩයක විකුණුම් මිල සොයන අයුරු පහත නිදසුන්වලින් පැහැදිලි කර ඇත.

නිදසුන 1

රු. 400ට ගත් භාණ්ඩයක් 5%ක ලාභයක් තබා ගෙන විකිණීමට තීරණය කර ඇත. එය විකිණිය යුතු මිල සොයන්න.

I ක්‍රමය

භාණ්ඩය ගත් මිල = රු. 400
ලාභ ප්‍රතිශතය = 5%
∴ ලාභය = රු. 400 න් 5%
$= 400 \times \frac{5}{100} =$ රු.20

විකිණිය යුතු මිල = රු. 400 + රු. 20 = රු. 420

ගත් මිල	ලාභය
100	5
400	$\frac{400 \times 5}{100}$

= රු. 20

II ක්‍රමය

භාණ්ඩය විකිණිය යුතු මිල $= $ රු. 400 න් $\frac{105}{100}$

$= 400 \times \frac{105}{100}$

$=$ රු. 420

ගත් මිල	විකිණිය යුතු මිල
100	105
400	$\frac{400 \times 105}{100}$

$=$ රු. 420

16.4 ලාභ හෝ අලාභ ප්‍රතිශතය අනුව ගත් මිල සෙවීම

නිදසුන 1

රු. 2700ට භාණ්ඩයක් විකිණීමෙන් 8%ක ලාභයක් ලැබේ නම් එම භාණ්ඩයේ ගත් මිල සොයන්න.

මෙහිදී 8%ක ලාභයක් ලැබෙන නිසා රු. 100ට ගෙනා භාණ්ඩයේ විකුණූ මිල රු. 108ක් විය යුතු ය. එනම්, රු. 108 විකුණන්නේ රු. 100ට ගත් භාණ්ඩයකි.

ඒ අනුව,

රු. 108ට විකුණන භාණ්ඩය ගත් මිල $=$ රු. 100

රු. 2700ට විකුණන භාණ්ඩය ගත් මිල $=$ රු. $2700 \times \frac{100}{108}$

$=$ රු. 2500

මෙය පහත පරිදි ද සෙවිය හැකි ය.

විකුණුම් මිල	ලාභය	ගත් මිල
108	8	100
2700	$\frac{2700 \times 8}{108}$	$\frac{200 \times 100}{8}$
	$=$ රු. 200	$=$ රු. 2500

මෙමගින් ලාභය රු. 200 බවත් ගත් මිල රු. 2500 බවත් ලැබේ.

16.3 අභ්‍යාසය

1. රු. 3500කට ගෙන එන ලද ජංගම දුරකථනයක් 10%ක ලාභයක් ලැබෙන සේ විකිණීමට මිල ලකුණු කරයි නම් ලකුණු කළ මිල සොයන්න.

2. රු. 4850කට මිල දී ගත් එළවළු තොගයක් ප්‍රවාහනය කිරීමේදී සිදු වූ තැලීම් නිසා 5% ක අලාභයක් සහිතව විකිණීමට සිදු විය. එළවළු තොගයේ විකුණුම් මිල සොයන්න.

3. පුද්ගලයෙක් නිමි ඇඳුම් තොගයක් මිල දී ගැනීමට රු. 12 500ක් වැය කරයි. මෙම ඇඳුම් තොගය 25%ක ලාභයක් ලැබෙන සේ වෙළෙඳසැළට විකුණනු ලැබේ.
   (i) මෙම වෙළඳාමෙන් ලැබූ ලාභය සොයන්න.
   (ii) නිමි ඇඳුම් තොගය විකුණූ මිල සොයන්න.

4. රු. 4860කට විදුලි ඉස්තිරික්කයක් විකිණීම නිසා 8%ක ලාභයක් ලබා ගත හැකි විය. විදුලි ඉස්තිරික්කය ගත් මිල සොයන්න.

5. ශීතකරණයක් රු. 47 600කට විකිණීම නිසා 12%ක ලාභයක් ලැබුණි. ශීතකරණය ගත් මිල සොයන්න. එමගින් ශීතකරණය විකිණීමෙන් ලැබූ ලාභය සොයන්න.

6. නිෂ්පාදන වියදම රු. 45 250ක් වූ අල්මාරියක් වෙළෙන්දෙකුට විකිණීමේදී 8%ක ලාභයක් හිමි වූ අතර වෙළෙන්දා 10%ක ලාභයක් ලැබෙන සේ පාරිභෝගිකයෙකුට විකුණයි.
   (i) වෙළෙන්දා අල්මාරිය ගත් මිල සොයන්න.
   (ii) වෙළෙන්දා අල්මාරිය විකුණූ මිල සොයන්න.

16.5 වට්ටම්

පොත් ලැයිස්තු සඳහා 20% දක්වා වට්ටමක්

නිමි ඇඳුම් සඳහා 30% දක්වා මිල අඩු කළා

ඉහත දැක්වෙන ආකාරයේ දැන්වීම් බොහෝ විට අප දැක ඇත. භාණ්ඩ මිල දී ගැනීමට වෙළෙඳපොළට යන අපට එම භාණ්ඩවල සඳහන් කර ඇති මිලෙන් කිසියම් ප්‍රමාණයක් අඩු කර මිල දී ගැනීමට හැකි වූ අවස්ථා සිහිපත් කරන්න. එවිට එම අඩු කළ මුදලට වට්ටමක් (Discount) යැයි කියන බව ද අප අසා ඇත.

මේ අනුව කිසියම් භාණ්ඩයක් විකිණීම සඳහා එහි ලකුණු කර ඇති මුදලින් කිසියම් ප්‍රමාණයක් අඩු කිරීම වට්ටමක් (Discount) දීම වේ. වට්ටමක් ලබා දෙන්නේ භාණ්ඩයක ලකුණු කළ මිලෙන් යම් ප්‍රතිශතයක් අනුව ය.

නිදසුන 1

ඇඳුමක් විකිණීම සඳහා රු. 750ක් ලෙස මිල ලකුණු කර ඇත. නමුත් විකිණීමේ දී රු. 50ක වට්ටමක් ලැබුණි. ඇඳුම මිල දී ගත් මුදල සොයන්න.

ඇඳුම විකිණීමට ලකුණු කළ මිල = රු. 750
ලද වට්ටම = රු. 50
ඇඳුම මිල දී ගත් මුදල = රු. 750 − රු. 50
= රු. 700

නිදසුන 2

සාහිත්‍ය මාසයේ විකුණන පොත් සඳහා 20%ක වට්ටමක් හිමි වේ. එම මාසයේ රු. 450ක් වටිනා පොතක් මිල දී ගැනීමට ගෙවිය යුතු මුදල සොයන්න.

පොතේ වටිනාකම = රු. 450
වට්ටම් ප්‍රතිශතය = 20 %
පොත මිල දී ගන්නා විට,
ලැබෙන වට්ටම = රු. 450න් 20 %

$= 450 \times \frac{20}{100}$

= රු. 90

∴ පොත මිල දී ගැනීමේදී ගෙවීමට සිදු වන මුදල = රු. 450 − රු. 90
= රු. 360

වට්ටම් ප්‍රතිශතය දී ඇති විට වට්ටම් මුදල ගණනය කරන ආකාරය ඉහත නිදසුන්වලින් පැහැදිලිවනු ඇත. සමහර අවස්ථාවල වට්ටම් ප්‍රතිශතය, ලකුණු කළ මිල වැනි තොරතුරු ද ගණනය කර ගැනීමට සිදු වේ. පහත නිදසුන් බලමු.

නිදසුන 3

රු.3750කට විකිණීම සඳහා මිල ලකුණු කර ඇති තීන්ත 4*l*ක් විකිණීමේ දී රු. 1050ක වට්ටමක් ලැබුණි. වට්ටම් ප්‍රතිශතය සොයන්න.

තීන්ත 4*l*ක් විකිණීමට ලකුණු කර ඇති මිල = රු. 3750
ලැබුණු වට්ටම = රු. 1050
වට්ටම් ප්‍රතිශතය $= \frac{1050}{3750} \times 100\ \%$

= 28 %

නිදසුන 4

12% ක වට්ටමක් ලැබීම නිසා විදුලි පංකාවක් රු. 6600කට මිල දී ගත හැකි විය. එය විකිණීමට ලකුණු කර තිබූ මිල සොයන්න.

පළමුව දී ඇති ප්‍රතිශතය ඇසුරෙන් රු. 100ට ලකුණු කර තිබූ භාණ්ඩය මිල දී ගැනීමට ගෙවූ මුදල සොයමු.
එනම් රු. 100කට වට්ටම රු. 12 බැවින් ගෙවිය යුතු වන්නේ රු. 88කි. ඒ අනුව,

රු. 88ට ගත හැකි භාණ්ඩයක ලකුණු කළ මිල = රු. 100

රු. 6600ට ගත හැකි භාණ්ඩයක ලකුණු කළ මිල = රු. $6600 \times \frac{100}{88}$

= රු. 7500

පහත දැක්වෙන පරිදි ගැටලුවේ දී ඇති සංඛ්‍යා වර්ග දෙකට වෙන් කිරීමෙන් ගැටලුව විසඳීම පහසු කර ගත හැකි ය.

විකුණුම් මිල	ලකුණු කළ මිල
88	100
6600	$\frac{6600 \times 100}{88}$

$= $ රු. 7500

16.4 අභ්‍යාසය

1. වෙළෙන්දෙක් රු. 4300ක් ලෙස මිල ලකුණු කර ඇති භාණ්ඩයක් විකිණීමේ දී 5%ක වට්ටමක් ලබා දෙයි. මෙම භාණ්ඩය මිල දී ගන්නා විට,

   (i) ලැබෙන වට්ටම් මුදල සොයන්න.
   (ii) වට්ටම් දීමෙන් පසු භාණ්ඩයේ විකුණුම් මිල සොයන්න.

2. කමිසයක් මිල දී ගන්නා විට එහි ලකුණු කළ මිලෙන් 8%ක වට්ටමක් ලැබේ. කමිසයේ ලකුණු කළ මිල රු. 1250කි. කමිසය මිල දී ගැනීමට අවශ්‍ය මුදල කීය ද?

3. අභ්‍යාස පොත් මිල දී ගැනීමේ දී බිල්පතක් සඳහා 15%ක වට්ටමක් හිමි වේ. පුද්ගලයෙක් රු. 3500ක පොත් මිල දී ගෙන ඇත. එවිට ඔහුට ලැබෙන වට්ටම කීය ද? බිල්පත ගෙවීමට අවශ්‍ය මුදල සොයන්න.

4. රු. 2400ට විකිණීම සඳහා මිල ලකුණු කර ඇති අත් ඔරලෝසුවක් මිල දී ගැනීමේ දී ලැබුණු වට්ටමක් නිසා රු. 2112කට එය ගත හැකි විය. වට්ටම් ලබා දුන් ප්‍රතිශතය සොයන්න.

5. තීන්ත මිල දී ගන්නා විට 25% වට්ටමක් හිමි වේ. මෙම වර්ගයේ තීන්ත භාජනයක් මිල දී ගැනීමට රු. 6000ක් වැය විය. එම තීන්ත භාජනයේ ලකුණු කළ මිල සොයන්න.

6. එක්තරා තැගි භාණ්ඩ වෙළඳසැලකින් මිල දී ගන්නා විදුලි උපකරණ සඳහා 18%ක වට්ටමක් ලබා දේ. මෙම වෙළඳසැලෙන් විදුලි ඉස්තිරික්කයක් මිල දී ගැනීමට රු. 2337ක් ගෙවිය යුතු ය. විදුලි ඉස්තිරික්කයේ ලකුණු කළ මිල සොයන්න.

7. රු. 9450ක් ලෙස මිල ලකුණු කර ඇති භාණ්ඩයක් රු. 7560ට විකුණයි. මෙහි දී මිල අඩු කළ වට්ටම් ප්‍රතිශතය සොයන්න.

8. වෙළෙන්දෙක් එක්තරා භාණ්ඩයක් ගෙන 20 %ක් ලාභ ලැබෙන සේ මිල ලකුණු කරයි. නමුත් එය අත්පිට මුදලට විකිණීමේ දී 5 %ක වට්ටමක් ලබා දෙයි. එවිට භාණ්ඩයේ විකුණුම් මිල වූයේ රු. 4275කි.

   (i) මෙම භාණ්ඩයේ ලකුණු කළ මිල සොයන්න.
   (ii) වෙළෙන්දා භාණ්ඩය ගත් මිල සොයන්න.

(iii) වෙළෙන්දා බලාපොරොත්තු වූ ලාභය සොයන්න.
(iv) මෙම භාණ්ඩය විකිණීමෙන් වෙළෙන්දා ලැබූ ලාභය සොයන්න.
(v) එම ලාභය ප්‍රතිශතයක් ලෙස ලියන්න.

9. වෙළෙන්දෙක් රුපියල් 28 000ට මිල දී ගත් අල්මාරියක් 20 %ක ලාභයක් තබා ගෙන විකිණීමට මිල ලකුණු කරයි. නමුත් විකිණීමේ දී 15 %ක වට්ටමක් දෙනු ලැබේ.

(i) අල්මාරිය විකිණීම සඳහා ලකුණු කළ මිල සොයන්න.
(ii) මිල දී ගැනීමේ දී ලද වට්ටම කීය ද?
(iii) අල්මාරිය විකුණන මිල කීය ද?
(iv) මෙම වෙළඳාමෙන් වෙළෙන්දා ලැබූ ලාභය සොයන්න.
(v) එම ලාභයේ ප්‍රතිශතය සොයන්න.

16.6 කොමිස්

ගේ දොර ඉඩකඩම් හා යාන වාහන වැනි වැඩි වටිනාකම් සහිත භාණ්ඩ විකිණීමේ දී හෝ මිල දී ගැනීමේ දී විකුණුම්කරුට ගැණුම්කරුවෙකු හෝ ගැණුම්කරුට විකුණුම්කරුවෙකු හෝ සම්බන්ධ කර දෙන වෙනත් පුද්ගලයෙකු සිටින අතර ඇතැම් විට එවැනි සමාගම් ද පිහිටා තිබේ. මෙසේ විකුණුම්කරු සහ ගැණුම්කරු සම්බන්ධ කරන පුද්ගලයා තැරැව්කරුවෙකු (බ්‍රෝකර් - Broker) ලෙස හඳුන්වයි. තැරැව්කරුවෙකුගේ සහය ලබා ගත් පසු භාණ්ඩයේ විකුණුම් මිලෙන් කිසියම් ප්‍රතිශතයක් එම තැරැව්කරුට ගෙවිය යුතු ය. මෙසේ ගෙවන මුදල "කොමිස් මුදල" හෝ "තැරැව් ගාස්තු'' ලෙස හඳුන්වයි.

කොමිස් මුදල ගණනය කරන ආකාරය පහත නිදසුන්වලින් දැක් වේ.

නිදසුන 1

රු. 125 000ක් වටිනා යතුරුපැදියක් විකිණීමේ දී 3%ක කොමිස් මුදල් ගෙවීමට සිදු විය. ගෙවන ලද කොමිස් මුදල කීය ද?

යතුරුපැදියේ විකුණුම් මිල = රු. 125 000
කොමිස් ප්‍රතිශතය = 3 %
ගෙවීමට සිදු වූ කොමිස් මුදල = රු. 125 000න් 3 %

$$= 125\ 000 \times \frac{3}{100}$$

= රු. 3750

නිදසුන 2

තැරැව්කාර සමාගමක් හරහා රු. 345 250ට ඉඩමක් විකුණන ලදී. මෙම සමාගම කොමිස් මුදල ලෙස 4%ක් අය කරයි. මෙම ඉඩම විකිණීම මගින්,

(i) තැරැව්කාර සමාගමට ලැබුණු කොමිස් මුදල සොයන්න.
(ii) ඉඩම් හිමිකරුට ලැබුණු මුදල සොයන්න.

(i) ඉඩම විකුණූ මිල	= රු. 345 250
කොමිස් ප්‍රතිශතය	= 4 %
සමාගමට ලැබෙන කොමිස් මුදල	= රු. 345 250න් 4 %
	$= 345\ 250 \times \frac{4}{100}$
	= රු. 13 810
(ii) ඉඩමේ හිමිකරුට ලැබෙන මුදල	= රු. 345 250 − රු. 13 810
	= රු. 331 440

16.5 අභ්‍යාසය

1. රු. 375 750ක් වටිනා වාහනයක් විකිණීමේ දී කොමිස් මුදල වශයෙන් 4 %ක් ගෙවිය යුතු ය. ගෙවීමට සිදුවන කොමිස් මුදල සොයන්න.
2. ඉඩමක් විකිණීමේ දී 3 % ක තැරැව් ගාස්තුවක් ගෙවීමට සිදු වේ. ඉඩම විකුණූ මිල රු. 575 000කි. ඉඩමේ හිමිකරුට ලැබෙන මුදල සොයන්න.
3. වාහනයක් විකුණා දුන් පුද්ගලයෙකුට කොමිස් මුදල වශයෙන් රු. 27 000ක් ගෙවන ලදී. වාහනයේ විකුණුම් මිල රු. 900 000ක් නම් කොමිස් ගෙවා ඇති ප්‍රතිශතය ගණනය කරන්න.
4. පුද්ගලයෙකු සතු භාණ්ඩ තොගයක් විකුණා දීම සඳහා තැරැව්කරුවෙකුට $2\frac{1}{2}$ %ක් ගෙවිය යුතු ය. එලෙස ගෙවන ලද තැරැව් ගාස්තුව රු. 3500ක් විය. භාණ්ඩ තොගය විකුණූ මිල සොයන්න.
5. වාහන හිමියෙක් තම මෝටර් රථය විකුණා දුන් තැරැව්කාර සමාගමට කොමිස් මුදල් වශයෙන් රු. 12 675ක් ගෙවන ලදී. අදාළ සමාගම තැරැව් ගාස්තු වශයෙන් 3 %ක් අය කර තිබේ.
   (i) මෝටර් රථය විකුණූ මිල සොයන්න.
   (ii) මෝටර් රථයේ හිමිකරුට ලැබෙන මුදල සොයන්න.

සාරාංශය

- ලාභය = විකුණුම් මිල − ගත් මිල
- අලාභය = ගත් මිල − විකුණුම් මිල
- කිසියම් භාණ්ඩයක් විකිණීම සඳහා එහි ලකුණු කර ඇති මුදලින් කිසියම් ප්‍රමාණයක් අඩු කිරීම වට්ටමක් දීම වේ.
- තැරැව්කරුට ගෙවන මුදල කොමිස් මුදල හෝ තැරැව් ගාස්තු ලෙස හඳුන්වයි.

17 සුළු පොලිය

මෙම පාඩම අධ්‍යයනය කිරීමෙන් ඔබට,

- සුළු පොලිය පිළිබඳ අවබෝධයක් ලබා ගැනීමට,
- සුළු පොලිය ගණනය කිරීමට,
- අවශ්‍ය තොරතුරු දී ඇති විට කාලය, මුල් මුදල හෝ පොලී අනුපාතය ගණනය කිරීමට

හැකියාව ලැබේ.

17.1 සුළු පොලිය

ඔබගේ තැන්පතු සඳහා 18 % ක වාර්ෂික පොලියක්

ඉහත දැක්වෙන්නේ මූල්‍ය ආයතනයක් සිය තැන්පත්කරුවන්ට ඔවුන්ගේ තැන්පතු වෙනුවෙන් ගෙවනු ලබන පොලිය පිළිබඳව ප්‍රදර්ශනය කර ඇති දැන්වීමකි. මෙහි පොලිය ලෙස අදහස් කර ඇත්තේ කුමක් ද? ඒ පිළිබඳව අපි දැන් විමසා බලමු.

අප සතු මුදලක් බැංකුවක තැන්පත් කළ විට හෝ ණයට දුන් විට යම් කිසි කාලයක් අවසානයේ නැවත ආපසු ලබා ගැනීමේ දී තැන්පත් කළ මුදලට හෝ ණයට දුන් මුදලට වඩා වැඩි මුදලක් අපට ලැබේ. මෙසේ වැඩිපුර ලැබෙන මුදල පොලිය ලෙස හඳුන්වයි. එනම්,

"යම් කිසි මුදලක් වෙනුවෙන් යම් කාලයක් අවසානයේ ගෙවනු ලබන අමතර මුදල පොලිය නම් වේ."

යම් කාලයක් සඳහා පොලිය ගණනය කිරීමේදී ඊට පාදක වූ මුල් මුදල පමණක් සළකනු ලබයි නම්, එසේ ගණනය කෙරෙන පොලිය, සුළු පොලිය ලෙස හැඳින්වේ.

අය කරන සුළු පොලිය, ප්‍රතිශතයක් ලෙස ඉදිරිපත් කරනු ලබන අතර එය, සුළු පොලී අනුපාතය යැයි කියනු ලැබේ. එය මාසිකව හෝ අර්ධ වාර්ෂිකව හෝ වාර්ෂිකව හෝ අය කරනු ලැබේ. මේ පිළිබඳව පහත නිදසුන්වලින් තව දුරටත් අධ්‍යයනය කරමු.

නිදසුන 1

පුද්ගලයෙකු වාර්ෂික සුළු පොලී අනුපාතය 8 %ක් වන මූල්‍ය ආයතනයකින් රුපියල් 50 000ක් ණයට ගනු ලැබේ. වර්ෂයක් අවසානයේ ණය මුදල හා පොලිය ගෙවා ණයෙන් නිදහස් වේ යැයි සිතමු.

මේ අනුව පුද්ගලයා ණයට ගෙන ඇති මුදල වන්නේ රුපියල් 50 000කි. ඒ සඳහා වාර්ෂික පොලී අනුපාතය 8 %ක් වන අතර ණය ගෙන ඇති කාලය අවුරුදු එකකි.
පොලී අනුපාතිකය දී ඇත්තේ වාර්ෂිකව බැවින් මොහුට ගෙවීමට සිදුවන පොලිය වන්නේ රුපියල් 50 000න් 8 %කි. ඒ අනුව,

ගෙවිය යුතු පොලිය $= $ රු. 50 000න් 8 %
$= $ රු. $50\ 000 \times \frac{8}{100}$
$= $ රු. 4 000

වර්ෂයක් අවසානයේ ණයෙන් නිදහස් වීමට නම් ණයට ගත් මුදල වන රුපියල් 50 000 සහ එයට පොලිය වූ රුපියල් 4 000 ගෙවිය යුතු ය. මේ අනුව ණයෙන් නිදහස් වීමට ගෙවිය යුතු මුළු මුදල පහත පරිදි සෙවිය හැකි ය.

ගෙවිය යුතු මුළු මුදල $=$ ණය මුදල + පොලිය
$=$ රු. 50 000 + රු. 4 000
$=$ රු. 54 000

දැන් අපි ණයට ගත් කාලය වැඩිවන විට පොලිය ගණනය කරන ආකාරය සලකා බලමු. ඒ සඳහා ඉහත නිදසුන නැවත සලකමු.

නිදසුන 2

ඉහත නිදසුනෙහි ණය ගත් පුද්ගලයා වර්ෂ 2ක් අවසානයේ දී ණය හා පොලිය ගෙවා ණයෙන් නිදහස් වේ නම් ඔහුට ගෙවීමට සිදුවන පොලිය සොයන්න. ඔහු ණයෙන් නිදහස් වීමට ගෙවිය යුතු මුළු මුදල කීය ද?

මෙහි දී මූල්‍ය ආයතනය පොලිය අය කරන්නේ සුළු පොලි අනුපාතයක් යටතේ බැවින් එක් එක් වර්ෂය සඳහා පොලිය ගණනය කරන්නේ රුපියල් 50 000ට පමණි. ඒ අනුව එක් එක් වර්ෂය සඳහා ගෙවිය යුතු පොලිය වෙනස් නොවේ. එබැවින් ගෙවිය යුතු පොලිය පහත පරිදි සෙවිය හැකි ය.

ගෙවිය යුතු පොලිය $=$ වර්ෂයක පොලිය × වර්ෂ ගණන
$=$ රු. 4 000 × 2
$=$ රු. 8 000

මේ අනුව, වර්ෂ දෙකකට පසු ණයෙන් නිදහස් වීමට නම් ගෙවීමට සිදුවන මුළු මුදල
$=$ රු. 50 000 + රු. 8 000
$=$ රු. 58 000

17.1 අභ්‍යාසය

1. මිගාර වාර්ෂික සුළු පොලී අනුපාතය 10 %ක් වන බැංකුවක රුපියල් 25 000ක් තැන්පත් කරයි. වසර 2ට පසු එම මුදල ආපසු ලබා ගැනීමේ දී ඔහුට ලැබෙන පොලිය සොයන්න.

2. නුවන් 12 %ක වාර්ෂික සුළු පොලී අනුපාතයක් යටතේ රුපියල් 75 000ක් ණයට ගනී. වසර 3ක් අවසානයේ ඔහු ණය මුදල හා පොලිය ගෙවා ණයෙන් නිදහස් වේ.
   (i) වර්ෂ 3 සඳහා ගෙවීමට සිදුවන පොලිය සොයන්න.
   (ii) වර්ෂ 3 අවසානයේ නුවන් ණයෙන් නිදහස් වීමට ගෙවිය යුතු මුළු මුදල සොයන්න.

3. මාසික සුළු පොලී අනුපාතය 2%ක් වන පෞද්ගලික ආයතනයකින් රුපියල් 12 500ක් ණයට ගත් මංජුල වර්ෂ $1\frac{1}{2}$ ට පසු ණය හා පොලිය ගෙවා ණයෙන් නිදහස් වේ.
   (i) මාසයක් සඳහා ගෙවීමට සිදුවන පොලිය සොයන්න.
   (ii) වර්ෂ $1\frac{1}{2}$ සඳහා ගෙවිය යුතු පොලිය සොයන්න.
   (iii) ණයෙන් නිදහස් වීමට ගෙවිය යුතු මුළු මුදල සොයන්න.

4. ගයාන් මාසික සුළු පොලී අනුපාතය $1\frac{1}{2}$ %ක් වන මූල්‍ය ආයතනයක රුපියල් 85 000ක් අවුරුදු 3ක් සඳහා ස්ථිර තැන්පතුවක් ලෙස තැන්පත් කරයි.
   (i) මූල්‍ය ආයතනයේ වාර්ෂික සුළු පොලී අනුපාතය කීය ද?
   (ii) වර්ෂයකට ලැබෙන පොලී මුදල කීය ද?
   (iii) වර්ෂ 3 අවසානයේ ඔහුට ලැබෙන මුළු මුදල සොයන්න.

සුළු පොලිය ගණනය කරන ආකාරය ඉහත දී අපි අධ්‍යයනය කළෙමු. දැන් පොලිය දී ඇති විට ණයට දුන් හෝ තැන්පත් කරන ලද කාලය සොයන අයුරු පහත නිදසුන් මගින් සළකා බලමු.

නිදසුන 3

රුපියල් 30 000ක් වාර්ෂික සුළු පොලී අනුපාතය 8 %ක් වන බැංකුවක තැන්පත් කළ අයෙකුට කිසියම් කාලයකට පසු පොලිය වශයෙන් රුපියල් 4800ක් ලැබුණි. ඔහු මුදල් තැන්පත් කර තිබු කාලය සොයන්න.

තැන්පත් කළ මුදල = රු.30 000
වාර්ෂික සුළු පොලී අනුපාතය = 8 %
∴ වර්ෂයක් සඳහා පොලිය = රු. 30 000න් 8 %
$= රු.\ 30\ 000 \times \frac{8}{100}$
= රු. 2400
ලැබුණු මුළු පොලිය = රු. 4800
අවුරුදු 1ට පොලිය = රු. 2400
∴ මුදල් තැන්පත් කර තිබු කාලය $= \frac{රු.\ 4800}{රු.\ 2400}$
= අවුරුදු 2

මේ අනුව මුළු පොලිය කාල ඒකකයක් සඳහා වූ පොලියෙන් බෙදූ විට ගත වූ කාලය සෙවිය හැකි ය.

17.2 අභ්‍යාසය

1. 12 %ක වාර්ෂික සුළු පොලියක් ගෙවන මූල්‍ය ආයතනයක රුපියල් 75 000ක් තැන්පත් කළ බිමල්ට කිසියම් කාලයකට පසු මුළු මුදල වශයෙන් රුපියල් 88 500ක් ලැබුණි.
   (i) මෙම කාලය සඳහා ඔහුට ලැබුණු පොලිය සොයන්න.
   (ii) මුදල් තැන්පත් කර තිබූ කාලය සොයන්න.

2. නාමල් $7\frac{1}{2}$ %ක වාර්ෂික සුළු පොලී අනුපාතයක් යටතේ රුපියල් 80 000ක් ණයට ගෙන කිසියම් කාලයකට පසු රුපියල් 98 000 ක් ගෙවා ණයෙන් නිදහස් විය. ඔහු ණය ආපසු ගෙවීමට ගත් කාලය සොයන්න.

3. මාසික සුළු පොලී අනුපාතය 2 %ක් වන ආයතනයකින් කුසල් රුපියල් 40 000ක් ණයට ගෙන කිසියම් කාලයකට පසු රුපියල් 64 000ක් ගෙවා ණයෙන් නිදහස් විය.
   (i) මාසයක් සඳහා ගෙවිය යුතු පොලිය සොයන්න.
   (ii) ණය ගෙන තිබූ කාලය මාස කීය ද?
   (iii) ණය ගෙන තිබූ කාලය අවුරුදු කීය ද?

4. මාසික සුළු පොලී අනුපාතය $1\frac{1}{2}$ %ක් යටතේ රුපියල් 50 000ක් බැංකුවක තැන්පත් කළ සුපුන්ට යම්කිසි කාලයක් අවසානයේ මුළු මුදල වශයෙන් රුපියල් 68 000ක් ලබා ගත හැකි විය. බැංකුවේ මුදල් තැන්පත් කර තිබූ කාලය සොයන්න.

17.2 වාර්ෂික පොලී අනුපාතිකය සෙවීම

නිදසුන 1

අවුරුදු 3ක් සඳහා රු. 50 000ක් බැංකුවක තැන්පත් කළ කෝසලට වර්ෂ 3 අවසානයේ රු. 71 000ක් ලැබුණි. බැංකුව විසින් පොලිය ගෙවා ඇති වාර්ෂික සුළු පොලී අනුපාතය සොයන්න.

තැන්පත් කළ මුදල = රු. 50 000
වර්ෂ 3කට පසු ලැබුණු මුදල = රු. 71 000
වර්ෂ 3සඳහා පොලිය = රු. 71 000 − රු. 50 000
= රු. 21 000
වර්ෂ 1ක් සඳහා පොලිය = රු. 21 000 ÷ 3
= රු.7000

වර්ෂයක් සඳහා ලැබුණු පොලිය තැන්පත් කළ මුදලේ භාගයක් ලෙස $= \frac{7000}{50\,000}$

$= \frac{7}{50}$

පොලී ප්‍රතිශතය $= \frac{7}{50} \times 100\ \%$

$= 14\ \%$

17.3 අභ්‍යාසය

1. රු. 40 000ක් ණයට ගත් කසුන්ට වසර 3ක් අවසානයේ ණයෙන් නිදහස් වීමට රු. 50 800ක් ගෙවීමට සිදුවිය.
   (i) වසර 3 සඳහා ගෙවීමට සිදු වූ පොලිය සොයන්න.
   (ii) වසරක් සඳහා පොලිය සොයන්න.
   (iii) පොලිය අය කර ඇති වාර්ෂික සුළු පොලී අනුපාතය සොයන්න.

2. වර්ෂ $2\frac{1}{2}$න් ආපසු ගෙවීමේ පොරොන්දුව මත රු. 72 000ක් ණයට ගත් මාධවට ණයෙන් නිදහස් වීමට රු. 93 600ක් ගෙවීමට සිදු විය. ණය සඳහා පොලිය අයකර ඇති වාර්ෂික පොලී අනුපාතය සොයන්න.

3. රු. 24 500ක් මාස 8න් ආපසු ගැනීමට හැකි වන පරිදි බැංකුවක තැන්පත් කළ සාගරට මාස 8 ක් අවසානයේ රු. 29 400ක් ලබා ගත හැකි විය. බැංකුව විසින් පොලිය ගෙවන ලද
   (i) මාසික පොලී අනුපාතය සොයන්න.
   (ii) වාර්ෂික පොලී අනුපාතය සොයන්න.

4. මූල්‍ය ආයතනයකින් රු. 85 000ක් ණයට ගත් කුමාර මාසයකට රු. 10 200ක් බැගින් වූ වාරික 10කින් ණය හා පොලිය ගෙවා ණයෙන් සම්පූර්ණයෙන් නිදහස් වේ.
   (i) ගෙවන ලද මුළු මුදල සොයන්න.
   (ii) ගෙවන ලද මුළු පොලිය සොයන්න.
   (iii) මාසික සුළු පොලී අනුපාතය ගණනය කරන්න.

17.3 මුල් මුදල සෙවීම

නිදසුන 1

වසර 2ක කාලයක් සඳහා කිසියම් මුදලක් ණයට ගත් චාමරට පොලිය වශයෙන් රු. 7500ක් ගෙවීමට සිදු විය. ණය සඳහා වාර්ෂික පොලී අනුපාතය 12 % නම් ණයට ගෙන ඇති මුදල සොයන්න.

ණය ගෙවීමට ගත් කාලය	=	වසර 2
ගෙවන ලද පොලිය	=	රු. 7500
එක් වසරක් සඳහා පොලිය	=	රු. 7500 ÷ 2
	=	රු. 3750
වාර්ෂික පොලී අනුපාතය	=	12 %
ණය මුදලෙන් 12 %	=	රු. 3750
ණය මුදලෙන් 1 %	=	රු. 3750 ÷ 12
	=	රු. 312.50
ණය මුදලෙන් 100 %	=	රු. 312.50 × 100 %
ණයට ගෙන ඇති මුදල	=	රු. 31 250

වර්ෂයකට පොලිය සොයා ගත් පසු පහසුවෙන් ණයට ගෙන ඇති මුදල සොයා ගැනීමට පහත ක්‍රමය ද අනුගමනය කළ හැකි ය. එනම්,

එක් වසරක් සඳහා පොලිය $= \text{රු. } 3750$

වාර්ෂික පොලී අනුපාතය $= 12\ \%$

ණයට ගෙන ඇති මුදල $= \text{රු. } 3750 \times \frac{100}{12}$

$= \text{රු. } 31\ 250$

17.4 අභ්‍යාසය

1. විමල් වසර $1\frac{1}{2}$ ක කාලයක් සඳහා යම්කිසි මුදලක් බැංකුවක තැන්පත් කළේය. ඒ සඳහා ඔහුට පොලිය වශයෙන් රු. 3750ක් ලැබුණි. බැංකුව විසින් $12\frac{1}{2}\ \%$ ක වාර්ෂික සුළු පොලී අනුපාතය යටතේ පොලිය ගෙවනු ලැබේ නම් ඔහු බැංකුවේ තැන්පත් කළ මුදල සොයන්න.

2. වාර්ෂික සුළු පොලී අනුපාතය 13 %ක් වන මූල්‍ය ආයතනයකින් ණය මුදලක් ලබා ගත් අජිත් වර්ෂ 3ක් අවසානයේ පොලිය වශයෙන් රු. 39 000ක් ගෙවනු ලැබේ. ඔහු ණයට ගෙන ඇති මුදල සොයන්න.

3. වසර 2ක් අවසානයේ රු. 15 000ක් ගෙවා ණයෙන් නිදහස්වීමේ පොරොන්දුව මත කිසියම් මුදලක් සුළු පොලියට ණයට ගත් ගිහාන්ට එම ණය හා පොලිය ගෙවීමට වසර 3ක් ගත විය. එම වසර 3 අවසානයේ ඔහුට රු. 17 500ක් ගෙවීමට සිදුවිය.
   (i) වසරක් සඳහා පොලිය සොයන්න.
   (ii) ණයට ගෙන ඇති මුදල සොයන්න.
   (iii) වාර්ෂික සුළු පොලී අනුපාතය ගණනය කරන්න.

සාරාංශය

- යම් කාලයක් සඳහා පොලිය ගණනය කිරීමේදී ඊට පාදක වූ මුල් මුදල පමණක් සළකනු ලබයි නම්, එසේ ගණනය කෙරෙන පොලිය, සුළු පොලිය ලෙස හැඳින්වේ.
- අය කරන සුළු පොලිය, ප්‍රතිශතයක් ලෙස ඉදිරිපත් කරනු ලබන අතර එය, සුළු පොලී අනුපාතය යැයි කියනු ලැබේ.

18 කුලක

මෙම පාඩම අධ්‍යයනය කිරීමෙන් ඔබට,
- කුලක වන සමූහ අතරින් සමකුලක වන සමූහ, තුල්‍ය කුලක වන සමූහ වෙන් කර ගැනීමට,
- කුලකයක අවයව සංඛ්‍යාව හා උපකුලක සංඛ්‍යාව අතර සම්බන්ධය ගොඩනැගීමට,
- සර්වත්‍ර කුලකය හා වියුක්ත කුලකය හඳුනා ගැනීමට,
- කුලකයට අයත් විවිධ ප්‍රදේශ හඳුනා ගැනීමට,
- වෙන් සටහන් මගින් කුලකයක විවිධ අවස්ථා නිරූපණය කිරීමට

හැකියාව ලැබේ.

පුනරීක්ෂණ අභ්‍යාසය

1. පහත සඳහන් එක එකක් කුලකයක් ලෙස සැලකිය හැකි නම් ඉදිරියෙන් ඇති කොටුව තුළ '✓' ලකුණ ද කුලකයක් ලෙස සැලකිය නොහැකි නම් '✗' ලකුණ ද යොදන්න.
   (i) පන්සල් වත්තේ ඇති උස ගස් ☐
   (ii) අවුරුද්දට ඇති මාස ගණන ☐
   (iii) ශ්‍රී ලංකාවේ ප්‍රධාන අපනයන බෝග ☐
   (iv) ඔබේ පාසලේ සිටින දක්ෂ සිසුන් ☐
   (v) පාසලට බයිසිකල්වලින් පැමිණෙන ළමයි ☐

2. පහත දක්වා ඇති කුලකවල අවයව සඟල වරහන් තුළ ලියන්න.
   (i) A යනු 10 වැඩි 15ට අඩු ඉරට්ට සංඛ්‍යා කුලකය
   (ii) B යනු "කතරගම" යන වචනයේ අකුරු කුලකය
   (iii) C යනු "*ORANGE*" යන වචනයේ අකුරු කුලකය

3. M = {නිමල්, විමල්, සමන්, සුනිල්}

   ඉහත M කුලකය සලකන්න. $\in$ හෝ $\notin$ යන සංකේත නිවැරදි ව යොදමින් පහත ප්‍රකාශ සම්පූර්ණ කරන්න.
   (i) සමන් .... M (ii) පසිඳු .... M
   (iii) 11 .... M (iv) සුනිල් .... M

4. පහත දැක්වෙන ඒවායින් අභිශූන්‍ය කුලක තෝරා ලියන්න.
   (i) X = {32ත් 33ත් අතර පූර්ණ සංඛ්‍යා}
   (ii) Y = {පාද 3ක් ඇති චතුරස්‍ර කුලකය}
   (iii) Z = {1ත් 9ත් අතර ඇති ඉරට්ට සංඛ්‍යා කුලකය}
   (iv) A = {දින 25ක් ඇති මාස}

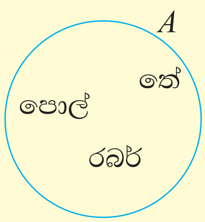
කුලකයක් විස්තර කිරීමක් ලෙස හෝ එහි අවයව ලිවීමෙන් හෝ දැක්විය හැකි බව ඔබ මීට පෙර උගෙන ඇත. තවද කුලකයක් ඉදිරිපත් කිරීම සඳහා වෙන් රූප සටහන් භාවිත කළ හැකි බව ද එහි දී උගෙන ඇත. එය නැවත මතකයට නගා ගැනීමට පහත නිදසුන දෙස බලන්න.

නිදසුන 1

A ={ ශ්‍රී ලංකාවේ ප්‍රධාන අපනයන බෝග} වේ.
(i) මෙම කුලකය අවයව ඇසුරින් දක්වන්න.
(ii) මෙම කුලකය වෙන් රූපයක දක්වන්න.

(i) A ={තේ, පොල්, රබර්}

(ii)

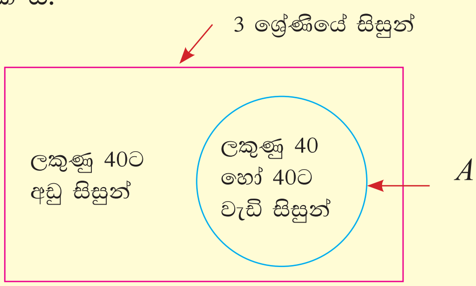


18.1 සර්වත්‍ර කුලකය

සර්වත්‍ර කුලකය හඳුනා ගැනීම සඳහා පහත නිදසුන් සලකා බලමු.

නිදසුන 1

A යනු ඔබ පිරිවෙණෙහි 3 ශ්‍රේණියේ ගණිතය පරීක්ෂණයක දී ලකුණු 40ට වඩා ලබා ගත් සිසුන් කුලකය වේ. 3 ශ්‍රේණියේ මුළු සිසුන් සංඛ්‍යාව සැලකූ විට A කුලකයට අයත් වන අවයව (ලකුණු 40ක් හෝ 40ට වඩා ගත් සිසුන්) සහ A කුලකයට අයත් නොවන අවයව (ලකුණු 40ට අඩු සිසුන්) ඇති බව ඔබට වැටහෙනු ඇත. A කුලකය පහත ආකාරයට වෙන් රූපයකින් දැක්විය හැකි ය.



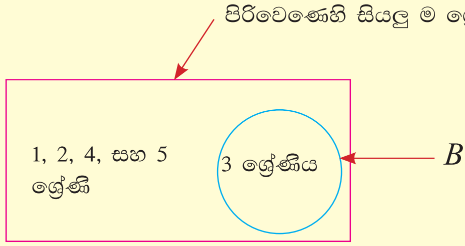
මෙම A කුලකය සැලකූ විට, එයට අයත් වන අවයව ඇතුළත්, A කුලකයට වඩා විශාල කුලකයක් (3 ශ්‍රේණියේ සිසුන්) ඇති බව වෙන් රූපය මගින් පෙන්නුම් කෙරේ.

නිදසුන 2

B = {පිරිවෙණක 3 ශ්‍රේණියේ සිසුන්}

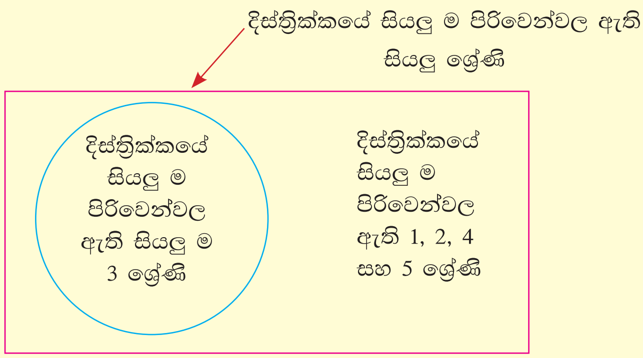
එම පිරිවෙණෙහි 3 ශ්‍රේණියට අමතරව 1 ශ්‍රේණිය, 2 ශ්‍රේණිය, 4 ශ්‍රේණිය, 5 ශ්‍රේණිය ලෙස ශ්‍රේණි කීපයක් ඇත.

B කුලකය වෙන් රූපයකින් පහත ආකාරයට දැක්විය හැකි ය.



නිදසුන 3

පහත වෙන් රූපය මගින් දැක්වෙන්නේ දිස්ත්‍රික්කයක ඇති පිරිවෙණෙහි සියලු ශ්‍රේණි පිළිබඳවත් එම පිරිවෙණෙහි ඇති 3 ශ්‍රේණිය පිළිබඳවත් ය. මෙමගින් ද සර්වත්‍ර කුලකය පිළිබඳ අදහසක් ඔබට ලබා ගත හැකි ය.



ඉහත නිදසුන් සළකමු. ඒ අනුව කිසියම් කුලකයක් ගැන සලකන විට එම කුලකයට අයත් වන හා අයත් නොවන අවයව ද ඇතුළත් වන අප සඳහන් කරන කුලකයට වඩා විශාල කුලකයක් ඇති බව ඔබට වැටහෙන්නට ඇත. එසේ ම එම කුලකය සැලකිල්ලට ගන්නා අවස්ථාව අනුව වඩාත් විශාල වෙනත් කුලකයක් පවතින බව ද ඔබට පැහැදිලි වන්නට ඇත. එම විශාල කුලකය සර්වත්‍ර කුලකය යනුවෙන් හඳුන්වනු ලබයි.

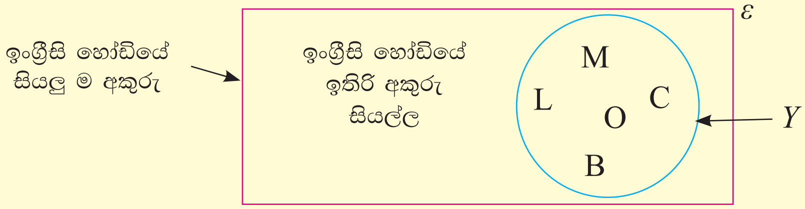
සර්වත්‍ර කුලකය දැක්වීම සඳහා වෙන් රූප භාවිතයේ දී යොදා ගනු ලබන්නේ සංවෘත සෘජුකෝණාස්‍රාකාර රූපයකි. සර්වත්‍ර කුලකය ε මගින් දක්වනු ලබයි.

නිදසුන 4

Y යනු COLOMBO යන වචනයේ අකුරු කුලකය වේ.

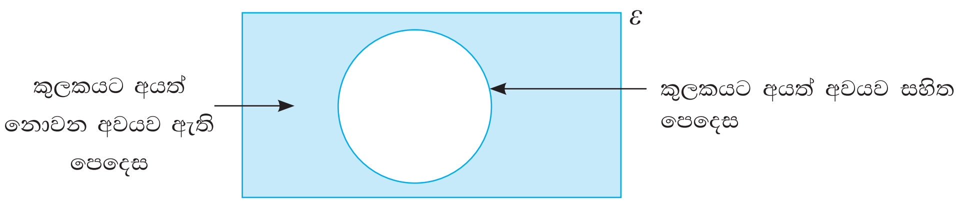
එය $Y = \{C, O, L, M, B\}$ වේ.
(එක් අවයවක් එක් වරක් පමණක් ලියනු ලබයි.)

එය වෙන් රූපයකින් පහත පරිදි දැක්විය හැකි ය.



18.2 කුලකයක අනුපූරකය

මෙතෙක් අප අධ්‍යයනය කළ එක් එක් කුලකයට අයත් වන අවයව සහ අයත් නොවන අවයව ද එහි සර්වත්‍ර කුලකයට අයත් වන බව ඔබට අවබෝධ වන්නට ඇත. දක්වන ලද කුලකයකට අයත් නොවන, එහෙත් සර්වත්‍ර කුලකයට අයත් වන අවයව කුලකය එම කුලකයේ අනුපූරකය යැයි කියනු ලැබේ. පහත රූපයේ අඳුරු කර ඇති ප්‍රදේශය, දී ඇති කුලකයේ අනුපූරකය වේ.



දී ඇති කුලකය A ලෙස නම් කර ඇති විට එහි අනුපූරකය දැක්වීමට A' යන සංකේතය යොදා ගනී.

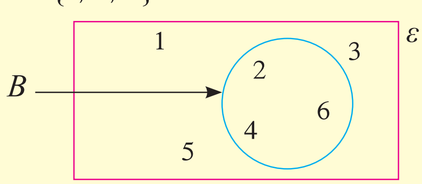
නිදසුන 1

$\varepsilon = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
$B = \{2, 4, 6\}$ නම්

(i) B හි අනුපූරකය (B')හි අවයව ලියා දක්වන්න.
(ii) එය වෙන් රූපයක දක්වන්න.

(i) $B' = \{1, 3, 5\}$

(ii)



අභිශූන්‍ය කුලකය පිළිබඳ පෙර ශ්‍රේණියේ දී උගත් කරුණු මතකයට නගා ගන්න.

කුලකය අර්ථවත් වුවත් ඒවාට අයත් අවයව කිසිවක් නැති කුලක, අභිශූන්‍ය කුලක යනුවෙන් හඳුන්වන බව අප දනිමු. තවද එය දැක්වීමට { } හෝ $\emptyset$ සළකුණ යොදන බව ද උගෙන ඇත්තෙමු. පහත නිදසුන්වලින් අභිශූන්‍ය කුලක කීපයක් දැක්වේ.

නිදසුන 2

A යනු පාද තුනක් ඇති චතුරස්‍ර කුලකය වේ.

පාද තුනක් ඇති චතුරස්‍ර නොමැති නිසා A කුලකයට අවයව නොමැත. එබැවින් A කුලකය අභිශූන්‍ය කුලකයක් වේ.

නිදසුන 3

B = {28ත් 29ත් අතර ඇති පූර්ණ සංඛ්‍යා}

28ත්, 29ත් අතර පූර්ණ සංඛ්‍යා නොපවතී. එබැවින් B කුලකයට අවයව නොමැත. එනිසා B කුලකය ද අභිශූන්‍ය කුලකයකි.

18.1 අභ්‍යාසය

1. $\varepsilon = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
   $B = \{2, 4, 6\}$ නම් B' කුලකය අවයව ඇසුරින් ලියා දක්වන්න.

2. A යනු 1 සිට 10 තෙක් ඇති ඉරට්ට සංඛ්‍යා කුලකය වන අතර, සර්වත්‍ර කුලකය 0 සිට 10 තෙක් ඇති පූර්ණ සංඛ්‍යා වේ.
   (i) මෙහි සර්වත්‍ර කුලකයේ අවයව ලියන්න.
   (ii) A කුලකයේ අවයව වෙන් රූපයක දක්වන්න.
   (iii) A හි අනුපූරක කුලකයේ අවයව ලියන්න.

3. $\varepsilon = \{a, b, c, d, e, f\}$ නම්
   (i) $X = \{a, c, e\}$
   $Y = \{a, b, c, d, f\}$
   $Z = \{f\}$
   X', Y' සහ Z' කුලකවල අවයව ලියා දක්වන්න.
   (ii) $P' = \{b, d, f\}$ නම් P කුලකයේ අවයව ලියා දක්වන්න.

4. පහත දක්වා ඇති කුලක අතරින් අභිශූන්‍ය කුලක තෝරන්න.
   (i) {කිලෝග්රෑම් 1500ට වඩා බර මිනිසුන්}
   (ii) {1ත් 10ත් අතර ඔත්තේ සංඛ්‍යා}
   (iii) {පියාපත් ඇති බළලුන්}
   (iv) {පාද 8ක් ඇති සිවුපා සතුන්}
   (v) {අවුරුද්දේ ඇති මාස}

18.3 උපකුලක

උපකුලක හඳුනා ගැනීමට පහත නිදසුන් අධ්‍යයනය කරන්න.

$X = \{a, b, c\}$ නම්,

$P = \{a, b, c\}$ $Q = \{a, b\}$ $R = \{a, c\}$ $S = \{b, c\}$

$T = \{a\}$ $U = \{b\}$ $V = \{c\}$ $W = \{\ \}$

ඉහත දක්වා ඇති P, Q, R, S, T, U, V සහ W කුලක, X කුලකයේ උපකුලක ලෙස හැඳින්වේ.

උපකුලක දැක්වීමට $\subset$ සංකේත භාවිත කරනු ලැබේ. ඉහත උපකුලක සියල්ල සැලකූ විට, P උපකුලකය, දී ඇති X කුලකයට සමාන වන අතර, ඉතිරි කුලක, X කුලකයට සමාන නොවේ. එම ඉතිරි කුලක X කුලකයේ නියම උපකුලක වශයෙන් හඳුන්වනු ලැබේ.

දැන් X කුලකයේ නියම උපකුලක සංකේත යොදා පහත පරිදි ලියා දක්වමු.

$Q \subset X$ $T \subset X$ $R \subset X$ $U \subset X$

$S \subset X$ $W \subset X$

දී ඇති කුලකයට සමාන විය හැකි උපකුලක දැක්වීමට $\subseteq$ සංකේතය යොදා ගනී.

ඒ අනුව $P \subseteq X$ ලෙස දක්වයි. මෙය කියවනු ලබන්නේ " P උපකුලකයකි X හි" යනුවෙනි.

සියලු x අයත් A විට x අයත් B නම්, A, B හි උපකුලකයක් වේ. එය $A \subseteq B$ ලෙස දැක්විය හැකි ය.

නිදසුන 1

$A = \{1, 2\}$

මෙහි එක් එක් උපකුලකයේ අවයව ලියා දක්වන්න.

$\{1, 2\}$, $\{1\}$, $\{2\}$, $\{\ \}$ වේ.

A හි අවයව 2කි. එහි උපකුලක 4ක් පවතී.

නිදසුන 2

$P = \{a, b, c\}$

මෙහි එක් එක් උපකුලකයේ අවයව ලියා දක්වන්න.

$\{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{b, c\}, \{a, c\}, \{a, b, c\}, \{\ \}$

P හි අවයව 3ක් ඇත. එහි උපකුලක 8ක් පවතී.

ඉහත නිදසුන්වලට අනුව කුලකයට ඇති අවයව සංඛ්‍යාව දෙකේ බලයේ දර්ශකයක් ලෙස යොදා ගැනීමෙන් කුලකයේ ඇති උපකුලක ගණන ලිවීමට හැකි ය. ඒ අනුව අවයව n ඇති කුලකයක ඇති උපකුලක සංඛ්‍යාව 2^n ලෙස ප්‍රකාශ කළ හැකි ය. නිදසුනක් ලෙස අවයව 5ක් ඇති කුලකයක ඇති උපකුලක ගණන 2^5 වේ.

18.4 සමකුලක

පහත දක්වා ඇති කුලක දෙක සලකන්න.

A = {පාසල පැවැත්වෙන සතියේ දින}
B = {රජයේ කාර්යාල පැවැත්වෙන සතියේ දින}

A සහ B කුලක දෙක අවයව ඇසුරින් ලියා දැක්වූ විට,

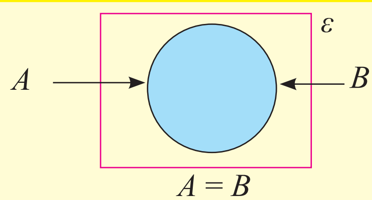
A = {සඳුදා, අඟහරුවාදා, බදාදා, බ්‍රහස්පතින්දා, සිකුරාදා}
B = {සඳුදා, අඟහරුවාදා, බදාදා, බ්‍රහස්පතින්දා, සිකුරාදා}

මෙහි $n(A) = 5$ සහ $n(B) = 5$
මෙම කුලක දෙකේ ම ඇත්තේ එකම අවයව ප්‍රමාණය වේ. එසේ ම අවයව ද එක හා සමාන වේ. අවයව සංඛ්‍යාව සමාන, මෙවැනි කුලක සමකුලක යනුවෙන් හැඳින්වේ.

A හා B සමකුලක නම්, $A = B$ ආකාරයට ලියනු ලැබේ.

නිදසුන 1

A = {1ත් 10ත් අතර ඉරට්ට සංඛ්‍යා}
B = {10ට අඩු 2හි ගුණාකාර}
A හා B හි අවයව පහත පරිදි ලිවිය හැකි ය.
$A = \{2, 4, 6, 8\}$
$B = \{2, 4, 6, 8\}$
$A = B$
එනම්, A හා B සමකුලක වේ.



18.5 තුල්‍ය කුලක

පහත දක්වා ඇති කුලක දෙක සලකන්න.

X = {1ත් 10ත් අතර ඉරට්ට සංඛ්‍යා}
Y = {11ත් 20ත් අතර ඉරට්ට සංඛ්‍යා}

ඉහත දී ඇති X සහ Y කුලක දෙකේ අවයව ලියා දැක්වූ විට,
$X = \{2, 4, 6, 8\}$
$Y = \{12, 14, 16, 18\}$

මෙහි $n(X) = 4$ සහ $n(Y) = 4$ වේ. මේ අයුරින් කුලක දෙකක අවයව සංඛ්‍යාව පමණක් සමාන වූ විට එම කුලක තුල්‍ය කුලක ලෙස හැඳින්වේ. එය $X \sim Y$ ආකාරයට දක්වනු ලැබේ.

නිදසුන 1

පහත දක්වා ඇති කුලක දෙක සලකන්න.

A = {ඉංග්‍රීසි හෝඩියේ මුල් අකුරු 5}
B = {ඉංග්‍රීසි හෝඩියේ ස්වර කුලකය}
A හා B හි අවයව පහත පරිදි ලිවිය හැකි ය.
$A = \{a, b, c, d, e\}$
$B = \{a, e, i, o, u\}$
$n(A) = 5$
$n(B) = 5$
$A \sim B$

18.2 අභ්‍යාසය

1. 'ඉදල' යන වචනය සෑදී ඇති අකුරු කුලකයේ සියලු ම උපකුලක ලියා දක්වන්න.

2. $A = \{2, 4, 6\}$
   මෙම කුලකයේ සියලුම උපකුලක ලියා දක්වන්න.

3. $A = \{t, a, p\}$
   B = '*pat*' යන වචනය සෑදී ඇති අකුරු
   (i) B කුලකයේ අවයව ලියා දක්වන්න.
   (ii) A සහ B කුලක දෙක සම කුලකයක් වේ ද?

4. $X = \{1, 2, 3\}$ මෙම කුලකයට ඇති උපකුලක ගණන කොපමණ ද?

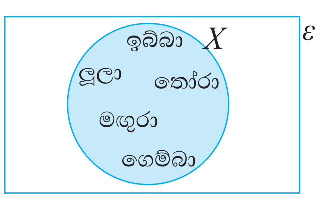
5. $P = \{1, 2, 3, 4, 5\}$
   Q = {ඉංග්‍රීසි හෝඩියේ ස්වර}
   (i) Q කුලකයේ අවයව ලියා දක්වන්න.
   (ii) P සහ Q සමකුලකයක් වේ ද තුල්‍ය කුලකයක් වේ ද යන්න සඳහන් කරන්න.

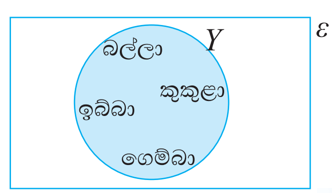
18.6 කුලක ඡේදනය

පහත දක්වා ඇති කුලක දෙක සලකන්න.

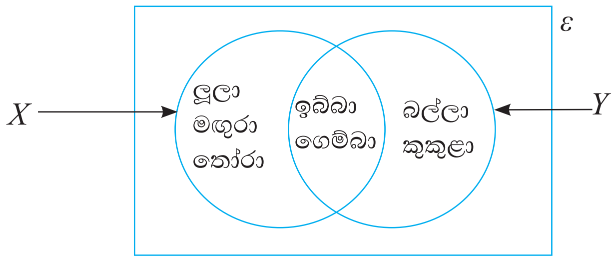
X = {ලූලා, මඟුරා, ඉබ්බා, තෝරා, ගෙම්බා}
Y = {බල්ලා, කුකුළා, ඉබ්බා, ගෙම්බා}

මෙම කුලක දෙක සඳහා වෙන් රූප අඳිමු.





මෙම කුලක දෙකට ම පොදු අවයව (ඉබ්බා, ගෙම්බා) ඇති බව පෙනේ.
දැන් X සහ Y කුලක දැක්වීමට සුදුසු එක් වෙන් රූපයක් අඳිමු.



මෙහි ඉබ්බා සහ ගෙම්බා X සහ Y කුලක දෙකටම පොදු කොටසට ඇතුළත් කර ඇත. එසේ කරන ලද්දේ ඉබ්බා, ගෙම්බා යන අවයව X සහ Y කුලක දෙකටම අයත් වන නිසා ය. X සහ Y කුලක දෙක නිසා සෑදුණු ඉහත ගුණයෙන් යුක්ත වූ අවයව කුලකයට X සහ Y හි ඡේදන කුලකය යයි කියනු ලැබේ. ඡේදනය දැක්වීම සඳහා "$\cap$" සංකේතය යොදා ගනු ලැබේ.

ඒ අනුව, $X \cap Y = \{$ඉබ්බා, ගෙම්බා$\}$

මෙය X ඡේදනය Y යනුවෙන් කියවනු ලැබේ.

නිදසුන 1

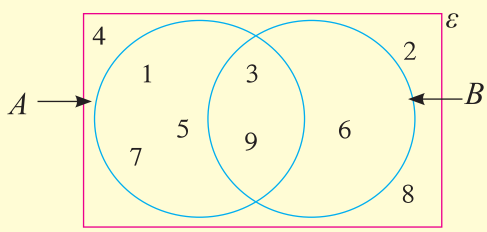
$\varepsilon = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

$A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$

$B = \{3, 6, 9\}$

(i) මෙය වෙන් රූප සටහනකින් දක්වන්න.
(ii) එමගින් $A \cap B$ කුලකයේ අවයව ලියා දක්වන්න.

(i)



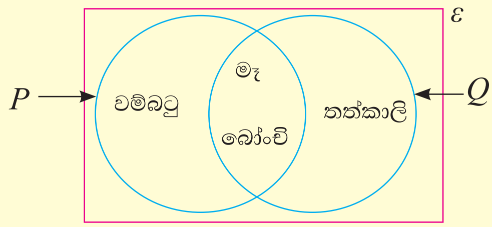
(ii) $A \cap B = \{3, 9\}$

නිදසුන 2

P = {මෑ, වම්බටු, බෝංචි}
Q = {මෑ, බෝංචි, තත්කාලි}

(i) මෙය වෙන් රූප සටහනකින් දක්වන්න.
(ii) එමගින් $P \cap Q$ කුලකයේ අවයව ලියා දක්වන්න.

(i)



(ii) $P \cap Q$ = {මෑ, බෝංචි}

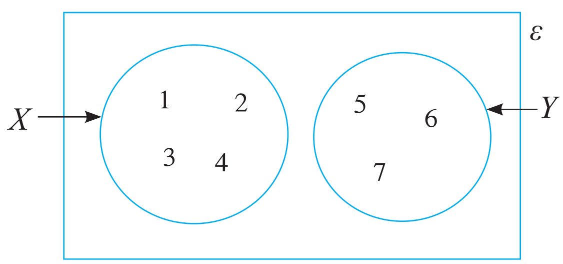
18.7 වියුක්ත කුලකය

පහත දක්වා ඇති X හා Y කුලක දෙක සලකන්න.

$X = \{1, 2, 3, 4\}$ $Y = \{5, 6, 7\}$

X සහ Y කුලක වෙන් රූප සටහනක දක්වමු.

X සහ Y කුලක දෙකේ පොදු අවයව නොමැත. එබැවින් වෙන් රූපයේ $X \cap Y$ ප්‍රදේශයේ කිසිම අවයවයක් ඇතුළත් නොවේ. එනම් $X \cap Y = \varnothing$ වේ. $X \cap Y$ කුලකය අභිශූන්‍ය වේ. ඡේදනය අභිශූන්‍ය වන මෙවැනි කුලක වියුක්ත කුලක වේ.

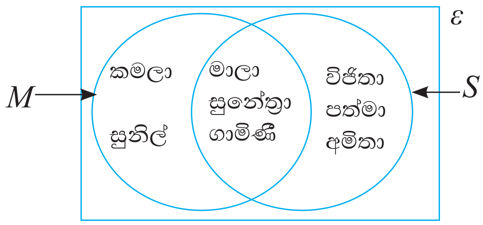


18.8 කුලක මේලය

පංතියක සිටින සිසුන්ගෙන් ගණිතයට සම්මාන ලබා ගත් සිසුන් කුලකය M ද විද්‍යාවට සම්මාන ඇති සිසුන් කුලකය S ද වේ.

M = {මාලා, කමලා, සුනිල්, ගාමිණී, සුනේත්‍රා}
S = {විජිතා, පත්මා, අමිතා, මාලා, ගාමිණී, සුනේත්‍රා}

M සහ S වෙන් රූපයකින් දක්වමු.



ඒ අනුව විද්‍යාවට හෝ ගණිතයට සම්මාන ඇති සිසුන් කුලකය P නම්,
P = {කමලා, සුනිල්, මාලා, සුනේත්‍රා, ගාමිණී, විජිතා, පත්මා, අමිතා} වේ.

P හි ඇතුළත් අවයව M සහ S සමඟ දක්වන සම්බන්ධය වෙන් රූපයෙන් පැහැදිලි වේ. එනම් P හි ඇති අවයව Mට හෝ S ට හෝ ඒ දෙකටම හෝ අයත් වේ. M සහ S නිසා සෑදුණ මෙම P කුලකය M සහ S හි මේලය ලෙස හැඳින්වේ. මේලය දැක්වීම සඳහා '∪' සංකේතය භාවිත කෙරේ.

ඉහත M සහ S හි මේලය,
$M \cup S$ = {කමලා, සුනිල්, මාලා, සුනේත්‍රා, ගාමිණී, විජිතා, පත්මා, අමිතා}

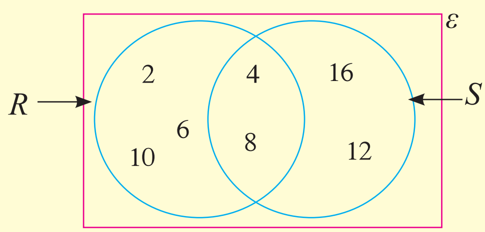
නිදසුන 1

$R = \{2, 4, 6, 8, 10\}$

$S = \{4, 8, 12, 16\}$

(i) මෙය වෙන් රූප සටහනකින් දක්වන්න.
(ii) එමගින් $R \cup S$ කුලකයේ අවයව ලියා දක්වන්න.

(i)



(ii) $R \cup S = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 16\}$

18.3 අභ්‍යාසය

1. $A = \{p, q, r, s\}$
   $B = \{p, q, t, u\}$
   (i) ඉහත A සහ B කුලක නිරූපණය කිරීමට වෙන් රූප සටහනක් අඳින්න.
   (ii) එය භාවිත කර $A \cap B$ හි අවයව ලියා දක්වන්න.
   (iii) වෙන් රූප සටහන භාවිත කර $A \cup B$ හි අවයව ලියා දක්වන්න.

2. $A = \{2, 4, 6, 8\}$
   $B = \{1, 3, 7\}$
   A හා B කුලක සඳහා වෙන් රූප සටහනක් අඳින්න. එමගින්,
   (i) $A \cup B$ හි අවයව ලියා දක්වන්න.
   (ii) $A \cap B$ හි අවයව ලියා දක්වන්න.
   (iii) A හා B කුලක වියුක්ත කුලකයක් ද නොවේ ද යන්න පැහැදිලි කරන්න.

3. P = {මායා, කාන්ති, රාණි}
   Q = {කාන්ති, පත්මා, රෝහිණි}

   (i) P හා Q සහ කුලක සඳහා වෙන් රූප සටහනක් ඇඳ $P \cap Q$ සහ $P \cup Q$ හි අවයව වෙන් වෙන් ව ලියා දක්වන්න.

සාරාංශය

- සර්වත්‍ර කුලකය ε මගින් දක්වනු ලබයි.
- දී ඇති කුලකය A ලෙස නම් කර ඇති විට එහි අනුපූරකය දැක්වීමට A' යන සංකේතය යොදා ගනී.
- අවයව n ඇති කුලකයක ඇති උපකුලක සංඛ්‍යාව 2^n ලෙස ප්‍රකාශ කළ හැකි ය.
- ඡේදනය දැක්වීම සඳහා "$\cap$" සංකේතය යොදා ගනු ලැබේ.
- මේලය දැක්වීම සඳහා '$\cup$' සංකේතය යොදා ගනු ලැබේ.

19 වෘත්ත

මෙම පාඩම අධ්‍යයනය කිරීමෙන් ඔබට,

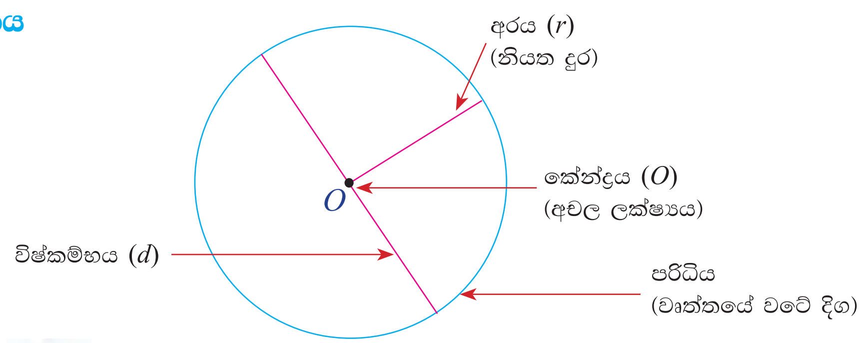
- වෘත්තයක පරිධිය හා විෂ්කම්භය මැනිය හැකි විවිධ ක්‍රම පිළිබඳව අවබෝධය ලැබීමට,
- ඕනෑ ම වෘත්තයක පරිධිය හා විෂ්කම්භය අතර සම්බන්ධය ගොඩනැගීමට,
- විෂ්කම්භය හෝ අරය හෝ දුන් විට වෘත්තයක පරිධිය ගණනය කිරීමට,
- අර්ධ වෘත්ත කොටස්වල පරිමිතිය ගණනය කිරීමට,
- අර්ධ වෘත්ත සහිත සංයුක්ත තල රූපවල පරිමිතිය ගණනය කිරීමට

හැකියාව ලැබේ.

19.1 හැඳින්වීම

අචල ලක්ෂ්‍යයක සිට නියත දුරකින් චලනය වන ලක්ෂ්‍යයක පථය වෘත්තයක් වේ.

වෘත්තය



- ☆ වෘත්තයක වටේ දිග එහි පරිධිය (C) නම් වේ.
- ☆ වෘත්තය මත පිහිටි ලක්ෂ්‍ය දෙකක් කේන්ද්‍රය හරහා යා කළ විට ලැබෙන රේඛාව, විෂ්කම්භය වේ.
- ☆ කේන්ද්‍රයේ සිට වෘත්තය මතට ඇති නියත දුර, අරය (r) නම් වේ.
- ☆ තවද විෂ්කම්භය යනු අරයෙහි දෙගුණය වේ. එනම්, $d = 2r$ වේ.

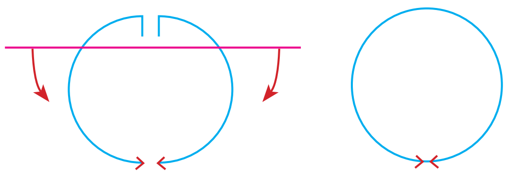
$$\frac{\text{විෂ්කම්භය}}{2} = \text{අරය}$$

එනම් $\frac{d}{2} = r$

- $d = 20$ cm $r = 10$ cm
- $d = 14$ cm $r = 7$ cm
- $d = 42$ cm $r = 21$ cm
- $d = 7$ cm $r = 3.5$ cm

19.2 වෘත්තයක පරිධිය හා විෂ්කම්භය අතර සම්බන්ධය

වෘත්තාකාර හැඩය ඇති වස්තුවක් වන වළල්ල සළකමු. වළල්ල සකසා ඇත්තේ කම්බියක් හෝ එවැනි සරල රේඛීය ලෝහ පටියක් වක්‍ර ආකාරයට හැඩ කිරීමෙනි.

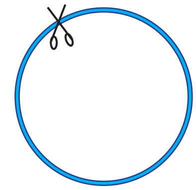


එවිට, කම්බියේ මුළු දිග වෘත්තයේ මුළු වට ප්‍රමාණය වේ. කම්බියක් වැනි රේඛීය වස්තුවක් අඩි කෝදුව වැනි මිනුම් උපකරණයකින් මැන ගත හැකි වුවත් රේඛීය කම්බිය වක්‍රව සෑදෙන වෘත්තාකාර හැඩය එක් වරම එවැනි දෘඪ උපකරණයකින් මැන ගත නොහැකි ය. මෙහි දී මැනීමේ උපක්‍රමයක් භාවිත කර මැන ගැනීම සිදු කරයි.

පරිධිය මැනීම

මැනීමේ උපක්‍රමය

වෘත්තාකාර වළල්ලක් සපයා ගන්න.
නූල් කැබැල්ලක් ද සපයා ගන්න. පහත පියවර අනුගමනය කරන්න.



පියවර 1 - වෘත්තාකාර වළල්ලේ එක් තැනක නූල් කැබැල්ලේ එක් කොනක් අලවන්න. දැන් එතැන් සිට වක්‍ර හැඩය වටා නූල් කැබැල්ල තදින් අඳිමින් ගෙන ගොස් මුලින් ඇල වූ නූල් කැබැල්ලේ කොනෙහි ම තබා එතැනින් වෙන් කර ගන්න.

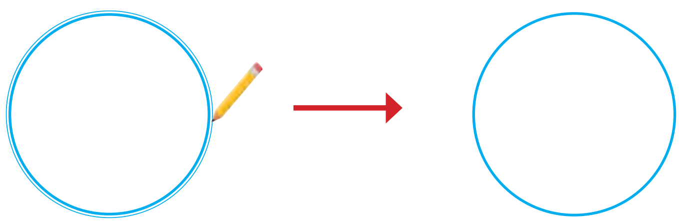
පියවර 2 - දැන් එම වෙන් කර ගත් නූල් කැබැල්ලේ දිග සරල දාරය මගින් මැන ගන්න.

මෙලෙස මැන ගන්නා දිග වෘත්තයේ පරිමිතියයි. ඕනෑ ම රූපයක වටේ දිග පරිමිතිය වුව ද වෘත්තාකාර හැඩයන්ගේ පරිමිතිය **පරිධිය** ලෙස හඳුන්වයි.

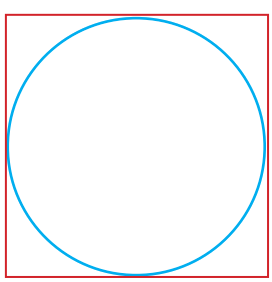
විෂ්කම්භය මැනීම

මැනීමේ උපක්‍රමය

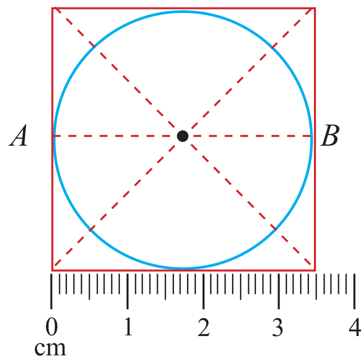
පියවර 1 - ඔබ පරිධිය මැනීම සඳහා යොදා ගත් වළල්ල භාවිතයෙන් කඩදාසියක් මත වෘත්තයක් ඇඳ ගන්න.



පියවර 2 -දැන් ඔබ ඇඳ ගත් වෘත්තය වටකර සමචතුරස්‍රයක් ඇඳ ගන්න. සමචතුරස්‍රයේ පැත්තක දිග මැන ලියන්න.



පියවර 3 - දැන් ඉහත රූපයේ ම මුලු හතර යා කර වෘත්තයේ හා සමචතුරස්‍රයේ හරි මැද සොයා ගන්න. වෘත්තයේ හරි මැද (කේන්ද්‍රය) හරහා යන රේඛාවක් ඇඳ වෘත්තය කැපෙන ලක්ෂ්‍ය දෙක අතර පරතරය මැන ගන්න.



සමචතුරස්‍රයේ පැත්තක දිග හරි මැද හරහා AB දුරට සමාන බව පෙනී යනු ඇත. වෘත්තයක හරි මැද (කේන්ද්‍රය) හරහා වෘත්තය මත ලක්ෂ්‍ය දෙකක් අතර දුර විෂ්කම්භය වේ.

ක්‍රියාකාරකම 1

ඔබට පහසුවෙන් සපයා ගත හැකි විවිධ ප්‍රමාණයේ වෘත්තාකාර හැඩැති විවිධ වස්තූන් කිහිපයක් සපයා ගන්න. ඉහත දැක්වූ ආකාරයට ඔබ සපයා ගත් වස්තූන්ගේ පරිධිය හා විෂ්කම්භය නිවැරදිව මැන පහත වගුව සම්පූර්ණ කරන්න.

උදා: රුපියල් 5 කාසියක්, කම්බියක්, කිරි පිටි ටින් පියනක්, ඔරලෝසු මුහුණතක්, තීන්ත බාල්දි පියනක්, වාහන රෝදයක්....

වස්තුව	පරිධිය (C)	විෂ්කම්භය (d)	$\frac{\text{පරිධිය}}{\text{විෂ්කම්භය}} \quad \frac{(C)}{(d)}$
රුපියල් 5 කාසිය			
කිරි පිටි ටින් පියන			
ඔරලෝසු මුහුණත			
තීන්ත බාල්දි පියන			
වාහන රෝදය			
....			

ඔබ නියමිත පරිදි මිනුම් ලබා ගත්තේ නම් පරිධිය විෂ්කම්භයෙන් බෙදූ විට සෑම අවස්ථාවක ම 3.14ට ආසන්න අගයක් ලැබෙන බව පැහැදිලි ය.

මේ අනුව, $\frac{\text{පරිධිය}}{\text{විෂ්කම්භය}}$ = නියත අගයකි. (සෑම අවස්ථාවකම 3.14ට ආසන්න වේ.)

$$\frac{C}{d} = 3.14$$

මෙම නියත අගය π (පයි) ලෙස හඳුන්වනු ලැබේ. (π - පයි යනු ග්‍රීක හෝඩියේ අක්ෂරයකි.)

මෙහි දී π හි අගය 3.14 ලෙස භාවිත වන නමුත් එහි අගය $\frac{22}{7}$ ට ආසන්න වශයෙන් සමාන වන නිසා ගණනය කිරීමේ පහසුවට $\pi = \frac{22}{7}$ ලෙස ගනු ලැබේ.

$$\frac{C}{d} = \pi$$

$$d \times \frac{C}{d} = \pi \times d$$ (දෙපසම d වලින් ගුණ කිරීම)

$$\therefore \quad C = \pi d$$

$$C = \pi d$$

විෂ්කම්භය අරය මෙන් දෙගුණයක් වන නිසා, $C = \pi \times 2r$ ($d = 2r$ නිසා)

$$C = 2\pi r$$

නිදසුන 1

විෂ්කම්භය 20 cm වන වෘත්තාකාර ටින් පියනක පරිධිය සොයන්න. ($\pi = 3.14$ ලෙස ගන්න.)

විෂ්කම්භය (d) $= 20$ cm

පියනේ පරිධිය $= \pi d$

$= 3.14 \times 20$ cm

$= 62.8$ cm

නිදසුන 2

විෂ්කම්භය 7 cm වන වෘත්තාකාර කාසියක පරිධිය සොයන්න. ($\pi = \frac{22}{7}$ ලෙස ගන්න.)

විෂ්කම්භය (d) $= 7$ cm

වෘත්තාකාර කාසියේ පරිධිය $= \pi d$

$= \frac{22}{7} \times 7$ cm

$= \frac{22}{\cancel{7}} \times \cancel{7}$ cm

$= 22$ cm

නිදසුන 3

වෘත්තාකාර කාසියක අරය 10 cm වේ. එහි පරිධිය සොයන්න. ($\pi = 3.14$ ලෙස ගන්න.)

අරය (r) $= 10$ cm

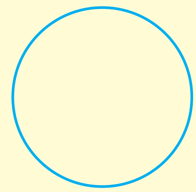
වෘත්තාකාර කාසියේ පරිධිය $= 2\pi r$

$= 2 \times 3.14 \times 10$ cm

$= 62.8$ cm

නිදසුන 4

අරය 14 cm වන වෘත්තාකාර වළල්ලක පරිධිය සොයන්න. ($\pi = \frac{22}{7}$ ලෙස ගන්න.)



අරය (r) $= 14$ cm

වෘත්තාකාර වළල්ලේ පරිධිය $= 2\pi r$

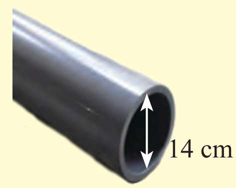
$= 2 \times \frac{22}{7} \times 14$ cm

$= 2 \times \frac{22}{\cancel{7}} \times \cancel{14}^{2}$ cm

$= 88$ cm

නිදසුන 5

සිලින්ඩරාකාර වතුර බටයක පයිප්ප කටෙහි විෂ්කම්භය 14 cm වේ නම්, එම පයිප්ප කටෙහි ඇතුළත වෘත්තයෙහි පරිධිය සොයන්න. ($\pi = \frac{22}{7}$ ලෙස ගන්න.)



$d = 14$ cm , $r = 7$ cm

වෘත්තාකාර වතුර බටයේ පයිප්ප කටෙහි ඇතුළත පරිධිය $= 2\pi r$

$= 2 \times \frac{22}{7} \times 7$ cm

$= 2 \times \frac{22}{\cancel{7}} \times \cancel{7}$ cm

$= 44$ cm

නිදසුන 6

වෘත්තාකාර පියනක පරිධිය 88 cm නම් එහි අරය සොයන්න. ($\pi = \frac{22}{7}$ ලෙස ගන්න.)

වෘත්තාකාර පියනේ පරිධිය $= 88$ cm

වෘත්තයක පරිධිය $= 2\pi r$

$\therefore\ 2\pi r = 88$ cm

$2 \times \frac{22}{7} \times r = 88$ cm

$\frac{44}{7} \times r = 88$ cm

$7 \times \frac{44}{7} \times r = 7 \times 88$

$44\,r = 7 \times 88$

$\frac{44r}{44} = \frac{7 \times 88}{44}$

$\frac{\cancel{44}r}{\cancel{44}} = \frac{7 \times \cancel{88}^{2}}{\cancel{44}}$

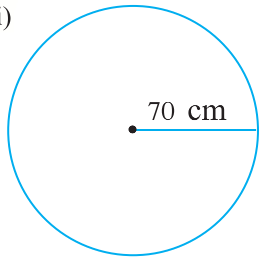
$r = 14$ cm

වෘත්තාකාර පියනේ අරය $= 14$ cm

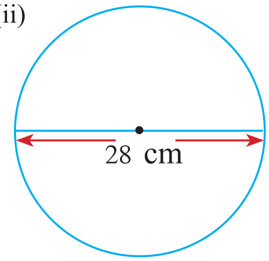
19.1 අභ්‍යාසය

1. පහත මිනුම්වලට අදාළව එක් එක් වෘත්තයේ පරිධිය ගණනය කරන්න.

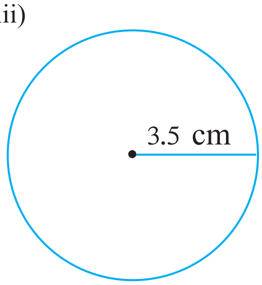
(i)



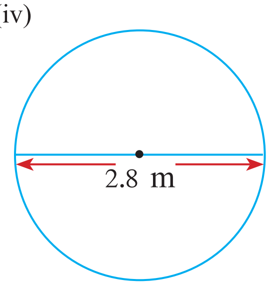
(ii)



(iii)

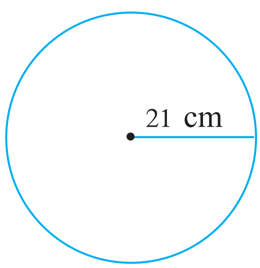


(iv)

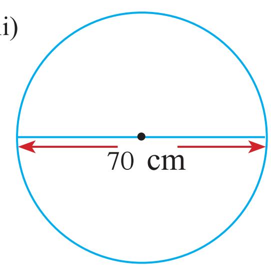


2. පහත මිනුම්වලට අදාළව එක් එක් වෘත්තයේ පරිධිය ගණනය කරන්න. ($\pi = \frac{22}{7}$ ලෙස ගන්න.)

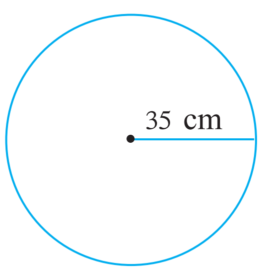
(i)



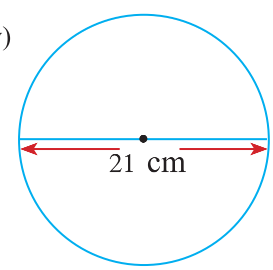
(ii)



(iii)



(iv)



3. පහත දී ඇති පරිධිය සහිත වෘත්තවල අරයන් ගණනය කරන්න.

(i) පරිධිය 44 cm

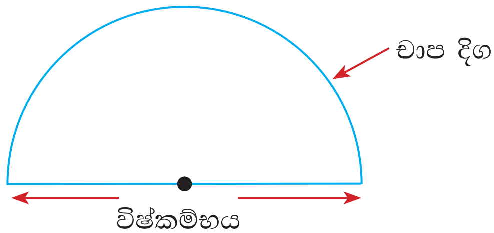
(ii) පරිධිය 110 cm

(iii) පරිධිය 154 cm

(iv) පරිධිය 220 cm

19.3 අර්ධ වෘත්තාකාර ආස්තරයක පරිමිතිය

වෘත්තයක් එහි විෂ්කම්භයක් ඔස්සේ කොටස් දෙකකට වෙන් කළ විට අර්ධ වෘත්තයක් ලැබේ.



මෙහි මායිම් ලෙස වෘත්ත චාපයකුත් (අර්ධ වෘත්තාකාර කොටසේ පරිධිය) විෂ්කම්භයකුත් ලැබී ඇත. (රූපය බලන්න.) අර්ධ වෘත්තාකාර ආකාරයේ තල රූපයක පරිමිතිය වෘත්තාකාර චාපයේ දිග හා විෂ්කම්භයේ දිගේ එකතුවෙන් ලැබේ.

අර්ධ වෘත්තාකාර ආස්තරයක පරිමිතිය = අර්ධ වෘත්තයේ චාප දිග + විෂ්කම්භය

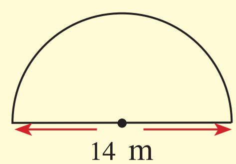
අරය r වන අර්ධ වෘත්තාකාර ආස්තරයක පරිමිතිය $= \left(2\pi r \times \frac{1}{2}\right) + 2r$

$= \pi r + 2r$

නිදසුන 1

අර්ධ වෘත්තාකාර පොකුණක විෂ්කම්භය 14 m වේ. පොකුණේ පරිමිතිය සොයන්න.

$d = 14$ m , එම නිසා, $r = 7$ m



අර්ධ වෘත්තාකාර කොටසේ චාප දිග $= 2\pi r \times \frac{1}{2}$

$= \cancel{2}\pi r \times \frac{1}{\cancel{2}}$

$= \pi r$

$= \frac{22}{7} \times 7$ m

$= \frac{22}{\cancel{7}} \times \cancel{7}$ m

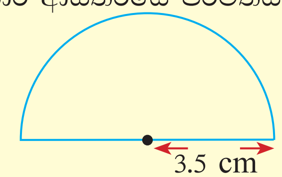
$= 22$ m

පොකුණේ පරිමිතිය $= 22$ m $+ 14$ m

$= 36$ m

නිදසුන 2

රූපයේ දැක්වෙන අර්ධ වෘත්තාකාර ආස්තරයේ පරිමිතිය සොයන්න.



$r = 3.5$ cm

අර්ධ වෘත්තාකාර කොටසේ චාප දිග $= 2\pi r \times \frac{1}{2}$

$= \cancel{2}\pi r \times \frac{1}{\cancel{2}}$

$= \pi r$

$= \frac{22}{7} \times 3.5$ cm

$= \frac{22}{\cancel{7}_{2}} \times \cancel{3.5}^{1}$ cm

$= 11$ cm

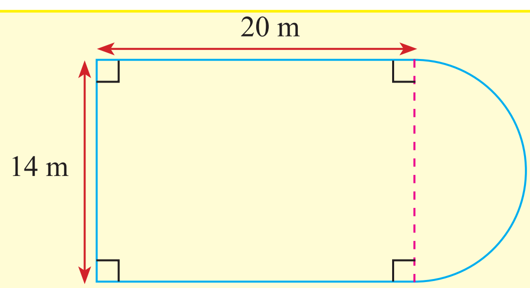
අර්ධ වෘත්තාකාර ආස්තරයේ පරිමිතිය $= 11$ cm $+ 7$ cm

$= 18$ cm

19.4 අර්ධ වෘත්ත ඇතුළත් තල රූපවල පරිමිතිය

සෘජුකෝණාස්‍ර, සමචතුරස්‍ර, ත්‍රිකෝණ, අර්ධ වෘත්ත එක් කළ විට සංයුක්ත තල රූප සෑදේ. සංයුක්ත රූපයක එහි පිටත මායිම් වන දිග එහි පරිමිතිය නම් වේ. දැන් අපි අර්ධ වෘත්ත ඇතුළත් සංයුක්ත තල රූපයක පරිමිතිය සොයමු.

නිදසුන 1



රූපයේ දැක්වෙන්නේ 20 m දිග 14 m පළල සෘජුකෝණාස්‍ර උද්‍යානයක එක් පැත්තක පිහිටි අර්ධ වෘත්තාකාර පොකුණකි. පොකුණ සමග උද්‍යානයේ පරිමිතිය සොයන්න.

$d = 14\text{ m}$,   එම නිසා, $r = 7\text{ m}$

අර්ධ වෘත්තාකාර කොටසේ චාප දිග $= 2\pi r \times \frac{1}{2}$

$= \pi r$

$= \frac{22}{7} \times 7\text{ m}$

$= \frac{22}{\cancel{7}} \times \cancel{7}\text{ m}$

$= 22\text{ m}$

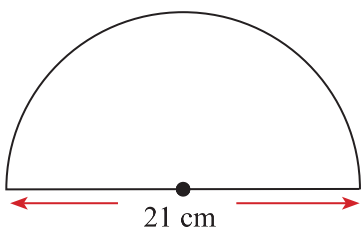
පොකුණ සමඟ උද්‍යානයේ පරිමිතිය $= 22\text{ m} + 20\text{ m} + 14\text{ m} + 20\text{ m}$

$= 76\text{ m}$

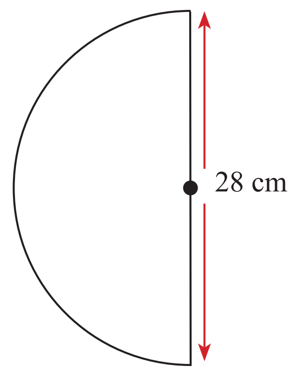
19.2 අභ්‍යාසය

1. පහත තල රූපවල පරිමිතිය ගණනය කරන්න.

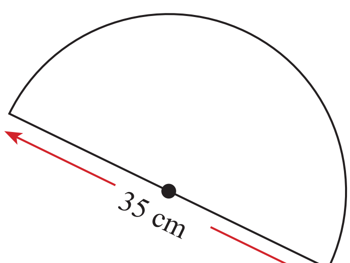
(i)



(ii)

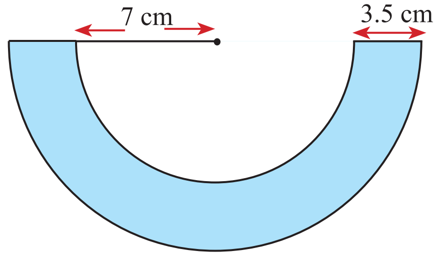


(iii)



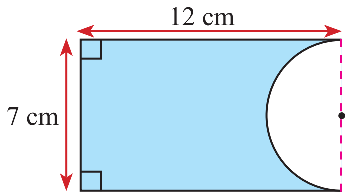
2. අර්ධ වෘත්තාකාර සඳකඩ පහනක විෂ්කම්භය 2.8 m වේ. එහි පරිමිතිය සොයන්න.

3. පහත රූපයේ පරිමිතිය සොයන්න.

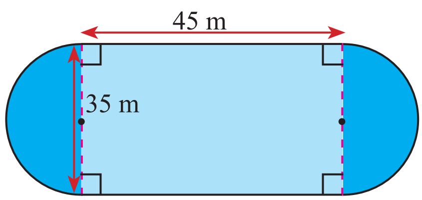


4. පහත තල රූපවල පරිමිතිය සොයන්න.

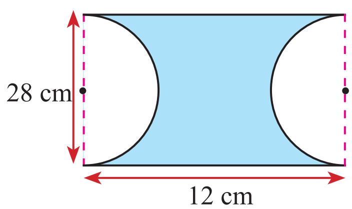
(i)



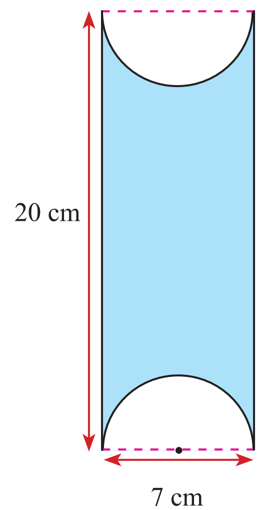
(ii)



(iii)



(iv)



5. ඔරලෝසුවක මිනිත්තු කටුව 14 cm දිග ය. මිනිත්තු කටුවේ තුඩ මිනිත්තු 30ක දී ගෙවා යන දුර කවරේ ද?

සාරාංශය

- වෘත්තයක වටේ දිග එහි පරිධිය (C) නම් වේ.
- වෘත්තය මත පිහිටි ලක්ෂ්‍ය දෙකක් කේන්ද්‍රය හරහා යා කළ විට ලැබෙන රේඛාව විෂ්කම්භය (d) වේ.
- කේන්ද්‍රයේ සිට වෘත්තය මතට ඇති නියත දුර, අරය (r) නම් වේ.
- විෂ්කම්භය යනු අරයෙහි දෙගුණය වේ. $d = 2r$
- $C = \pi d$
- $C = 2\pi r$

20 තල රූපවල වර්ගඵලය I

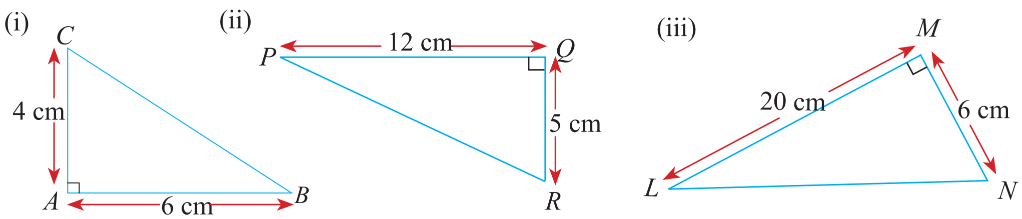
මෙම පාඩම අධ්‍යයනය කිරීමෙන් ඔබට,
- ත්‍රිකෝණයක වර්ගඵලය ගණනය කිරීමට,
- සමාන්තරාස්‍රයක වර්ගඵලය ගණනය කිරීමට,
- ත්‍රපීසියමක වර්ගඵලය ගණනය කිරීමට

හැකියාව ලැබේ.

දෙවන ශ්‍රේණියේදී ඉගෙන ගත් සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණයක වර්ගඵලය ගණනය කරනු ලබන ආකාරය නැවත මතකයට නගා ගැනීම සඳහා පහත පුනරීක්ෂණ අභ්‍යාසයේ යෙදෙන්න.

පුනරීක්ෂණ අභ්‍යාසය

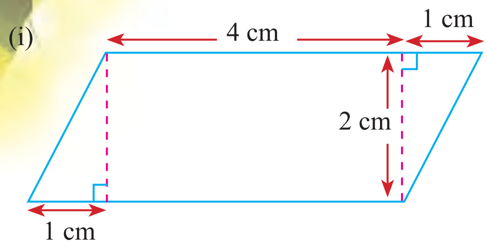
1. පහත රූප සටහන්වල දක්වා ඇති සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණයන් සැලකීමෙන් දක්වා ඇති වගුව සම්පූර්ණ කරන්න.

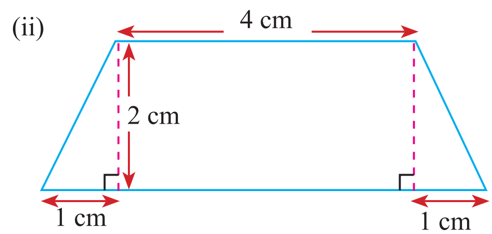


ත්‍රිකෝණය	ආධාරක පාදයේ දිග	ලම්බකයේ දිග	ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය
$ABC\Delta$	$AB = 6$ cm	$AC = 4$ cm	$\frac{1}{2} \times 6 \text{ cm} \times 4 \text{ cm} = 12 \text{ cm}^2$
$PQR\ \Delta$	....	....	....
$LMN\ \Delta$	....	....	....

2. වර්ගඵලය 60 cm^2 ද ආධාරක පාදයේ දිග 15 cm ද වූ සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණයක ලම්බ උස කොපමණ වේ ද?

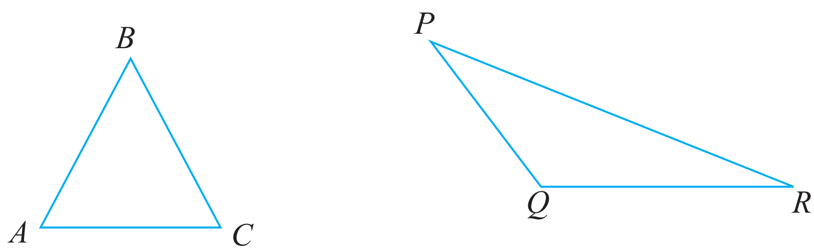
3. සෘජුකෝණාස්‍ර සහ සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණ සංයුක්ත කර නිර්මාණය කර ඇති පහත දැක්වෙන රූපවල වර්ගඵලය ගණනය කරන්න.



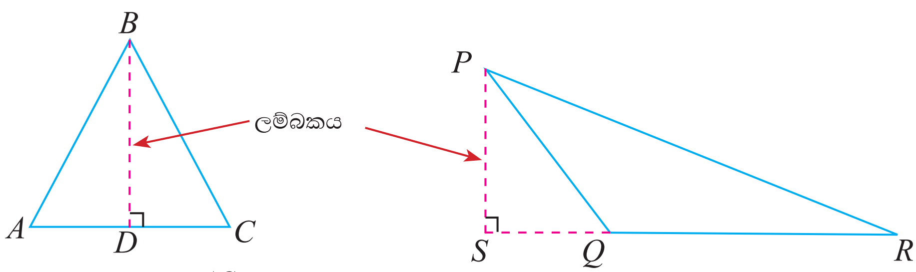


20.1 ත්‍රිකෝණවල වර්ගඵලය

සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණයක වර්ගඵලය $= \frac{1}{2}$ × ආධාරක පාදයේ දිග × ලම්බ උස යන සූත්‍රය මගින් ගණනය කළ හැකි බව දෙවන ශ්‍රේණියේදී ඔබ විසින් අධ්‍යයනය කර ඇත. පහත දක්වා ඇති ත්‍රිකෝණ දෙස ඔබගේ අවධානය යොමු කරන්න.



මෙම ත්‍රිකෝණ සෘජුකෝණික නොවන බව ඔබට පැහැදිලි වේ. එබැවින් සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණවල මෙන් පහසුවෙන් ආධාරකය සහ ලම්බ උස ලබා ගත නොහැකි බව ඔබට පෙනේ. මෙවැනි ත්‍රිකෝණවල වර්ගඵලයන් ගණනය කිරීම සඳහා අවශ්‍ය ලම්බ උස ත්‍රිකෝණය තුළ හෝ ත්‍රිකෝණයට බාහිරින් පහත පරිදි නිර්මාණය කර ගත යුතු වේ.



ආධාරක පාදය $= AC$

ආධාරක පාදය $= QR$

- ABC ත්‍රිකෝණයේ ලම්බකය BD ලෙස සැලකුවහොත් එම ත්‍රිකෝණයේ ආධාරක පාදය AC වේ.
- PQR ත්‍රිකෝණයේ ලම්බකය PS ලෙස සැලකුවහොත් එම ත්‍රිකෝණයේ ආධාරක පාදය QR වේ.
- ත්‍රිකෝණයක ලම්බ උස එම ත්‍රිකෝණයේ ම පාදයක් වීම අත්‍යවශ්‍ය නොවන අතර ආධාරක පාදය සෑම විට ම එම ත්‍රිකෝණයේ පාදයක් විය යුතු ය.

ත්‍රිකෝණයක වර්ගඵලය A නම්, $A = \frac{1}{2}$ × ආධාරක පාදයේ දිග × ලම්බ උස

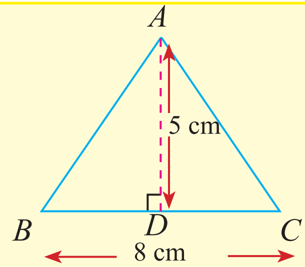
මගින් ලැබෙන බැවින් ඉහත දක්වන ලද ABC හා PQR ත්‍රිකෝණවල වර්ගඵලයන් පහත පරිදි ගණනය කළ හැකි ය.

ABC ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය $= \frac{1}{2} \times AC \times BD$ ද

PQR ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය $= \frac{1}{2} \times QR \times PS$ ද වේ.

නිදසුන 1

දක්වා ඇති ABC ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය ගණනය කරන්න.



ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය $= \frac{1}{2} \times$ ආධාරක පාදයේ දිග $\times$ ලම්බ උස

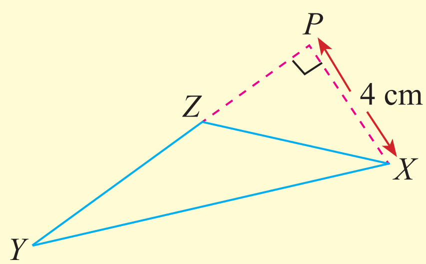
ABC ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය $= \frac{1}{2} \times BC \times AD$

ABC ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය $= \frac{1}{2} \times 8 \times 5 = 20$

ABC ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය $20\ cm^2$ කි.

නිදසුන 2

දක්වා ඇති XYZ ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය $20\ cm^2$ ක් නම් එහි YZ පාදයේ දිග ගණනය කරන්න.



ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය $= \frac{1}{2} \times$ ආධාරක පාදයේ දිග $\times$ ලම්බ උස

XYZ ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය $= \frac{1}{2} \times YZ \times PX$

$$20 = \frac{1}{2} \times YZ \times 4$$

$$20 \times \frac{2}{4} = YZ$$

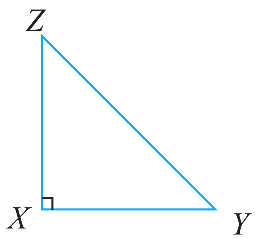
$$10 = YZ$$

YZ පාදයේ දිග $10\ cm$ කි.

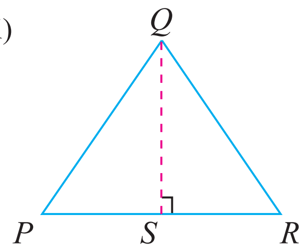
20.1 අභ්‍යාසය

1. පහත දක්වා ඇති රූප ඇසුරින් දී ඇති වගුව සම්පූර්ණ කරන්න.

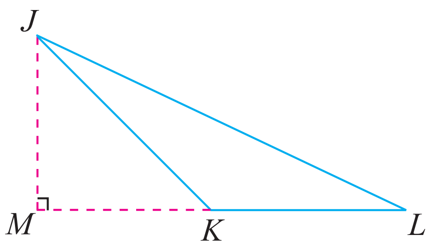
(i)



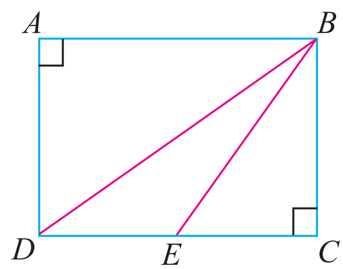
(ii)



(iii)



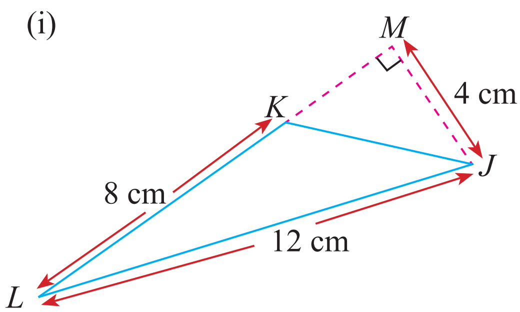
(iv)



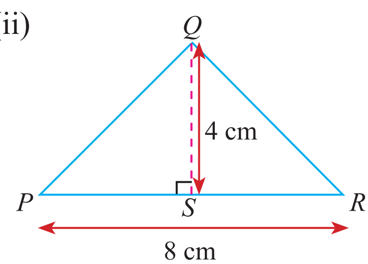
ත්‍රිකෝණය	ආධාරක පාදයේ දිග	ලම්බකයේ දිග	ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය
$XYZ\,\Delta$	XY	XZ	$\frac{1}{2} \times XY \times XZ$
$PQR\,\Delta$	....	....	....
$JKL\,\Delta$	....	....	....
$ABD\,\Delta$	....	....	....
$DBE\,\Delta$	....	....	....
$BEC\,\Delta$	....	....	....

2. පහත දක්වා ඇති ත්‍රිකෝණාකාර රූපයන්හි වර්ගඵලයන් ගණනය කරන්න.

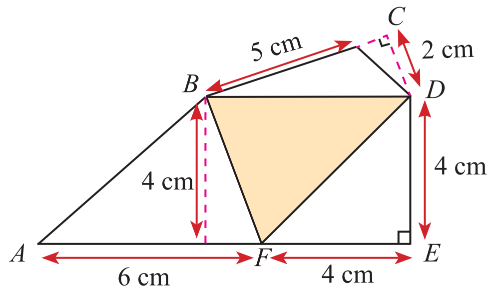
(i)



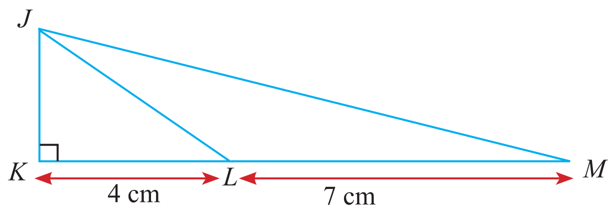
(ii)



3. පහත රූපයේ දක්වා ඇති $ABCDE$ පංචාස්‍රයේ වර්ගඵලය 42 cm^2 ක් නම් දී ඇති දත්ත අනුව අඳුරු කර දක්වා ඇති BDF ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය 17 cm^2 ක් බව පෙන්වන්න.



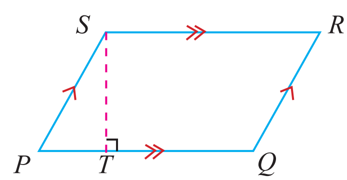
4. රූපයේ දැක්වෙන JKL ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය 12 cm^2 ක් නම් දී ඇති දත්ත අනුව JLM ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය ගණනය කරන්න.



20.2 සමාන්තරාස්‍රයක වර්ගඵලය

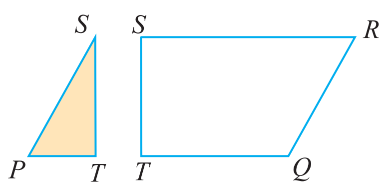
සමාන්තරාස්‍රයක වර්ගඵලය ගණනය කිරීම අවබෝධ කර ගැනීම සඳහා පහත ක්‍රියාකාරකමෙහි යෙදෙන්න.

ක්‍රියාකාරකම 1



පියවර 1 - රූපයේ දැක්වෙන ආකාරයේ සමාන්තරාස්‍රයක් කාඩ්බෝඩ් කැබැල්ලක ඇඳ කපා වෙන් කර ගන්න.

පියවර 2 - ඔබ කපා වෙන් කර ගත් සමාන්තරාස්‍රය රූපයේ දැක්වෙන පරිදි ST ලම්බය ඔස්සේ කපා එය රූපයේ පරිදි කොටස් 2කට වෙන් කරන්න.



පියවර 3 - ඔබට ලැබුනු PST ත්‍රිකෝණයේ PS මායිම $STQR$ චතුරස්‍රයේ QR මායිම හා සමපාත වන පරිදි තබන්න.

දැන් ඔබට ලැබුනු නව රූපය දෙස අවධානය යොමු කරන්න. එය සෘජුකෝණාස්‍රයක් බව ඔබට පැහැදිලි වනු ඇත. සෘජුකෝණාස්‍රයේ වර්ගඵලය සමාන්තරාස්‍රයක වර්ගඵලයට සමාන බව මෙමගින් අවබෝධ වනු ඇත.

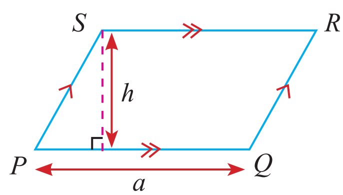
ඔබට ලැබුණු සෘජුකෝණාස්‍රයේ දිග, සමාන්තරාස්‍රයේ එක් සමාන්තර පාදයක දිගට සමාන බවත් සෘජුකෝණාස්‍රයේ පළල ඉහතින් ප්‍රකාශ කළ සමාන්තරාස්‍රයේ පාදයට ඇඳි ලම්බයේ දිගට සමාන බව ද ඔබට අවබෝධ වේ. එබැවින්,

සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය = සෘජුකෝණාස්‍රයේ වර්ගඵලය

සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය = දිග × පළල

සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය = (සමාන්තරාස්‍රයේ ආධාරක පාදයක දිග) × (එම ආධාරකයට ඇඳි ලම්බයේ දිග)

ආධාරක පාදයේ දිග ඒකක a ද ලම්බ උස ඒකක h ද වන සමාන්තරාස්‍රයක වර්ගඵලය වර්ග ඒකක A ද නම්,

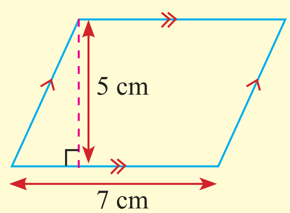


සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය = ආධාරකය × ලම්බ උස

$A = a \times h$

නිදසුන 1

දක්වා ඇති සමාන්තරාස්‍රාකාර තහඩුවේ වර්ගඵලය ගණනය කරන්න.



සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය = ආධාරකය × ලම්බ උස

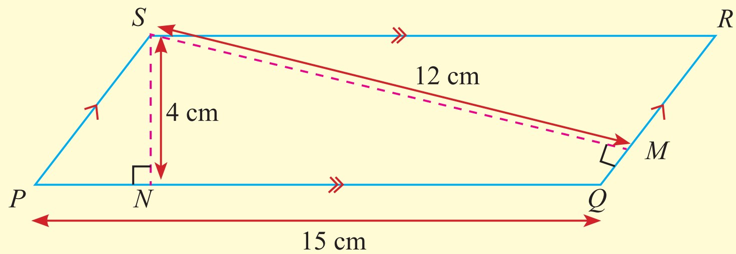
සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය $= 7 \times 5$

$= 35$

සමාන්තරාස්‍රාකාර තහඩුවේ වර්ගඵලය $35\ \text{cm}^2$ කි.

නිදසුන 2

රූපයේ දක්වා ඇති *PQRS* සමාන්තරාස්‍රයේ *QR* පාදයේ දිග සොයන්න.



ආධාරකය *PQ* ද ලම්බ උස *SN* ලෙස ද ගෙන *PQRS* සමාන්තරාස්‍රයෙහි වර්ගඵලය සොයමු.

PQRS සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය = ආධාරකය × ලම්බ උස

PQRS සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය = 15 cm × 4 cm

PQRS සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය = 60 cm^2

ආධාරකය *QR* ද ලම්බ උස *SM* ද ලෙස සැලකීමෙන් ද *PQRS* වර්ගඵලය ගණනය කළ හැකි ය.

PQRS සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය = $QR \times SM$

$$60 = QR \times 12$$

$$\frac{60}{12} = QR$$

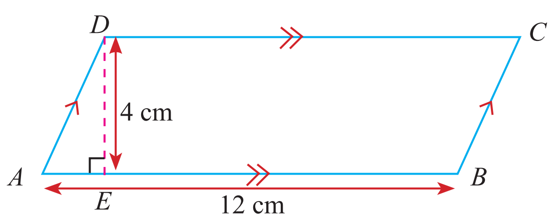
$$5 = QR$$

QR පාදයේ දිග 5 cm වේ.

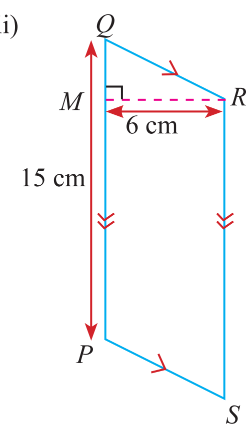
20.2 අභ්‍යාසය

1. පහත රූප සටහන් මගින් දක්වා ඇති සමාන්තරාස්‍රයන්හි වර්ගඵලය ගණනය කරන්න.

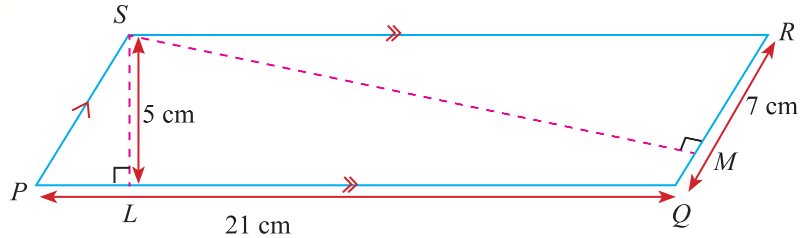
(i)



(ii)

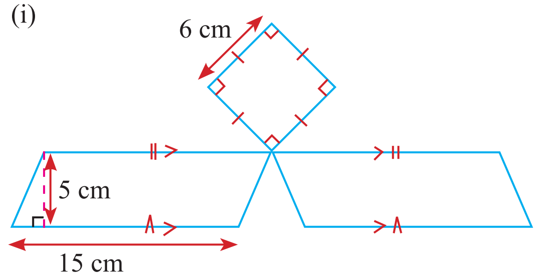


2. රූපයේ දැක්වෙන තොරතුරු අනුව SM පාදයේ දිග ගණනය කරන්න.

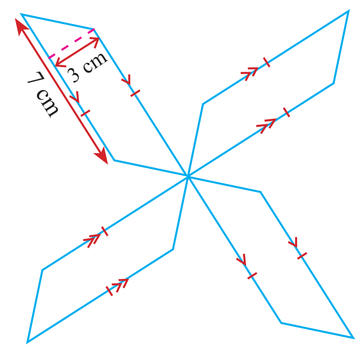


3. පහත දක්වා ඇති රූපවල වර්ගඵලය ගණනය කරන්න.

(i)



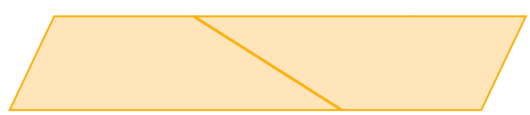
(ii)



20.3 ත්‍රපීසියමක වර්ගඵලය

සම්මුඛ පාද යුගලක් පමණක් සමාන්තර වූ චතුරස්‍රය ත්‍රපීසියමක් බව මේ වන විට ඔබ උගෙන ඇත. පිරිවෙන් පුස්තකාලය සඳහා ලබා දී ඇති කියවීමේ මේසයක මතුපිටක් රූපයේ දැක්වේ.

දක්වා ඇති මේස ලෑල්ල ත්‍රපීසියමක ආකාර බව ඔබට පෙනෙනු ඇත. එක්තරා පිරිවෙන් පුස්තකාලයක සිසුන් දෙදෙනෙක් කණ්ඩායම් ක්‍රියාකාරකමක් සිදු කිරීම සඳහා ඉහත ආකාරයේ සර්වසම කියවීම් මේස දෙකක් පහත ආකාරයට පිළියෙල කර ඇත.

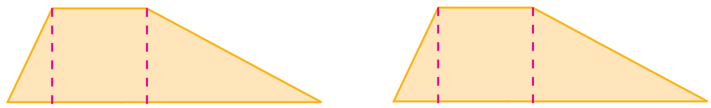


එක සමාන ත්‍රපීසියමක හැඩැති මේස ලෑලි දෙක පිළියෙල කර ඇති ආකාරය හොඳින් නිරීක්ෂණය කරන්න. ලැබී ඇති නව මේස පුවරුව සමාන්තරාස්‍රයක් බව ඔබට පෙනී යනු ඇත.

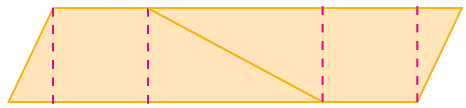
එබැවින් සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලයෙන් හරි අඩක් එක් ත්‍රපීසියමක වර්ගඵලයට සමාන බව තවදුරටත් ඔබට පෙනී යනු ඇත. එක් ත්‍රපීසියමක වර්ගඵලය සෙවීම තවදුරටත් විස්තරාත්මකව පහත ක්‍රියාකාරකම මගින් සොයා බලමු.

ක්‍රියාකාරකම 2

පියවර 1 - රූපයේ දැක්වෙන පරිදි එක හා සමාන ත්‍රපීසියම දෙකක් කාඩ්බෝඩ් ආධාරයෙන් කපා ගන්න.



පියවර 2 -දැන් එම එක් ත්‍රපීසියමක් මේසය මත තබා අනෙක් ත්‍රපීසියම පළමු ත්‍රපීසියමට ප්‍රතිවිරුද්ධව සමාන්තර බාහුවක් ස්පර්ශ වන සේ තබන්න.



පියවර 3 -ඔබට ලැබුණු නව හැඩ තලය සමාන්තරාස්‍රයක් බවත් එහි එක් සමාන්තර පාදයක දිග, ත්‍රපීසියමේ සමාන්තර පාද දෙකෙහි දිගෙහි එකතුවට සමාන බවත් සමාන්තරාස්‍රයේ ලම්බ උස, ත්‍රපීසියමේ සමාන්තර පාද අතර ලම්බ දුරට සමාන බවත් ඔබට නිරීක්ෂණය කළ හැකි වනු ඇත.

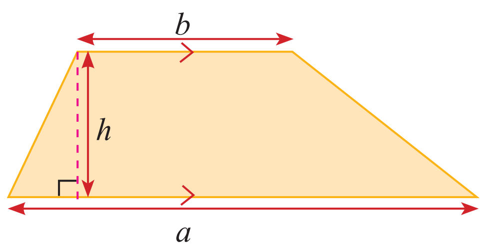
ත්‍රපීසියම දෙකෙහි වර්ගඵලය = සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය

ත්‍රපීසියමක වර්ගඵලය $= \frac{1}{2}$ සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය

ත්‍රපීසියමක වර්ගඵලය $= \frac{1}{2} \times$ ආධාරකය $\times$ ලම්බ උස

ත්‍රපීසියමක වර්ගඵලය $= \frac{1}{2} \times \left(\text{ත්‍රපීසියමේ සමාන්තර පාද දෙකෙහි දිගෙහි එකතුව}\right) \times \left(\text{ත්‍රපීසියමේ සමාන්තර පාද අතර ලම්බ දුර}\right)$

ඉහත ලබා ගත් තොරතුරු ආශ්‍රයෙන් පහත දක්වා ඇති ත්‍රපීසියමේ වර්ගඵලය ලබා ගැනීම සඳහා සූත්‍රයක් ගොඩ නගමු.



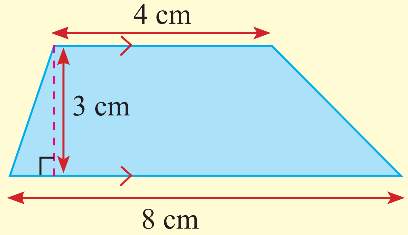
ත්‍රපීසියමේ වර්ගඵලය A නම්,

$$A = \frac{1}{2} \times \left(\text{ත්‍රපීසියමේ සමාන්තර පාද දෙකෙහි දිගෙහි එකතුව}\right) \times \left(\text{ත්‍රපීසියමේ සමාන්තර පාද අතර ලම්බ දුර}\right)$$

$$A = \frac{1}{2} \times (a + b)\, h$$

නිදසුන 1

පහත රූපයේ දක්වා ඇති ත්‍රපීසියමේ වර්ගඵලය ගණනය කරන්න.



$A = \frac{1}{2} \times$ (ත්‍රපීසියමේ සමාන්තර පාද දෙකෙහි දිගෙහි එකතුව) $\times$ (ත්‍රපීසියමේ සමාන්තර පාද අතර ලම්බ දුර)

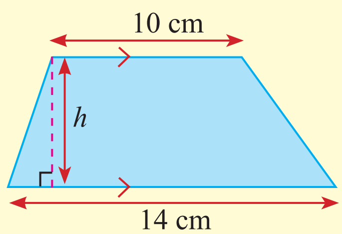
$= \frac{1}{2} \times (8 + 4) \times 3$

$= \frac{1}{2} \times 12 \times 3 = 18$

ත්‍රපීසියමේ වර්ගඵලය 18 cm^2 කි.

නිදසුන 2

රූපයේ දක්වා ඇති ත්‍රපීසියමේ වර්ගඵලය 60 cm^2 ක් නම් h හි අගය සොයන්න.



ත්‍රපීසියමේ වර්ගඵලය $= \frac{1}{2} \times (14 + 10) \times h$

$60 = \frac{1}{2} \times 24 \times h$

$60 = 12h$

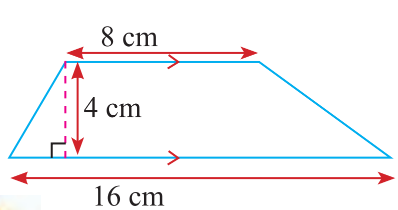
$5 = h$

$h = 5$ cm වේ.

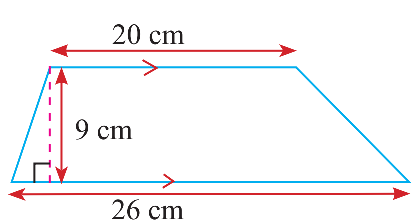
20.3 අභ්‍යාසය

1. ත්‍රපීසියම කිහිපයක් පහත රූප මගින් දැක්වේ. ඒවායේ වර්ගඵලය වෙන වෙනම ගණනය කරන්න.

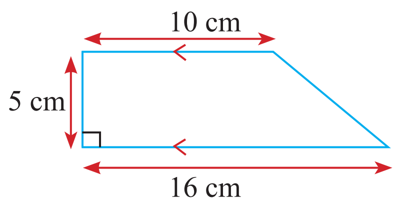
(i)



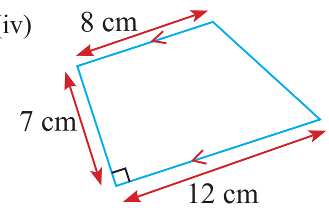
(ii)



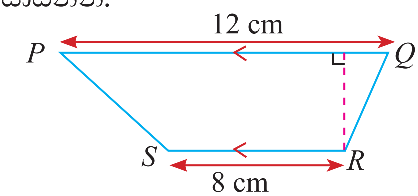
(iii)



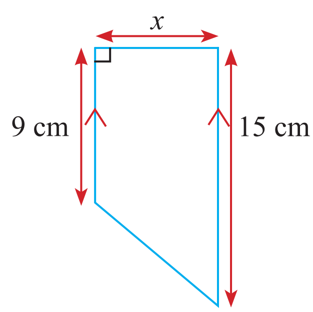
(iv)



2. $PQRS$ ත්‍රපීසියමේ $PQ//SR$ ද $PQRS$ ත්‍රපීසියමේ වර්ගඵලය $60\ cm^2$ ද නම් PQ හා SR පාද අතර ලම්බ දුර සොයන්න.

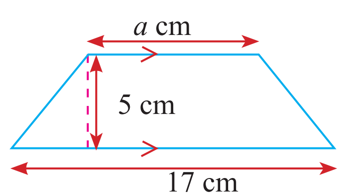


3. රූපයේ දක්වා ඇති ත්‍රපීසියමේ වර්ගඵලය $72\ cm^2$ නම් x හි අගය සොයන්න.



4. ත්‍රපීසියමක සමාන්තර පාදවල දිග පිළිවෙළින් 15 cm හා 23 cm වේ. එම සමාන්තර පාද අතර ලම්බ දුර 12 cm ක් නම් එම ත්‍රපීසියමේ වර්ගඵලය ගණනය කරන්න.

5. රූපයේ දක්වා ඇති ත්‍රපීසියමේ වර්ගඵලය $70\ cm^2$ නම් a මගින් දැක්වෙන දිග සොයන්න.



සාරාංශය

- ආධාරකයේ දිග ඒකක a ද ලම්බ උස h ද වූ ත්‍රිකෝණයක වර්ගඵලය A ද නම් $A = \frac{1}{2} \times a \times h$ වේ.
- ආධාරකයේ දිග ඒකක a ද ලම්බ උස h ද වූ සමාන්තරාස්‍රයක වර්ගඵලය A ද නම් $A = ah$ වේ.
- සමාන්තර පාද දෙකෙහි දිග ඒකක a, b ද ඒවා අතර ලම්බ දුර h ද වූ ත්‍රපීසියමක වර්ගඵලය A ද නම් $A = \frac{1}{2} \times (a + b) \times h$ වේ.

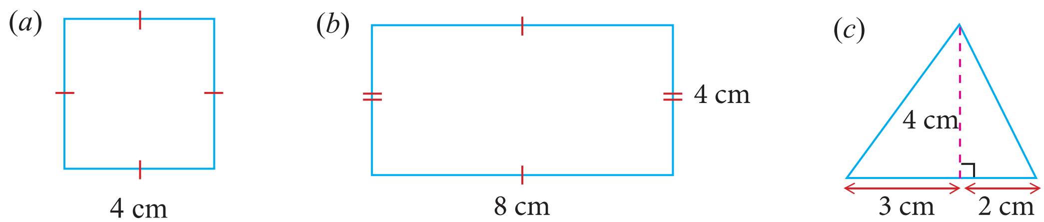
21 තල රූපවල වර්ගඵලය II

මෙම පාඩම අධ්‍යයනය කිරීමෙන් ඔබට,
- වෘත්ත හා අර්ධ වෘත්තවල වර්ගඵලය ගණනය කිරීමට,
- වෘත්තාකාර රූප සහිත සංයුක්ත රූපවල වර්ගඵලය ගණනය කිරීමට

හැකියාව ලැබේ.

පුනරීක්ෂණ අභ්‍යාසය

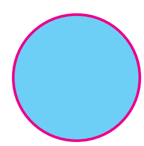
1. පහත දක්වා ඇති රූපවල වර්ගඵලය ගණනය කරන්න.



2. අරය 7 cm වූ වෘත්තාකාර ආස්තරයක පරිධිය සොයන්න.
3. විෂ්කම්භය 21 cm වූ වෘත්තාකාර ආස්තරයක පරිධිය සොයන්න.
4. පරිධිය 176 cm වූ වෘත්තාකාර ආස්තරයක අරය කොපමණ ද?

21.1 වෘත්තයක වර්ගඵලය

මීට ඉහත අධ්‍යයනය කළ වෘත්තය පිළිබඳවත් වෘත්තයක පරිධිය (වටේ දිග) පිළිබඳවත් කරුණු ඉහත අභ්‍යාසය සිදු කිරීමේ දී ඔබට නැවත මතකයට නැගෙන්නට ඇත. මෙම ඒකකයේදී අපි වෘත්තයක වර්ගඵලය සෙවීම සම්බන්ධව අධ්‍යයනය කරමු. වෘත්තයක වර්ගඵලය යන්නෙන් අදහස් වන්නේ වෘත්තයෙන් වට වී ඇති පෙදෙසේ ඇති ඉඩ ප්‍රමාණයයි.

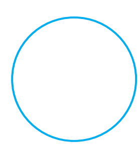


මෙම රූපයේ රතු පැහැයෙන් වෘත්තාකාර පථය ද නිල් පැහැයෙන් වෘත්තයේ වර්ගඵලයට අයත් ප්‍රදේශය ද නිරූපණය වේ.

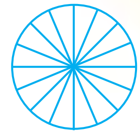
අපි දැන් වෘත්තයක වර්ගඵලය සෙවීම සඳහා පහත දැක්වෙන ක්‍රියාකරකමෙහි නිරත වෙමු.

ක්‍රියාකාරකම 1

පියවර 1 - අරය 7 cm වූ වෘත්තයක් සුදු කඩදාසියක් මත ඇඳ ගන්න.



පියවර 2 - රූපයේ දක්වා ඇති පරිදි කොටස් ඉරට්ට ප්‍රමාණයක් ලැබෙන සේ වෘත්තය සමාන කොටස්වලට වෙන් කරන්න.



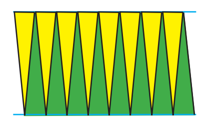
පියවර 3 - වර්ණ කූරු භාවිතයෙන් ඔබ වෙන් කළ කොටස් වර්ණ දෙකකින් රූපයේ පරිදි වර්ණ ගන්වන්න.

පියවර 4 - කඩදාසියක් මත එකිනෙකට 7 cm ක පරතරයක් සහිතව සමාන්තර රේඛා යුගලක් ඇඳ ගන්න.

පියවර 5 - වෘත්තය තුළ වර්ණ ගැන් වූ කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩ වෙන් කර ගන්න.

පියවර 6 - ඉහතින් වෙන් කළ කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩ කොටස් රූපයේ දක්වා ඇති ආකාරයට සමාන්තර රේඛා යුගලය අතර අලවන්න.

පියවර 7 - කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩ සියල්ල ම අලවා අවසන් වූ පසු ඔබට ලැබුණු හැඩය පිළිබඳ හොඳින් අවධානය යොමු කරන්න.



ඔබට ලැබී ඇති හැඩය ආසන්න වශයෙන් සෘජුකෝණාස්‍රයකට සමාන වී ඇත. ඔබ භාවිතයට ගත් කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩ කුඩා වූ තරමට ඔබට ලැබෙන සෘජුකෝණාස්‍රයේ තීව්‍ර බව වැඩි වනු ඇත. තව ද ඔබ යොදා ගත් කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩවලින් හරි අඩක් සෘජුකෝණාස්‍රයේ එක් පැත්තක් සඳහා ද ඉතිරි අඩ අනෙක් පස සඳහා ද යෙදී ඇත. එමෙන් ම සෘජුකෝණාස්‍රයේ පළල වෘත්තයේ අරයට සමාන වන බව ද ඔබට නිරීක්ෂණය කළ හැකි වේ.

මෙම ක්‍රියාකාරකම ඇසුරින් වෘත්තයේ වර්ගඵලය සෘජුකෝණාස්‍රයේ වර්ගඵලයට සමාන වන බව ඔබට නිගමනය කළ හැකි ය.

වෘත්තයේ පරිධිය $= 2\pi r$

$= 2 \times \frac{22}{7} \times 7$

$= 44$ cm

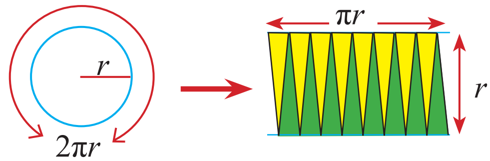
සෘජුකෝණාස්‍රයේ දිග $= 44 \div 2 \quad = 22$ cm

වෘත්තයේ අරය = සෘජුකෝණාස්‍රයේ පළල

$= 7$ cm

සෘජුකෝණාස්‍රයේ වර්ගඵලය $= 22 \times 7 \quad = 154\ \text{cm}^2$

ඉහත ක්‍රියාකාරකම අරය r වූ වෘත්තයක් සඳහා සිදු කළේ යැයි සිතමු. එවිට,



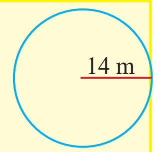
වෘත්තයේ වර්ගඵලය $=$ සෘජුකෝණාස්‍රයේ වර්ගඵලය

වෘත්තයේ වර්ගඵලය $= \pi r \times r$

අරය r වූ වෘත්තයක වර්ගඵලය A නම්, $A = \pi r^2$

නිදසුන 1

ඉදිකිරීමට යෝජිත චෛත්‍යයක වෘත්තාකාර පාදමක සැලැස්මක් රූපයේ දැක්වේ. ඒ ඇසුරින් පාදමේ වර්ගඵලය සොයන්න.



වෘත්තයක වර්ගඵලය $= \pi r^2$

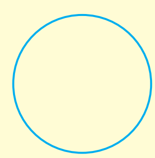
$= \frac{22}{7} \times 14 \times 14 \text{ m}^2$

$= 616 \text{ m}^2$

පාදමේ වර්ගඵලය 616 m^2 කි.

නිදසුන 2

ධර්ම චක්‍රයක් සෑදීම සඳහා පළමුව සාදන ලද වෘත්තයක් රූපයේ දැක් වේ. ඒ සඳහා භාවිත වූ යකඩ කම්බිවල දිග 176 cm ක් නම් සාදා නිම කළ වෘත්තාකාර කොටසේ වර්ගඵලය කොපමණ ද?



වෘත්තාකාර කොටසේ පරිධිය $= 2\pi r$

$176 = 2\pi r$

$= 2 \times \frac{22}{7} \times r$

$176 = \frac{44r}{7}$

$r = 176 \times \frac{7}{44}$

$r = 28 \text{ cm}$

වෘත්තාකාර කොටසේ වර්ගඵලය $= \pi r^2$

$= \frac{22}{7} \times 28 \times 28 \text{ cm}^2$

$= 2464 \text{ cm}^2$

වෘත්තාකාර කොටසේ වර්ගඵලය 2464 cm^2 කි.

නිදසුන 3

අර්ධ වෘත්තාකාර තහඩුවක වර්ගඵලය $173\frac{1}{4}$ cm^2 වේ. එහි අරය සොයන්න.

වෘත්තයක වර්ගඵලය $= \pi r^2$

අර්ධ වෘත්තාකාර තහඩුවේ වර්ගඵලය $= \frac{1}{2}\pi r^2$

$$173\frac{1}{4}\ \text{cm}^2 = \frac{1}{2} \times \frac{22}{7} \times r^2$$

$$\frac{693}{4} = \frac{1}{2} \times \frac{22}{7} \times r^2$$

$$\frac{693}{4} = \frac{11\,r^2}{7}$$

$$\frac{693}{4} \times \frac{7}{11} = r^2$$

$$\frac{\overset{63}{\cancel{693}}}{4} \times \frac{7}{\cancel{11}_{1}} = r^2$$

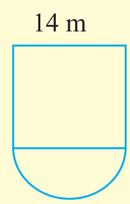
$$r^2 = \frac{441}{4}$$

$$r = \frac{21}{2} = 10.5$$

අර්ධ වෘත්තාකාර තහඩුවේ අරය 10.5 cm කි.

නිදසුන 4

රූපයේ දක්වා ඇත්තේ ඉදි කිරීමට යෝජිත විහාර මන්දිරයක බිම් සැලැස්මකි. විහාර මළුව සමචතුරස්‍රාකාර වන අතර මන්දිරයේ එක් පැත්තකට මායිම්ව අර්ධ වෘත්තාකාර සඳකඩ පහනක් ද ඉදිකිරීමට යෝජිත ය. සඳකඩ පහන සහිත විහාර මන්දිරයේ බිමෙහි මුළු වර්ගඵලය සොයන්න.



විහාර මන්දිරයේ සමචතුරස්‍රාකාර බිමෙහි වර්ගඵලය $= (\text{පැත්තක දිග})^2$

$= 14 \times 14$

$= 196\ \text{m}^2$

අර්ධ වෘත්තාකාර සඳකඩ පහනේ වර්ගඵලය $= \frac{1}{2}\pi r^2$

$= \frac{1}{2} \times \frac{22}{7} \times 14 \times 14\ \text{m}^2$

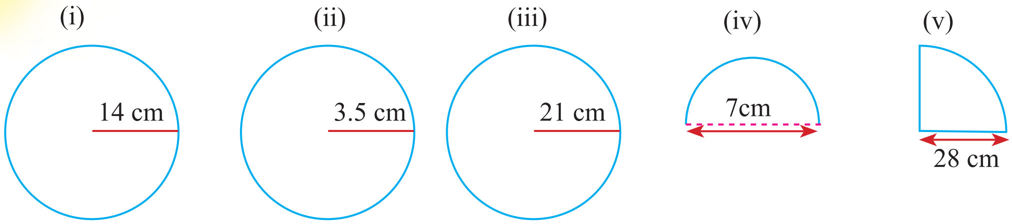
$= 308\ \text{m}^2$

විහාර මන්දිරයේ සම්පූර්ණ බිමෙහි වර්ගඵලය $= 196\ \text{m}^3 + 308\ \text{m}^2$

$= 504\ \text{m}^2$

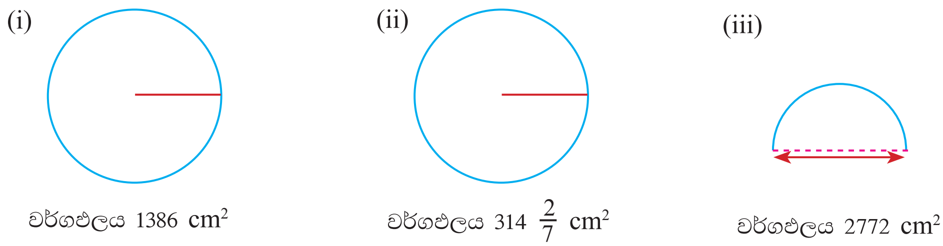
21.1 අභ්‍යාසය

1. පහත රූපවලින් දක්වා ඇති වෘත්තාකාර කොටස්වල වර්ගඵලය සොයන්න.

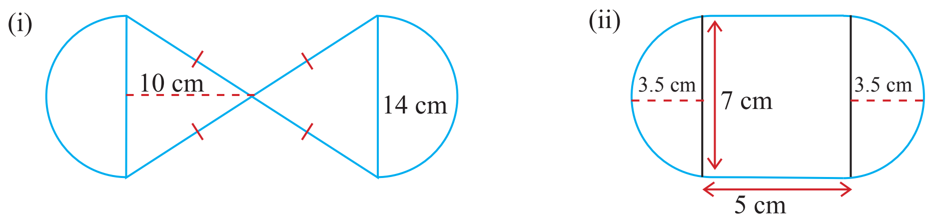


2. පරිධිය 66 cm ක් වූ වෘත්තාකාර ආස්තරයක වර්ගඵලය ගණනය කරන්න.

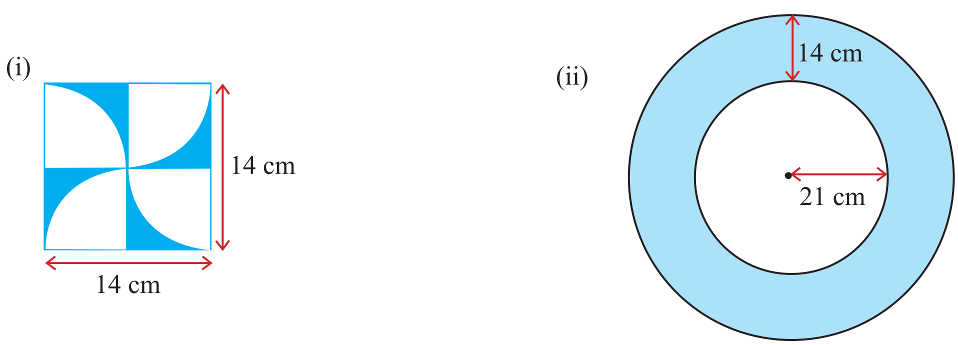
3. පහත රූපවලින් දක්වා ඇති වෘත්තයන්හි අරය ගණනය කරන්න. එහිදී එක් එක් රූපය යටින් දක්වා ඇති වර්ගඵලය භාවිතයට ගන්න.



4. පහත එක් එක් රූපයේ වර්ගඵලය සොයන්න.



5. පහත එක් එක් රූපයන්හි අඳුරු කර දක්වා ඇති කොටස්වල වර්ගඵලය සොයන්න.



සාරාංශය

අරය r වූ වෘත්තයක වර්ගඵලය A නම් $A = \pi r^2$ වේ.

22 සමගාමී සමීකරණ

මෙම පාඩම අධ්‍යයනය කිරීමෙන් ඔබට,

- සමගාමී සමීකරණ හඳුනා ගැනීමට,
- සමගාමී සමීකරණ ගොඩනැගීමට,
- සමාන සංගුණක සහිත සමගාමී සමීකරණ විසඳීමට

හැකියාව ලැබේ.

22.1 සමගාමී සමීකරණ

$x + 3 = 8$ මෙම සමීකරණයේ අඥාත පදය x වේ. සමීකරණය විසඳීමෙන් x හි අගය 5 ලෙස ලැබේ.

$x + y = 11$ යන සමීකරණය සලකමු. x හා y යනුවෙන් මෙහි අඥාත පද දෙකක් පවතී. ඉහත අවශ්‍යතාව සපුරාලන x හා yට ලබා ගත හැකි අගයන් රාශියක් ඇති බව පහත අවස්ථාවලින් ඔබට පැහැදිලි වේ.

$x + y = 11$

$3 + 8 = 11$

$4 + 7 = 11$

$5 + 6 = 11$

$-2 + 13 = 11$

$-3 + 14 = 11$

$x + y = 11$ සමීකරණයට අනුව x හා y සඳහා නිශ්චිත පිළිතුරු දෙකක් නොපවතින බව පැහැදිලි ය.

x හා y ලෙස අඥාත දෙකක් ඇති විට xට හා yට ගත හැකි අගයන් සෙවීම සඳහා x හා y පිළිබඳ සම්බන්ධතා ඇතුළත් සමීකරණ දෙකක් අවශ්‍ය වේ. විචල්‍ය දෙකකින් යුත් මෙවැනි සමීකරණ යුගලක් සමගාමී සමීකරණ යුගලක් ලෙස හැඳින්වේ.

$x + y = 11$ හා $x - y = 3$ සමීකරණ දෙක සලකමු.

$x + y = 11$	$x - y = 3$
$10 + 1 = 11$	$10 - 1 = 9$
$9 + 2 = 11$	$9 - 2 = 7$
$8 + 3 = 11$	$8 - 3 = 5$
$7 + 4 = 11$	$7 - 4 = 3$
$6 + 5 = 11$	$6 - 5 = 1$

ඉහත සඳහන් සමීකරණ දෙක සපුරාලන අගය යුගල දෙකක් පමණක් පවතින බව ඔබට පෙනේ. ඉහත කොටු කර දක්වා ඇත්තේ x හා y හි අගයන් සහිත විසඳුමයි. එනම් $x = 7$ හා $y = 4$ යන විසඳුම් දී ඇති සමීකරණ දෙක තෘප්ත කරයි. මීළඟට සමගාමී සමීකරණ යුගල ගොඩනගන ආකාරය විමසා බලමු.

22.2 සමගාමී සමීකරණ ගොඩනැගීම

නිදසුන 1

සංඛ්‍යා දෙකක එකතුව 11කි. අන්තරය 5කි. එක් සංඛ්‍යාවක් x ලෙස ද අනෙක් සංඛ්‍යාව y ලෙස ද ගෙන සමගාමී සමීකරණ යුගලක් ගොඩනගන්න.

සංඛ්‍යා දෙක x හා y නිසා සංඛ්‍යා දෙකේ එකතුව $x + y$ වේ.
එවිට, $x + y = 11$ වේ.
සංඛ්‍යා දෙකෙහි අන්තරය $x - y$ වේ.
එවිට, $x - y = 5$ වේ.

ඒ අනුව, ඉහත තොරතුරුවලට අදාළ සමගාමී සමීකරණ යුගලය වන්නේ,

$x + y = 11$
$x - y = 5$ වේ.

නිදසුන 2

නිමල් සහ ඔහුගේ පුතාගේ වයස්වල එකතුව අවුරුදු 60කි. ඔවුන් දෙදෙනාගේ වයස්වල වෙනස අවුරුදු 30කි. ඔවුන් දෙදෙනාගේ වයස් ඇතුළත් වන සමගාමී සමීකරණ යුගලක් ගොඩනගන්න.

නිමල්ගේ වයස x හා පුතාගේ වයස y ලෙස ගනිමු.
දෙදෙනාගේ වයස්වල එකතුව $x + y$ වේ.
වයස්වල එකතුව 60 නිසා $x + y = 60$ වේ.
දෙදෙනාගේ වයස්වල වෙනස $x - y$ වේ.
නමුත් දෙදෙනාගේ වයස්වල වෙනස 30 බව දී ඇත.

$x - y = 30$

එබැවින් ඉහත තොරතුරුවලට අදාළ සමගාමී සමීකරණ යුගල වන්නේ,

$x + y = 60$
$x - y = 30$ වේ.

22.1 අභ්‍යාසය

1. සුදුසු අඥාත යොදා ගනිමින්, පහත එක් එක් අවස්ථාවලට අදාළ ව සමගාමී සමීකරණ යුගල බැගින් ගොඩනගන්න.

   (i) සංඛ්‍යා දෙකක එකතුව 17කි. අන්තරය 7කි.
   (ii) පිරිවෙණක සිටින ශිෂ්‍යයන් හා ගුරුවරුන්ගේ එකතුව 85කි. සිසු හා ගුරු වෙනස 65කි.
   (iii) සිවුරක හා අඳනයක මිල රු. 3500කි. සිවුරක මිල අඳනයක මිලට වඩා රු. 1500ක් වැඩි ය.

(iv) 3 ශ්‍රේණියේ ඉගෙනුම ලබන රතනපාල හිමියන්ගේ හා ධම්මාරාම හිමියන්ගේ වයස්වල එකතුව අවුරුදු 33කි. රතනපාල හිමියන් ධම්මාරාම හිමියන්ට වඩා අවුරුදු 6ක් වැඩිමල් ය.

(v) පැණි බීම බෝතලයක හා යෝගට් එකක මිලෙහි එකතුව රු. 105කි. පැණි බීම බෝතලයක් යෝගට් එකක මිල මෙන් දෙගුණයක් වේ.

(vi) සෘජුකෝණාස්‍ර හැඩැති ධර්ම ශාලාවක දිගෙහි හා පළලෙහි එකතුව 40 m වේ. එහි දිග පළලට වඩා 10 mකින් වැඩි ය.

(vii) කෙසෙල් ගෙඩියක හා අඹ ගෙඩියක මිල රු. 50කි. කෙසෙල් ගෙඩි දෙකක හා අඹ ගෙඩියක මිල රු. 80කි.

(viii) රුපියල් දෙකේ හා පහේ කාසි පමණක් 11ක් තිබේ. එම කාසිවල වටිනාකම රු. 31 වේ.

22.3 සමගාමී සමීකරණ විසඳීම

සමගාමී සමීකරණ යුගලක් විසඳීමේ දී මුලින් එක් අඥාතයක අගය සොයා, එය එක් සමීකරණයකට ආදේශ කර අනෙක් අඥාතයේ අගය සෙවිය හැකි ය.
පහත සමීකරණ යුගල විසඳන ආකාරය විමසා බලමු.

$x + y = 11$ ———— (1)

$x - y = 3$ ———— (2)

ඉහත (1) සමීකරණය හා (2) සමීකරණය එකතු කරමු.

(1) + (2) ,

$(x + y) + (x - y) = 11 + 3$

$x + \cancel{y} + x - \cancel{y} = 14$

$x + x = 14$

$2x = 14$

$\frac{2x}{2} = \frac{14}{2}$

$x = 7$

x හි අගය ඉහත (1) සමීකරණයට ආදේශ කිරීමෙන්,

$x + y = 11$

$7 + y = 11$

$7 + y - 7 = 11 - 7$

$y = 4$

$\therefore$ විසඳුම $x = 7, y = 4$ වේ.

ඉහත සමගාමී සමීකරණ යුගලේ x හි සංගුණක සමාන නිසා පළමු ව x ඉවත් කිරීමෙන් ද විසඳීම සිදු කළ හැකි වේ. එහි දී x හි ලකුණ සමාන නිසා එක් සමීකරණයකින් අනෙක් සමීකරණය අඩු කළ යුතු වේ.

(1) − (2) ,

$x + y = 11$ ———— (1)

$x - y = 3$ ———— (2)

$(x + y) - (x - y) = 11 - 3$

$\cancel{x} + y - \cancel{x} + y = 8$

$2y = 8$

$\frac{2y}{2} = \frac{8}{2}$

$y = 4$

y හි අගය ඉහත (1) සමීකරණයට ආදේශ කිරීමෙන්,

$x + y = 11$

$x + 4 = 11$

$x + 4 - 4 = 11 - 4$

$x = 7$

∴ විසඳුම $x = 7$, $y = 4$ වේ.

ඒ අනුව ඉහත සමීකරණ යුගල එකතු කිරීමෙන් හෝ අඩු කිරීමෙන් විසඳුම් ලබා ගත හැකි බව පෙනේ.

පහත සමීකරණ යුගල සලකමු.

$a + b = 6$ ———— (1)

$3a - b = 2$ ———— (2)

සමීකරණ දෙක එකතු කර බලමු.

(1) + (2),

$(a + b) + (3a - b) = 6 + 2$

$a + b + 3a - b = 8$

$4a = 8$

$\frac{4a}{4} = \frac{8}{4}$

$a = 2$

a හි අගය ඉහත (1) සමීකරණයට ආදේශ කිරීමෙන්,

$a + b = 6$

$2 + b = 6$

$2 + b - 2 = 6 - 2$

$b = 4$

∴ විසඳුම $a = 2$, $b = 4$ වේ.

මීළඟට ඉහත සමීකරණ දෙක අඩු කර බලමු.

① – ②,

$$(a + b) - (3a - b) = 6 - 2$$
$$a + b - 3a + b = 4$$
$$2b - 2a = 4$$

මෙවිට සමීකරණ යුගලෙහි එක් අඥාතයක්වත් ඉවත් නොවේ. එමගින් විසඳුම් සොයා ගත නොහැකි වේ. මෙහි දී පැහැදිලි වන්නේ අපට අවශ්‍ය පරිදි සමීකරණ යුගල එකතු කිරීම හෝ අඩු කිරීම මගින් එම සමීකරණ යුගලයෙහි විසඳුම් සොයා ගත නොහැකි බව ය.

මෙහි දී අප පළමු ව සමීකරණ යුගල හොඳින් නිරීක්ෂණය කළ යුතු ය. ඉන්පසු සමීකරණ යුගලෙහි සංගුණක සමාන අඥාත පද තෝරා ගත යුතු ය. එම සංගුණක සමාන අඥාතවල ලකුණු අසමාන නම් එකතු කිරීම ද ලකුණ සමාන නම් අඩු කිරීම ද කළ යුතු ය. එවිට සමීකරණ යුගලෙහි එක් අඥාතයක් ඉවත් වී ගොස් සරල සමීකරණයක් ගොඩනැගේ. එම සරල සමීකරණය විසඳා එක් අඥාතයක අදාළ අගය ද එම අගය ① හෝ ② සමීකරණයට ආදේශයෙන් අනෙක් අඥාතයේ අදාළ අගය ද ලබා ගත හැකි වේ.

$$a + b = 6$$
$$3a - b = 2$$

සමීකරණ යුගල අඩු කර විසඳීමට ගත් උත්සාහයේ දී $2b - 2a = 4$ ලෙස සමීකරණයක් ගොඩනැගුනේ a වල සංගුණක සමාන නොවන නිසා බව ඔබට වැටහෙන්නට ඇත.

මේ අනුව පැහැදිලි වන්නේ සමාන අඥාතවල සංගුණක සමාන විට පමණක් එම අඥාතය ඉවත් කර විසඳුම් කරා යොමු වීමට හැකි බව ය.

නිදසුන 1

$x + y = 7$
$x - y = 5$ විසඳන්න.

$x + y = 7$ ———— ①
$x - y = 5$ ———— ②

① + ②,

$$(x + y) + (x - y) = 7 + 5$$
$$x + y + x - y = 12$$
$$2x = 12$$
$$\frac{2x}{2} = \frac{12}{2}$$
$$x = 6$$

x හි අගය ඉහත ① සමීකරණයට ආදේශ කිරීමෙන්,

$$x + y = 7$$
$$6 + y = 7$$
$$6 + y - 6 = 7 - 6$$
$$y = 1$$

$\therefore$ විසඳුම $x = 6,\ y = 1$ වේ.

ඉහත සමීකරණ යුගල තවත් ක්‍රමයකින් විසඳිය හැකි ය. එය ආදේශ ක්‍රමය ලෙස අපි හඳුන්වමු. මෙහි දී සිදු කරන්නේ එක් අඥාතයක් සමීකරණය තුළ උක්ත කර එහි අගය අනෙක් සමීකරණයට ආදේශ කිරීම ය.

$$x + y = 7 \text{ ——— } ①$$
$$x - y = 5 \text{ ——— } ②$$

① න් $x = 7 - y$ ——— ③

③ හි අගය ② සමීකරණයට ආදේශ කිරීමෙන්,

$$x - y = 5$$
$$(7 - y) - y = 5$$
$$7 - y - y = 5$$
$$7 - 2y = 5$$
$$7 - 2y - 7 = 5 - 7$$
$$-2y = -2$$
$$\frac{-2y}{-2} = \frac{-2}{-2}$$
$$y = 1$$

y හි අගය ඉහත ② සමීකරණයට ආදේශ කිරීමෙන්,

$$x - y = 5$$
$$x - 1 = 5$$
$$x - 1 + 1 = 5 + 1$$
$$x = 6$$

$\therefore$ විසඳුම $x = 6,\ y = 1$ වේ.

නිදසුන 2

$a + b = 9$
$2a + b = 16$ විසඳන්න.

I ක්‍රමය

$$a + b = 9 \text{ ——— } ①$$
$$2a + b = 16 \text{ ——— } ②$$

② − ① ,

$(2a + b) - (a + b) = 16 - 9$

$2a + \cancel{b} - a - \cancel{b} = 7$

$a = 7$

a හි අගය ඉහත ① සමීකරණයට ආදේශ කිරීමෙන්,

$a + b = 9$

$7 + b = 9$

$7 + b - 7 = 9 - 7$

$b = 2$

$\therefore$ විසඳුම $a = 7,\ b = 2$ වේ.

II ක්‍රමය

$a + b = 9$ ——— ①

$2a + b = 16$ ——— ②

① න් $b = 9 - a$ ——— ③

③ හි අගය ② සමීකරණයට ආදේශ කිරීමෙන්,

$2a + b = 16$

$2a + (9 - a) = 16$

$2a + 9 - a = 16$

$a + 9 = 16$

$a + 9 - 9 = 16 - 9$

$a = 7$

$a = 7$ ඉහත ③ සමීකරණයට ආදේශ කිරීමෙන්,

$b = 9 - a$

$b = 9 - 7$

$b = 2$

$\therefore$ විසඳුම $a = 7,\ b = 2$ වේ.

22.2 අභ්‍යාසය

1. පහත සමගාමී සමීකරණ යුගල විසඳන්න.

(i) $a + b = 5$, $a - b = 1$

(ii) $x + y = 11$, $x - y = 5$

(iii) $p - q = 7$, $p + q = 13$

(iv) $m + 2n = 10$, $3m - 2n = 6$

(v) $4x - 3y = 10$, $x + 3y = 10$

(vi) $m - 2n = 1$, $m - n = 1$

(vii) $2c - d = 9$, $2c - 3d = 3$

(viii) $2a - b = 5$, $3b - 2a = -3$

(ix) $x + 2y = 3$, $3x - 2y = 1$

(x) $\frac{3x}{5} + \frac{1}{2}y = 5$

$\frac{3x}{5} - y = -1$

(xi) $\frac{a}{3} + b = 5$

$b - \frac{a}{3} = 3$

මිශ්‍ර අභ්‍යාසය

1. 3 වන ශ්‍රේණියේ ඉගෙනුම ලබන ගුණරතන හිමියන්ගේ පසුගිය වාර විභාගයේ දී සිංහල හා ගණිතය විෂයන්වල ලකුණුවල එකතුව 120කි. උන් වහන්සේ ගණිතයට වඩා සිංහලවලට ලකුණු 10ක් ලබා ගත්තේ නම් විෂයන් දෙකට ලබා ගත් ලකුණු වෙන වෙන ම සොයන්න.

2. ඵෙක්‍යය පරිපූරක කෝණයක් වන කෝණ යුගලක විශාලත්ව අතර වෙනස 30°කි. කෝණ දෙකෙහි විශාලත්ව වෙන වෙන ම සොයන්න.

3. සිසුන් 18ක් සිටින පන්ති කාමරයක වැඩිපුර සිටින්නේ පැවිදි සිසුන් ය. පැවිදි හා ගිහි සිසුන් අතර වෙනස 10කි. පන්තියේ සිටින පැවිදි සිසුන් හා ගිහි සිසුන් ගණන සමගාමී සමීකරණ යුගලක් ගොඩනගා විසඳීමෙන් සොයන්න.

4. පහත දැක්වෙන සමගාමී සමීකරණ විසඳන්න.

(i) $3m + 3n = 27$
$m - n = 1$

(ii) $3a - 2b = 2$
$3a - b = 17$

(iii) $3x + y = 4$
$x + y = 0$

5. ඉලක්කම් දෙකකින් සෑදුණ සංඛ්‍යාවක ඉලක්කම් දෙකේ එකතුව 12 වේ. දසස්ථානයේ ඉලක්කම 3න් ගුණ කළ විට ඒකස්ථානයේ ඉලක්කමට සමාන වේ. දහස්ථානයේ ඉලක්කම a හා ඒකස්ථානයේ ඉලක්කම b ලෙස ගෙන a හා b අඩංගු සමගාමී සමීකරණ යුගලක් ගොඩනගා එය විසඳා අදාළ සංඛ්‍යාව ලියන්න.

6. විසඳන්න.

$2a + b = 25$

$3b + a = 35$ (ඉඟියඃ සමීකරණ දෙපස ගුණකර සංගුණක සමාන කර ගත හැකි ය.)

සාරාංශය

- එදිනෙදා ජීවිතය හා සම්බන්ධ වූ ගැටලු විසඳා ගැනීමේදී සමගාමී සමීකරණ යොදා ගත හැකි ය.
- සමගාමී සමීකරණ යුගලෙහි සංගුණක සමාන අඥාතවල ලකුණ සමාන නම් අඩු කිරීම ද ලකුණු අසමාන නම් එකතු කිරීම ද සිදු කරයි.
- ආදේශ ක්‍රමය මගින් ද සමගාමී සමීකරණ යුගලක් විසඳීමට හැකි ය.

23 වීජීය අසමානතා

මෙම පාඩම අධ්‍යයනය කිරීමෙන් ඔබට,

- $ax \geq b$, $a \neq 0$ ආකාරයේ අසමානතා විසඳීමට,
- $ax \leq b$, $a \neq 0$ ආකාරයේ අසමානතා විසඳීමට,
- $ax + b > c$ හා $ax + b \geq c$ ආකාරයේ අසමානතා විසඳා නිඛිලමය විසඳුම් කුලකය ලිවීමට,
- $ax + b < c$ හා $ax + b \leq c$ ආකාරයේ අසමානතා විසඳා නිඛිලමය විසඳුම් කුලකය ලිවීමට,
- $ax + b \leq cx + d$ ආකාරයේ අසමානතා විසඳා නිඛිලමය විසඳුම් කුලකය ලිවීමට,
- $ax + b \leq cx + d \leq qx + e$ ආකාරයේ අසමානතාවල විසඳුම් ප්‍රාන්තර සංඛ්‍යා රේඛාවක නිරූපණය කිරීමට

හැකියාව ලැබේ.

අසමානතා පිළිබඳ ඔබ මෙතෙක් ඉගෙන ගත් දේ නැවත මතකයට නගා ගැනීමට පහත පුනරීක්ෂණ අභ්‍යාසවල යෙදෙන්න.

පුනරීක්ෂණ අභ්‍යාසය

1. දී ඇති ප්‍රකාශන අසමානතා ලකුණු භාවිත කර නැවත ලියා දක්වන්න.

   (i) x යනු 3ට සමාන හෝ 3ට වැඩි හෝ සංඛ්‍යාවකි.
   (ii) a, 3 ට අඩු වේ.
   (iii) b ධන සංඛ්‍යාවකි.
   (iv) a බිංදුව හෝ බිංදුවට අඩු සංඛ්‍යාවකි.

2. පහත අසමානතා ප්‍රකාශ කරන ආකාරය ලියා දක්වන්න.

   (i) $x \geq 3$ (ii) $a < -3$ (iii) $y \leq 2$ (iv) $x > 0$

3. පහත අසමානතා විසඳා, සියලුම විසඳුම් සංඛ්‍යා රේඛාවක් මගින් නිරූපණය කරන්න.

   (i) $x - 5 > 6$ (ii) $x + 3 \geq 3$ (iii) $x - 4 \leq 5$ (iv) $x + 4 \geq 1$

23.1 $ax \geq b$ ආකාරයේ අසමානතා විසඳීම

අසමානතාවයක් ධන සංඛ්‍යාවකින් ගුණ කිරීම හෝ බෙදීම

නිදසුන 1

$3x \geq 15$ යන අසමානතාවය විසඳා xට ගත හැකි නිඛිලමය විසඳුම් සංඛ්‍යා රේඛාවක් මත නිරූපණය කරන්න.

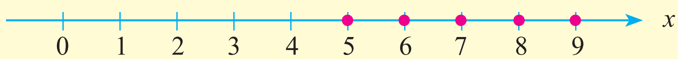
$\frac{3x}{3} \geq \frac{15}{3}$ (දෙපසම 3න් බෙදූ විට)

$x \geq 5$

3න් බෙදීම හේතුවෙන් අසමානතාවයෙහි වෙනසක් සිදු නොවේ.

x හි නිඛිලමය විසඳුම් $\{5, 6, 7, 8, 9, ...\}$ වේ.

මෙම විසඳුම් සංඛ්‍යා රේඛාවක් මත නිරූපණය කළ විට,



නිදසුන 2

$\frac{x}{2} \geq 4$ අසමානතාවයේ නිඛිලමය විසඳුම් සොයන්න.

$\frac{x}{2} \geq 4$ අසමානතාවයේ දෙපසම 2න් ගුණ කළ විට, $x \geq 8$

අසමානතාවයේ වෙනසක් නොවේ.

x හි නිඛිලමය විසඳුම් $\{8, 9, 10, 11, ...\}$ වේ.

සටහන

අසමානතාවයක් ධන සංඛ්‍යාවකින් ගුණ කළ විට හෝ බෙදූ විට හෝ එම අසමානතාවයෙහි වෙනසක් සිදු නොවේ.

අසමානතාවක් ඍණ සංඛ්‍යාවකින් ගුණ කිරීම හෝ බෙදීම

නිදසුන 3

$5 > 3$ අසමානතාව සලකන්න.

මෙම අසමානතාවයෙහි දකුණු පස ඇත්තේ 5 වේ. එය (-2) න් ගුණ කළ විට,

$(-2) \times 5 = (-10)$ ලැබේ.

මෙම අසමානතාවයෙහි වම් පස ඇත්තේ 3 වේ. එය (-2) න් ගුණ කළ විට,

$(-2) \times 3 = (-6)$ ලැබේ.

එලෙස ලැබෙන (-6) සහ (-10) සැලකූ විට වඩා විශාල සංඛ්‍යාව වන්නේ (-6) වේ. එය $(-10) < (-6)$ ලෙස ලිවිය යුතු ය.

ඒ අනුව පෙනී යන්නේ ඍණ සංඛ්‍යාවකින් අසමානතාවයක් ගුණ කළ විට එම අසමානතාවයේ ලකුණ ප්‍රතිවිරුද්ධ වන බවයි. (එනම් $-5 < -3$)

නිදසුන 4

$8 > 6$ අසමානතාව සලකන්න.
මෙම අසමානතාවයෙහි දකුණු පස ඇත්තේ 8 වේ. එය (-2) න් බෙදූ විට,
$\frac{8}{-2} = (-4)$ ලැබේ.

මෙම අසමානතාවයෙහි වම් පස ඇත්තේ 6 වේ. එය (-2) න් බෙදූ විට,
$\frac{6}{-2} = (-3)$ ලැබේ.

එලෙස ලැබෙන (-4) සහ (-3) සැලකූ විට වඩා විශාල සංඛ්‍යාව වන්නේ (-3) වේ. එය $(-4) < (-3)$ ලෙස ලිවිය යුතු ය.

ඒ අනුව පෙනී යන්නේ ඍණ සංඛ්‍යාවකින් අසමානතාවයක් බෙදූ විට එම අසමානතාවයේ ලකුණ ප්‍රතිවිරුද්ධ වන බවයි.

නිදසුන 5

$-9 < -6$ අසමානතාව සලකන්න.
මෙම අසමානතාවයෙහි දකුණු පස ඇත්තේ (-9) වේ. එය (-3) න් ගුණ කළ විට,
$(-3) \times (-9) = 27$ ලැබේ.
මෙම අසමානතාවයෙහි වම් පස ඇත්තේ (-6) වේ. එය (-3) න් ගුණ කළ විට,
$(-3) \times (-6) = 18$ ලැබේ.
එලෙස ලැබෙන 27 සහ 18 සැලකූ විට වඩා විශාල සංඛ්‍යාව වන්නේ 27 වේ. එය
$27 > 18$ ලෙස ලිවිය යුතු ය.

ඒ අනුව පෙනී යන්නේ ඍණ සංඛ්‍යා සහිත අසමානතාවයක් ඍණ සංඛ්‍යාකින් ගුණ කළ විට එම අසමානතාවයේ ලකුණ ප්‍රතිවිරුද්ධ වන බවයි.

නිදසුන 6

$-9 < -6$ අසමානතාව සලකන්න.
මෙම අසමානතාවයෙහි දකුණු පස ඇත්තේ (-9) වේ. එය (-3) න් බෙදූ විට,
$\frac{-9}{-3} = 3$ ලැබේ.

මෙම අසමානතාවයෙහි වම් පස ඇත්තේ (-6) වේ. එය (-3) න් බෙදූ විට,
$\frac{-6}{-3} = 2$ ලැබේ.

එලෙස ලැබෙන 3 සහ 2 සැලකූ විට වඩා විශාල සංඛ්‍යාව වන්නේ 3 වේ. එය
$3 > 2$ ලෙස ලිවිය යුතු ය.

ඒ අනුව පෙනී යන්නේ ඍණ සංඛ්‍යා සහිත අසමානතාවයක් ඍණ සංඛ්‍යාකින් බෙදූ විට එම අසමානතාවයේ ලකුණ ප්‍රතිවිරුද්ධ වන බවයි.

සටහන

අසමානතාවක දෙපස ම ඍණ සංඛ්‍යාවකින් ගුණ කිරීමෙන් හෝ බෙදීමෙන් අසමානතාවයේ ලකුණ ප්‍රතිවිරුද්ධ වේ.

නිදසුන 7

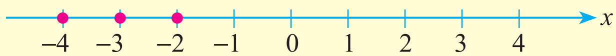
$-6x \geq 12$ අසමානතාවය විසඳා xට ගත හැකි නිඛිලමය විසඳුම් සංඛ්‍යා රේඛාවක දක්වන්න.

$-6x \geq 12$

$\frac{-6x}{-6} \leq \frac{12}{-6}$ (−6න් බෙදූ විට)

$x \leq -2$ (−6න් බෙදූ විට අසමානතා ලකුණ වෙනස් වේ.)

$x \leq -2$ විසඳුම් පහත පරිදි වේ.



සටහන

ඉදිරිපත් කරනු ලබන ගැටලුවේ නිඛිලමය විසඳුම් විමසා නොමැති අවස්ථාවක පිළිතුරු ලෙස තාත්වික සංඛ්‍යා ගත යුතු වේ.

නිදසුන 8

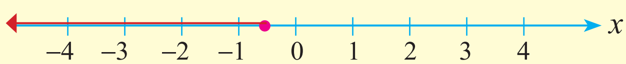
$-2x \geq 1$ අසමානතාවය විසඳා xට ගත හැකි විසඳුම් සංඛ්‍යා රේඛාවක් මත නිරූපණය කරන්න.

$-2x \geq 1$

$\frac{-2x}{-2} \leq \frac{1}{-2}$ (දෙපස ම − 2න් බෙදීමෙන්)

$x \leq -\frac{1}{2}$

මෙහි xට ගත හැකි අගයන් සංඛ්‍යා රේඛාවක් මත නිරූපණය කළ විට,



23.1 අභ්‍යාසය

1. පහත දැක්වෙන අසමානතා විසඳා xට ගත හැකි විසඳුම් සංඛ්‍යා රේඛාවක් මත නිරූපණය කරන්න.

   (i) $4x \leq 8$ (ii) $-3x \geq 12$ (iii) $-10x \geq -5$
   (iv) $-6x \leq -15$ (v) $-8x \geq 36$

2. ඉහත ගැටලුවෙහි දී ඇති සියලුම අසමානතා සඳහා නිඛිලමය විසඳුම් ලියා ඒවා සංඛ්‍යා රේඛාවක් මත නිරූපණය කරන්න.

23.2 $ax + b \geq c$ ආකාරයේ අසමානතා විසඳීම

නිදසුන 1

$5x + 6 \geq 11$ අසමානතාවය විසඳා xට ගත හැකි නිඛිලමය විසඳුම් සංඛ්‍යා රේඛාවක් මත නිරූපණය කරන්න.

$5x + 6 \geq 11$

$5x + 6 - 6 \geq 11 - 6$ (දෙපසින් ම 6ක් අඩු කිරීමෙන්)

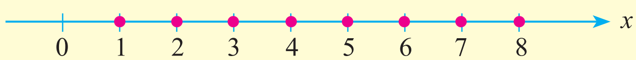
$5x \geq 5$

$\frac{5x}{5} \geq \frac{5}{5}$ (දෙපස ම 5න් බෙදීමෙන්)

$x \geq 1$

ඒ අනුව විසඳුම් වන්නේ 1ට විශාල හෝ සමාන සියලු තාත්වික සංඛ්‍යා වුව ද නිඛිලමය විසඳුම් යන්න සඳහන් කර ඇති නිසා විසඳුම් වන්නේ 1 ට විශාල හෝ සමාන නිඛිල වේ. එනම්, 1, 2, 3 ... ආදී සංඛ්‍යා වේ. විසඳුම් කුලකය = $\{1, 2, 3, ...\}$ වේ.

මෙම විසඳුම් සංඛ්‍යා රේඛාවක නිරූපණය කළ විට,



නිදසුන 2

$11 - 4x \geq 3$ අසමානතාවය විසඳා xට ගත හැකි නිඛිලමය විසඳුම් සංඛ්‍යා රේඛාවක් මත නිරූපණය කරන්න.

$11 - 4x \geq 3$

$11 - 11 - 4x \geq 3 - 11$ (දෙපසින් ම 11ක් අඩු කිරීමෙන්)

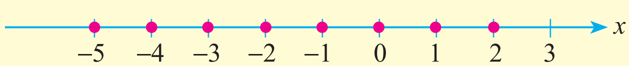
$-4x \geq -8$

$\frac{-4x}{-4} \leq \frac{-8}{-4}$ (දෙපස ම −4න් බෙදූ විට)

$x \leq 2$

$\therefore$ විසඳුම් කුලකය $\{2, 1, 0, -1, -2, ...\}$ වේ.

මෙම විසඳුම් සංඛ්‍යා රේඛාවක නිරූපණය කළ විට,



23.3 $ax + b \le c$ ආකාරයේ අසමානතා විසඳීම

නිදසුන 1

$4a - 3 \le 17$ අසමානතාවය විසඳා xට ගත හැකි නිඛිලමය විසඳුම් සංඛ්‍යා රේඛාවක දක්වන්න.

$4a - 3 + 3 \le 17 + 3$ (දෙපසට ම 3ක් එකතු කිරීමෙන්)

$4a \le 20$

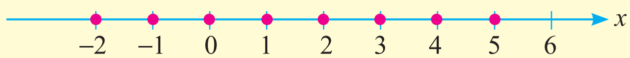
$\frac{4a}{4} \le \frac{20}{4}$ (දෙපස ම 4න් බෙදීමෙන්)

$a \le 5$

අසමානතාවයේ විසඳුම් වන්නේ 5ට අඩු හෝ සමාන සියලුම තාත්වික සංඛ්‍යා වේ. නිඛිලමය විසඳුම් වන්නේ 5ට අඩු හෝ සමාන සියලු නිඛිලයි.

එනම්, $\{5, 4, 3, 2, 1, 0, -1, -2, ...\}$ වේ.

මෙම නිඛිලමය විසඳුම් සංඛ්‍යා රේඛාවේ නිරූපණය කළ විට,



නිදසුන 2

$-5x - 8 \le 2$ අසමානතාවය විසඳා xට ගත හැකි නිඛිලමය විසඳුම් සංඛ්‍යා රේඛාවක දක්වන්න.

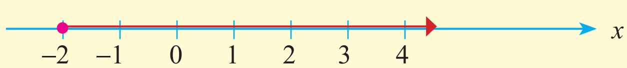
$-5x - 8 + 8 \le 2 + 8$ (දෙපසට ම 8ක් එකතු කිරීමෙන්)

$-5x \le 10$

$\frac{-5x}{-5} \ge \frac{10}{-5}$ (දෙපස ම −5න් බෙදීමෙන්)

$x \ge -2$

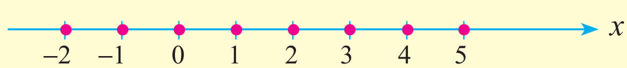
අසමානතාවයෙහි විසඳුම් වන්නේ −2ට වැඩි හෝ සමාන සියලුම තාත්වික සංඛ්‍යා වේ. එය සංඛ්‍යා රේඛාවක නිරූපණය කළ විට,



මෙම අසමානතාවයෙහි නිඛිලමය විසඳුම් වන්නේ −2ට වැඩි හෝ සමාන සියලු නිඛිල වේ. එනම්;

$\{-2, -1, 0, 1, 2, 3, ...\}$ වේ.

මෙම නිඛිලමය විසඳුම් සංඛ්‍යා රේඛාවක නිරූපණය කළ විට,



23.2 අභ්‍යාසය

1. පහත දැක්වෙන අසමානතා විසඳා, විසඳුම් සංඛ්‍යා රේඛාවක් මත නිරූපණය කරන්න.

(i) $2x - 9 \geq 3$ (ii) $5x + 7 \geq 12$ (iii) $8x + 30 \leq 54$

(iv) $3 - 2x \geq 9$ (v) $5 - 2x \leq 3$ (vi) $5x + 1 \leq 11$

(vii) $\frac{x}{-2} + 3 \leq 5$ (viii) $\frac{5x}{6} + 4 \geq 14$ (ix) $\frac{x}{2} + 5 \leq 7$

(x) $\frac{1}{5}x - 1 < 0$

2. ඉහත අසමානතාවල නිඛිලමය විසඳුම් සංඛ්‍යා රේඛාවක් මත වෙන වෙන ම නිරූපණය කරන්න.

23.4 $ax + b \gtreqless cx + d$ ආකාරයේ අසමානතා විසඳීම

නිදසුන 1

$x + 8 \geq 7x + 14$ අසමානතාවය විසඳා නිඛිලමය විසඳුම් සංඛ්‍යා රේඛාවක් මත නිරූපණය කරන්න.

$x + 8 \geq 7x + 14$

$x + 8 - x \geq 7x + 14 - x$ (දෙපසින් ම x අඩු කිරීමෙන්)

$8 \geq 6x + 14$

$8 - 14 \geq 6x + 14 - 14$ (දෙපසින් ම 14ක් අඩු කිරීමෙන්)

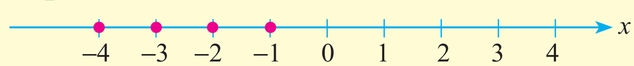
$-6 \geq 6x$

$\frac{-6}{6} \geq \frac{6x}{6}$ (දෙපස ම 6න් බෙදීමෙන්)

$-1 \geq x$

$\therefore$ නිඛිලමය විසඳුම් කුලකය වන්නේ $\{-1, -2, -3, ...\}$ වේ.

මෙම නිඛිලමය විසඳුම් සංඛ්‍යා රේඛාවක නිරූපණය කළ විට,



නිදසුන 2

$5x - 14 \leq 9x + 4$ අසමානතාවයේ විසඳුම් සංඛ්‍යා රේඛාවක් මත නිරූපණය කරන්න.

$5x - 14 \leq 9x + 4$

$5x - 14 - 5x \leq 9x + 4 - 5x$ (දෙපසින් ම $5x$ අඩු කිරීමෙන්)

$-14 \leq 4x + 4$

$-14 - 4 \leq 4x + 4 - 4$ (දෙපසින්ම 4ක් අඩු කිරීමෙන්)

$-18 \leq 4x$

$$\frac{-18}{4} \leq \frac{4x}{4}$$ (4න් බෙදීමෙන්)

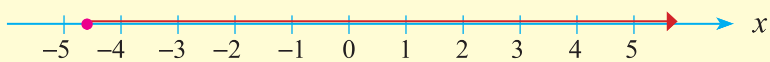
$$\frac{-9}{2} \leq x$$

$$-4\frac{1}{2} \leq x$$

$$-4.5 \leq x$$

විසඳුම් වන්නේ -4.5 ට වැඩි සියලුම තාත්වික සංඛ්‍යා වේ.

මෙය සංඛ්‍යා රේඛාවකින් නිරූපණය කළ විට,



නිදසුන 3

$2x + 3 \geq x + 5$ යන අසමානතාවයෙහි නිඛිලමය විසඳුම් ලියන්න. එය සංඛ්‍යා රේඛාව මත නිරූපණය කරන්න.

$2x + 3 \geq x + 5$

$2x + 3 - x \geq x + 5 - x$ (දෙපසින්ම x අඩු කිරීමෙන්)

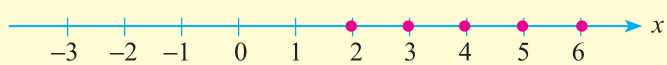
$x + 3 \geq 5$

$x + 3 - 3 \geq 5 - 3$ (දෙපසින්ම 3ක් අඩු කිරීමෙන්)

$x \geq 2$

$\therefore$ නිඛිලමය විසඳුම් කුලකය $\{2, 3, 4, 5, ...\}$ වේ.

මෙම විසඳුම් සංඛ්‍යා රේඛාවක නිරූපණය කළ විට,



23.5 $ax + b \leq cx + d \leq qx + e$ ආකාරයේ අසමානතා

නිදසුන 1

$8 < 2x - 2 < 18$ අසමානතාව තෘප්ත කරන විසඳුම් සොයා එය සංඛ්‍යා රේඛාවක් මත දක්වන්න.

$8 < 2x - 2 < 18$

මෙම අසමානතාව වෙන් වෙන් වශයෙන් සලකමු.

$8 < 2x - 2$ හා $2x - 2 < 18$

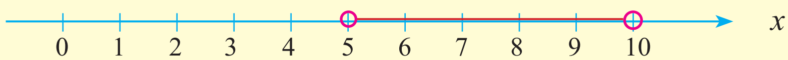
$8 + 2 < 2x - 2 + 2$ $2x - 2 + 2 < 18 + 2$

$10 < 2x$ $2x < 20$

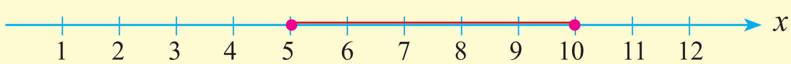
$\frac{10}{2} < \frac{2x}{2}$ $x < 10$

$5 < x$

මෙම අගයන් දෙක ම සම්බන්ධ කිරීමෙන්, $5 < x < 10$ වේ.
ඉහත විසඳුම් සංඛ්‍යා රේඛාවක නිරූපණය කළ විට,



ඉහත අසමානතාවය, $8 \leq 2x - 2 \leq 18$ ලෙස තිබුණි නම්, එහි විසඳුම, $5 \leq x \leq 10$ ලෙස ලැබේ. එම විසඳුම් සංඛ්‍යා රේඛාවක නිරූපණය කළ විට,



23.3 අභ්‍යාසය

1. පහත දැක්වෙන එක් එක් අසමානතාව විසඳා, එයට ගත හැකි සියලු විසඳුම් සංඛ්‍යා රේඛාවක් මත නිරූපණය කරන්න.

(i) $3x - 8 > x + 6$ (ii) $4x + 5 < x + 11$ (iii) $5x + 2 \geq 11 - 4x$

(iv) $7x + 4 \geq 4x - 5$ (v) $2x + 8 \geq 7x + 14$ (vi) $-6x - 10 \leq 16x + 30$

(vii) $4 - 2x \geq 2 - 4x$ (viii) $5x - 12 \leq 9x + 4$

(ix) $\frac{6x + 4}{4} > 2x + 6$ (x) $3x - 5 \leq \frac{2x - 4}{2}$

2. පහත දැක්වෙන අසමානතාවල විසඳුම් ලබා ගෙන එම විසඳුම් සංඛ්‍යා රේඛාවක් මත දක්වන්න.

(i) $-2 < x + 3 < 7$ (ii) $2x + 3 \leq 4x + 7 \leq 3x + 9$

(iii) $5x - 3 \leq 6x - 2 \leq 5x + 2$ (iv) $\frac{x}{2} + 1 \leq x + 6 \leq 3x - 6$

සාරාංශය

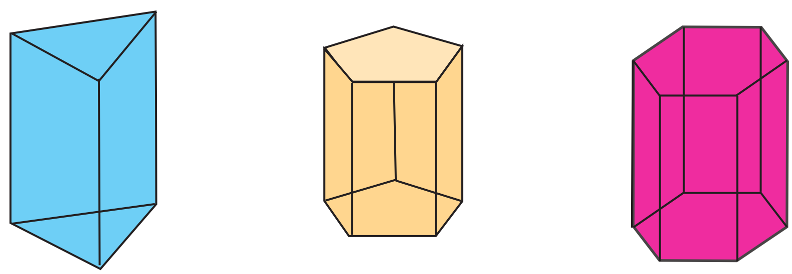
- අසමානතාවයක දෙපසම ධන සංඛ්‍යාවකින් ගුණ කිරීමෙන් හෝ බෙදීමෙන් හෝ අසමානතාවයෙහි වෙනසක් සිදු නොවේ.
- අසමානතාවක දෙපස ම ඍණ සංඛ්‍යාවකින් ගුණ කිරීමෙන් හෝ බෙදීමෙන් අසමානතා ලකුණ ප්‍රතිවිරුද්ධ වේ.

24 පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය හා පරිමාව

මෙම පාඩම අධ්‍යයනය කිරීමෙන් ඔබට,
- ප්‍රිස්ම හඳුනා ගැනීමට,
- හරස්කඩ ත්‍රිකෝණාකාර වූ ඍජු ප්‍රිස්මවල වර්ගඵලය ගණනය කිරීමට,
- හරස්කඩ ත්‍රිකෝණාකාර වූ ඍජු ප්‍රිස්මවල පරිමාව ගණනය කිරීමට

හැකියාව ලැබේ.

24.1 ප්‍රිස්ම

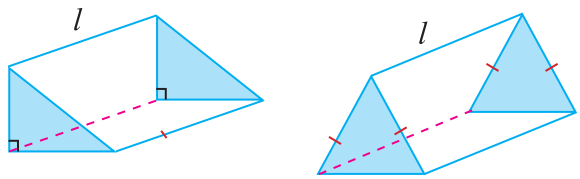


ඉහතින් දක්වා ඇති ඝන වස්තූන් දෙස ඔබගේ අවධානය යොමු කරන්න. එම ඝන වස්තුවල පවතින පොදු ලක්ෂණ කිහිපයක් පහත දැක්වේ.

- හරස්කඩ මුහුණත් බහුඅස්‍රාකාර වේ.
- දෙපස පිහිටි බහුඅස්‍රාකාර මුහුණත්වලට පැති මුහුණත් ලම්බක වේ.
- හරස්කඩ ඒකාකාර වේ.
- පැති මුහුණත් (පාර්ශ්වීය මුහුණත්) ඍජුකෝණාස්‍රාකාර වේ.

මෙවැනි ලක්ෂණ සහිත ඝන වස්තු ඍජු ප්‍රිස්ම ලෙස හඳුන්වනු ලැබේ. ඍජු ප්‍රිස්ම අතරින් මෙම කොටසින් අධ්‍යයනය කරනු ලබන්නේ හරස්කඩ ත්‍රිකෝණාකාර වන ඍජු ප්‍රිස්ම පිළිබඳවයි.

24.2 හරස්කඩ ත්‍රිකෝණාකාර වන සෘජු ප්‍රිස්මයක පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය සෙවීම



(i) (ii)

ඉහත දක්වා ඇත්තේ හරස්කඩ ත්‍රිකෝණාකර වූ සෘජු ප්‍රිස්ම දෙකකි.
(i) රූපයෙන් හරස්කඩ සෘජුකෝණී ත්‍රිකෝණයක් වන සෘජු ප්‍රිස්මයක් ද
(ii) රූපයෙන් හරස්කඩ සමද්විපාද ත්‍රිකෝණයක් වන සෘජු ප්‍රිස්මයක් ද දැක්වේ.

දක්වා ඇති සෘජු ප්‍රිස්ම දෙකෙහි ම ත්‍රිකෝණාකාර මුහුණත් දෙක අතර ඇති දුර ප්‍රිස්මයේ දිග නැතහොත් උස ලෙස හැඳින්වෙන අතර එය l මගින් දැක්වේ.

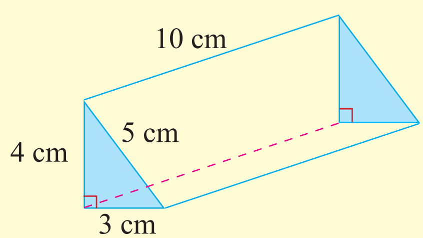
හරස්කඩ ත්‍රිකෝණාකාර වන සෘජු ප්‍රිස්මයක පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය ගණනය කිරීම සඳහා ත්‍රිකෝණාකාර මුහුණත් යුගලයේ සහ සෘජුකෝණාස්‍රාකාර පාර්ශ්වීය මුහුණත් තුනෙහි වර්ගඵලයන්ගේ එකතුය ලබා ගත යුතු වේ.

එනම්,

හරස්කඩ ත්‍රිකෝණාකාර වන සෘජු ප්‍රිස්මයක වර්ගඵලය $= 2$ (ත්‍රිකෝණාකාර මුහුණතක හරස්කඩ වර්ගඵලය) + (සෘජුකෝණාස්‍රාකාර පාර්ශ්වීය මුහුණත් තුනෙහි වර්ගඵලයන්ගේ එකතුය)

නිදසුන 1

රූපයේ දක්වා ඇති සෘජු ප්‍රිස්මයේ මුළු පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය ගණනය කරන්න.



හරස්කඩ ත්‍රිකෝණාකාර මුහුණත් දෙකෙහි වර්ගඵලය $= 2\left(\frac{1}{2} \times 3 \times 4\right) \text{ cm}^2$

$= 12 \text{ cm}^2$

පාර්ශ්වීය මුහුණත් තුනෙහි වර්ගඵලවල එකතුය $= [(3 \times 10) + (4 \times 10) + (5 \times 10)] \text{ cm}^2$

$= (30 + 40 + 50)$

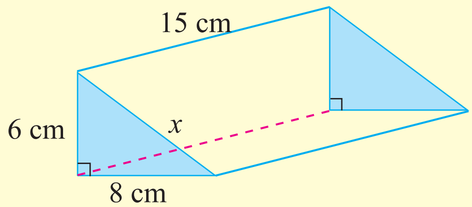
$= 120 \text{ cm}^2$

සෘජු ප්‍රිස්මයේ මුළු පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය $= 120 + 12 \text{ cm}^2$

$= 132 \text{ cm}^2$

නිදසුන 2

රූපයේ දක්වා ඇති ප්‍රිස්මයේ මුළු පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය ගණනය කරන්න.



හරස්කඩ ත්‍රිකෝණාකාර මුහුණත් දෙකෙහි වර්ගඵලය $= 2\,(\frac{1}{2} \times 8 \times 6)\ \text{cm}^2$

$= 48\ \text{cm}^2$

ත්‍රිකෝණයේ කර්ණයේ දිග එක් සෘජුකෝණාකාර මුහුණතක වර්ගඵලය සෙවීම සඳහා අවශ්‍ය වන බැවින් හරස්කඩ සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණය සඳහා පයිතගරස් සම්බන්ධය යොදමු.

කර්ණයේ දිග x නම්,

$$x^2 = 8^2 + 6^2$$
$$x^2 = 64 + 36$$
$$x^2 = 100$$
$$x = 10$$

කර්ණයේ දිග 10 cm වේ.

දැන් සෘජුකෝණාස්‍රාකාර පාර්ශ්වීය මුහුණත් 3හි වර්ගඵලයන් හි ඓක්‍යය ලබා ගනිමු.

පාර්ශ්වීය මුහුණත් තුනෙහි වර්ගඵලවල ඓක්‍යය $= [\,(6 \times 15) + (8 \times 15) + (10 \times 15)]\ \text{cm}^2$

$= (90 + 120 + 150)$

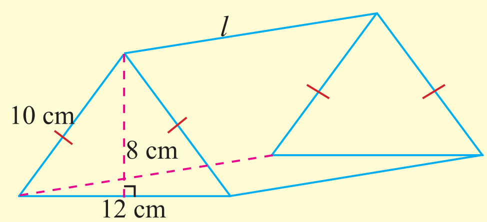
$= 360\ \text{cm}^2$

ප්‍රිස්මයේ මුළු පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය $= (360 + 48)\ \text{cm}^2$

$= 408\ \text{cm}^2$

නිදසුන 3

රූපයේ දක්වා ඇති සමද්විපාද ප්‍රිස්මයේ මුළු පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය 736 cm^2 ක් නම් ප්‍රිස්මයේ දිග ගණනය කරන්න.



ප්‍රිස්මයේ දිග l යැයි සැළකූ විට,

හරස්කඩ ත්‍රිකෝණාකාර වන සෘජු ප්‍රිස්මයක වර්ගඵලය = 2 (ත්‍රිකෝණාකාර මුහුණතක හරස්කඩ වර්ගඵලය) + (සෘජුකෝණාස්‍රාකාර පාර්ශ්වීය මුහුණත් තුනෙහි වර්ගඵලයන්ගේ එකතුය)

$$736 = 2\left(\frac{1}{2} \times 12 \times 8\right) + (12\,l + 10\,l + 10\,l)$$

$$736 = 96 + 32\,l$$

$$736 - 96 = 32\,l$$

$$640 = 32\,l$$

$$\frac{640}{32} = l$$

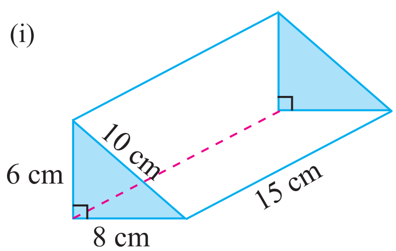
$$20 = l$$

ප්‍රිස්මයේ දිග 20 cm කි.

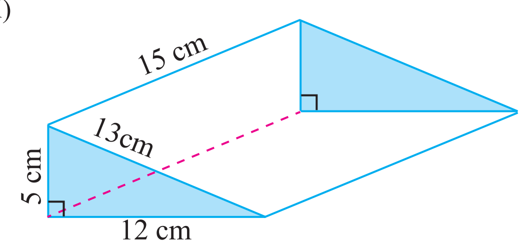
24.1 අභ්‍යාසය

1. පහත රූප මගින් දක්වා ඇති ප්‍රිස්මවල මුළු පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය දී ඇති දත්ත ඇසුරින් ගණනය කරන්න.

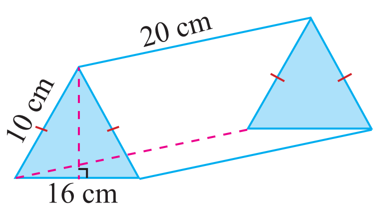
(i)



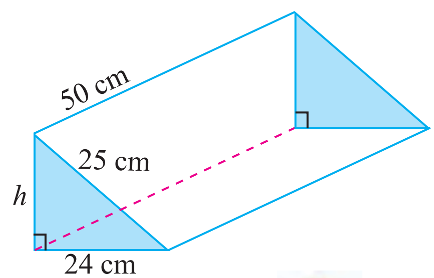
(ii)



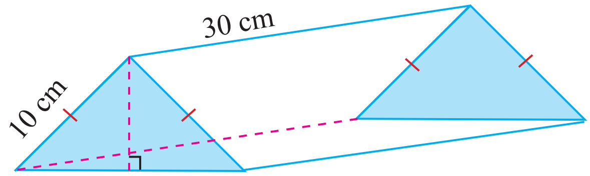
(iii)



2. රූපයේ දක්වා ඇති ප්‍රිස්මයේ,
   (i) හරස්කඩ වූ සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණයෙහි h මගින් දැක්වෙන දිග ගණනය කරන්න.
   (ii) ප්‍රිස්මයේ මුළු පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය ගණනය කරන්න.



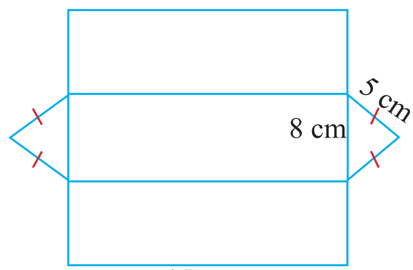
3. රූපයේ දැක්වෙන්නේ එක්තරා පිරිවෙණක තනතුරු නාම ප්‍රදර්ශනය කිරීම සඳහා සකසා තිබූ ඍජු ප්‍රිස්ම හැඩැති ලී කුට්ටියක රූප සටහනකි.



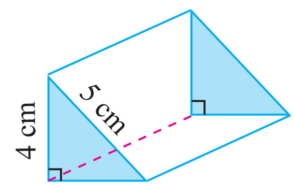
(i) මෙම තනතුරු නාම පුවරුවේ මුළු පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය කොපමණ ද?

(ii) පිරිවෙණෙහි ප්‍රධාන තනතුරු 5ක් සඳහා නාම පුවරු යෙදීමට නියමිතව ඇත. මෙම නාම පුවරුවල තීන්ත ආලේප කිරීම සඳහා වර්ග සෙන්ටිමීටරයකට රුපියල් 2ක් වැය වේ නම් නාම පුවරු සියල්ලේ ම තීන්ත ආලේපයට වැයවන මුදල ගණනය කරන්න.

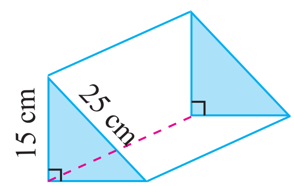
4. රූපයේ දැක්වෙන්නේ ඍජු ප්‍රිස්මයක් සෑදීම සඳහා සකස් කළ පතරමකි. මෙම පතරම මගින් සෑදිය හැකි ප්‍රිස්මයේ මුළු පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය ගණනය කරන්න.



5. රූපයේ දැක්වෙන ඍජු ප්‍රිස්මයේ මුළු පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය 156 cm^2 කි. ප්‍රිස්මයේ දිග සොයන්න.



6. රූපයේ දැක්වෙන ඍජු ප්‍රිස්මයේ මුළු පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය 2100 cm^2 කි. ප්‍රිස්මයේ දිග ගණනය කරන්න.



24.3 ප්‍රිස්මයක පරිමාව

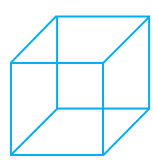
හරස්කඩ ත්‍රිකෝණාකාර වූ ප්‍රිස්මයක පරිමාව ගණනය කරන අයුරු අප මෙහි දී සළකා බලමු. ඝනකයක හා ඝනකාභයක පරිමාව සොයන ආකාරය පහත දැක්වේ.

ඝනකයක පරිමාව

පරිමාව = පැත්තක දිග × පැත්තක දිග × පැත්තක දිග

පරිමාව = $(\text{පැත්තක දිග})^2$ × පැත්තක දිග

පරිමාව = හරස්කඩ වර්ගඵලය × උස

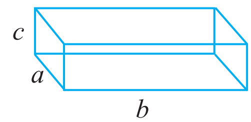


ඝනකාභයක පරිමාව

පරිමාව = දිග × පළල × උස

පරිමාව = (දිග × පළල) × උස

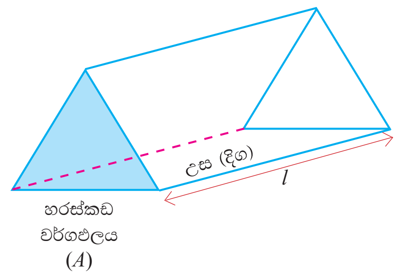
පරිමාව = හරස්කඩ වර්ගඵලය × උස



$= ab \times c$

මෙම ආකාරයට සලකා බලන විට ඒකාකාර හරස්කඩක් සහිත ඍජු ඝන වස්තුවක පරිමාව එම ඝන වස්තුවේ හරස්කඩ වර්ගඵලයේත් හරස්කඩ පෘෂ්ඨ අතර ලම්බ දුරෙහිත් (උස) ගුණිතයට සමාන වන බව ඔබට පැහැදිලි වනු ඇත. ඒ අනුව ත්‍රිකෝණාකාර හැඩති ඒකාකාර හරස්කඩක් සහිත ඍජු ප්‍රිස්මයක පරිමාව සෙවීමට ද ඉහත මූලධර්මය ම යොදා ගත් විට,

ප්‍රිස්මයේ පරිමාව = හරස්කඩ වර්ගඵලය × ඍජු උස (දිග)

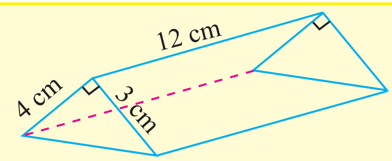


ප්‍රිස්මයේ පරිමාව V මගින් ද හරස්කඩ වර්ගඵලය A මගින් ද ඍජු උස l මගින් ද දැක්වූ විට,

$$V = A\,l$$

නිදසුන 1

රූපයේ දක්වා ඇති ඍජු ප්‍රිස්මයේ,
(i) හරස්කඩ වර්ගඵලය ගණනය කරන්න.
(ii) පරිමාව සොයන්න.



(i) හරස්කඩ වර්ගඵලය $= \frac{1}{2} \times$ ආධාරකය × ලම්බ උස

හරස්කඩ වර්ගඵලය $= \frac{1}{2} \times 4 \times 3 \text{ cm}^2$

හරස්කඩ වර්ගඵලය $= 6 \text{ cm}^2$

හරස්කඩ වර්ගඵලය 6 cm^2 කි.

(ii) පරිමාව = හරස්කඩ වර්ගඵලය × ඍජු උස

පරිමාව $= 6 \text{ cm}^2 \times 12 \text{ cm}$

$= 72 \text{ cm}^3$

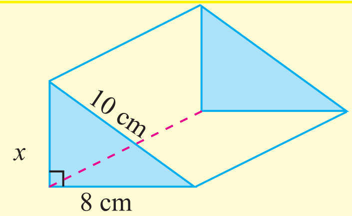
ප්‍රිස්මයේ පරිමාව 72 cm^3 කි.

නිදසුන 2

රූපයේ දැක්වෙන ප්‍රිස්මයේ පරිමාව 480 cm^3 ක් නම්,

(i) හරස්කඩ වර්ගඵලය ගණනය කරන්න.

(ii) සෘජු උස ගණනය කරන්න.



(i) හරස්කඩ වර්ගඵලය ගණනය කිරීම සඳහා ත්‍රිකෝණයේ ලම්බ උස සොයා ගත යුතු වේ. එම නිසා මෙම සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණයට පයිතගරස් සම්බන්ධය යෙදීමෙන්,

$$x^2 + 8^2 = 10^2$$
$$x^2 + 64 = 100$$
$$x^2 = 100 - 64$$
$$x^2 = 36$$
$$x = 6 \text{ cm}$$

හරස්කඩ වර්ගඵලය $= \frac{1}{2} \times$ ආධාරකය $\times$ ලම්බ උස

හරස්කඩ වර්ගඵලය $= \frac{1}{2} \times 8 \text{ cm} \times 6 \text{ cm}$

$= 24 \text{ cm}^2$

(ii) ප්‍රිස්මයේ සෘජු උස l නම්,

පරිමාව = හරස්කඩ වර්ගඵලය $\times$ සෘජු උස

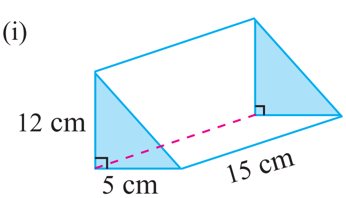
$$480 \text{ cm}^3 = 24 \text{ cm}^2 \times l$$
$$\frac{480 \text{ cm}^3}{24 \text{ cm}^2} = l$$
$$20 \text{ cm} = l$$

ප්‍රිස්මයේ සෘජු උස 20 cmකි.

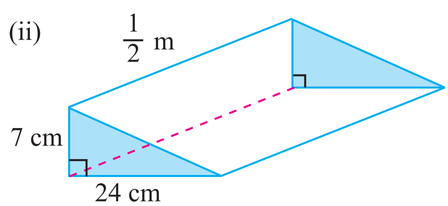
24.2 අභ්‍යාසය

1. දී ඇති දත්ත ඇසුරින් පහත දැක්වෙන ප්‍රිස්මවල පරිමාව ගණනය කරන්න.

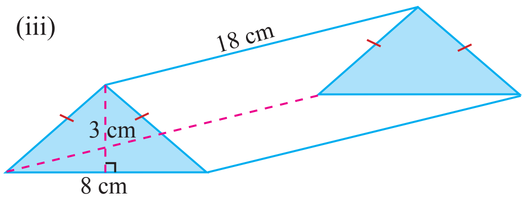
(i)



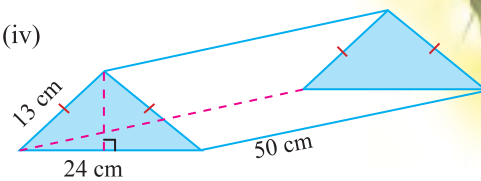
(ii)



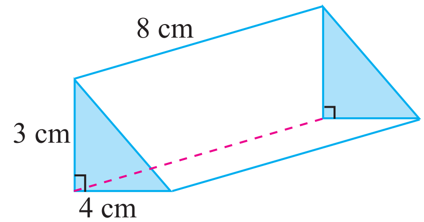
(iii)



(iv)



2. දිග, පළල සහ උස පිළිවෙළින් 12 cm, 5 cm, 10 cm වූ ඝනකාභාකාර භාජනයක් තුළ රූපයේ දැක්වෙන ආකාරයේ ඍජු ලී ප්‍රිස්ම 5ක් සීරුවෙන් ගිල්වනු ලැබේ.



(i) ලී ප්‍රිස්මයක පරිමාව ගණනය කරන්න.

(ii) ඝනකාභාකාර භාජනයේ 5 cm උසට ජලය පිරී ඇත්නම් ලී ප්‍රිස්ම ගිල් වූ විට භාජනයෙන් ජලය පිටාර නොගලන බව පෙන්වන්න.

3. මුහුණත ත්‍රිකෝණාකාර වූ ප්‍රිස්ම හැඩැති ජල ටැංකියක හරස්කඩෙහි වර්ගඵලය 400 cm^2 වේ. එහි 30 cm උසට ජලය පිරී ඇත. දිග සහ පළල පිළිවෙළින් 60 cm, 20 cm වූ ඝනකාභ හැඩැති වෙනත් ටැංකියකට ජලය අපතේ නොයන පරිදි මෙම ජලය පිර වූ විට එම ඝනකාභාකාර ටැංකියේ කොපමණ උසක් දක්වා ජල මට්ටම ඉහළ නගී ද?

සාරාංශය

- හරස්කඩ ත්‍රිකෝණාකාර වන ඍජු ප්‍රිස්මයක වර්ගඵලය $= 2\left(\text{ත්‍රිකෝණාකාර මුහුණතක හරස්කඩ වර්ගඵලය}\right) + \left(\text{ඍජුකෝණාස්‍රාකාර පාර්ශ්වීය මුහුණත් තුනෙහි වර්ගඵලයන්ගේ ඓක්‍යය}\right)$

- ප්‍රිස්මයක පරිමාව V මගින් ද හරස්කඩ වර්ගඵලය A මගින් ද ඍජු උස l මගින් ද දැක් වූ විට, $V = Al$ වේ.

25 ස්ථානයක පිහිටීම

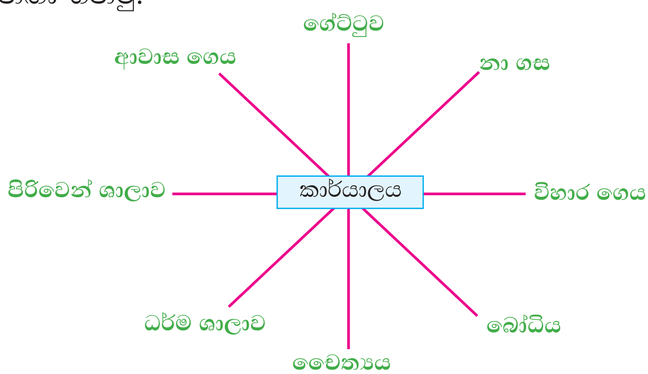
මෙම පාඩම අධ්‍යයනය කිරීමෙන් ඔබට,

- යම් ස්ථානයක සිට තවත් ස්ථානයක පිහිටීම උතුරු දිශාව හෝ දකුණු දිශාව පදනම් කර ගෙන ප්‍රකාශ කිරීමට,
- නිශ්චිත ස්ථානයක සිට තවත් ස්ථානයක පිහිටීම දිශාව සහ දුර ඇතුළත් වන සේ දළ සටහනක දැක්වීමට

හැකියාව ලැබේ.

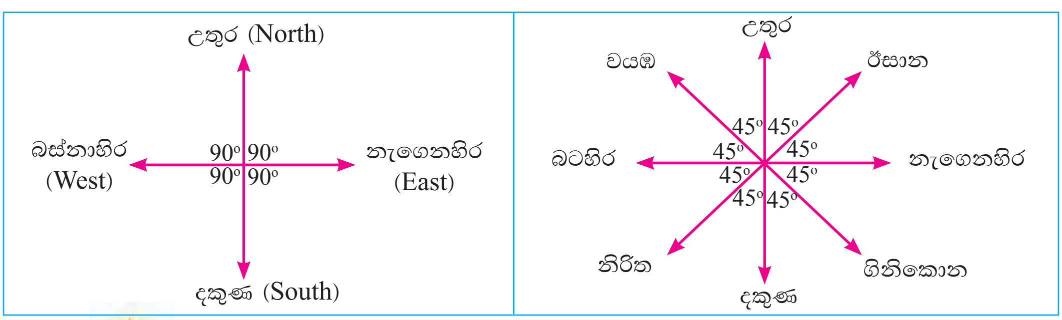
25.1 හැඳින්වීම

යම් ස්ථානයක සිට තවත් ස්ථානයක පිහිටීම ප්‍රකාශ කිරීම සඳහා දිශා යොදා ගනු ලැබේ. 1 ශ්‍රේණියේ දී ප්‍රධාන දිශා සහ අනු දිශා ඇසුරින් ස්ථානයක පිහිටීම විස්තර කර ඇත. එය නැවත මතකයට නගා ගනිමු.



කාර්යාලයට අනුව අනිකුත් ස්ථාන පිහිටා ඇති ආකාරය ඉහතින් දැක්වේ. ඒ අනුව,

- කාර්යාලයට උතුරු දිශාවෙන් ගේට්ටුව පිහිටා ඇත.
- කාර්යාලයට බටහිර දිශාවෙන් පිරිවෙන් ශාලාව පිහිටා ඇත.
- කාර්යාලයට ඊසාන දිශාවෙන් නා ගස පිහිටා ඇත.
- කාර්යාලයට වයඹ දිශාවෙන් ආවාස ගෙය පිහිටා ඇත.
- ආවාස ගෙයට ගිනිකොන දිශාවෙන් කාර්යාලය සහ බෝධිය පිහිටා ඇත.
- පිරිවෙන් ශාලාවට නැගෙනහිර දිශාවෙන් කාර්යාලය සහ විහාර ගෙය පිහිටා ඇත.



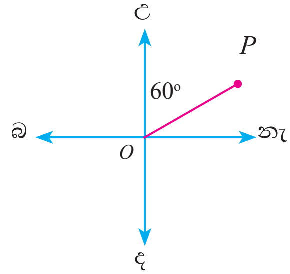
- එක ළඟ පිහිටි ප්‍රධාන දිශා දෙකක් අතර කෝණය 90°කි.
- එක ළඟ පිහිටි ප්‍රධාන දිශාවක් සහ අනු දිශාවක් අතර කෝණය 45°කි.

ඉහත අවස්ථාවේ දී අපට ප්‍රකාශ කිරීමට හැකි වන්නේ හරියට ම ප්‍රධාන දිශාවක් ඔස්සේ හෝ අනු දිශාවක් ඔස්සේ හෝ පිහිටා ඇති ස්ථානයක පිහිටීම පමණි. ප්‍රධාන දිශාවක් සහ අනු දිශාවක් අතර පිහිටි ස්ථානයක් පිළිබඳව ඉහත ආකාරයට ප්‍රකාශ කළ හැකි ද? එසේ ප්‍රකාශ කිරීමට අපහසු වන බව ඔබට පැහැදිලි වනු ඇත. එම අපහසුතාවය මඟහරවා ගැනීම සඳහා ප්‍රධාන දිශා ඇසුරින් ස්ථානයක පිහිටීම ප්‍රකාශ කිරීම යොදා ගත හැකි ය.

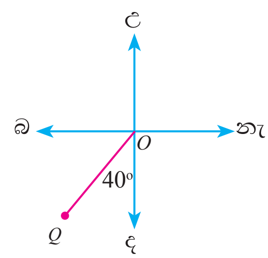
25.2 ප්‍රධාන දිශා ඇසුරින් ස්ථානයක පිහිටීම දැක්වීම

ප්‍රධාන දිශාවක් හෝ අනු දිශාවක් හෝ ඔස්සේ පිහිටා නැති ස්ථාන කීපයක් සලකා බලමු.

O සිට බලන විට P ස්ථානය පිහිටා ඇත්තේ උතුරේ සිට 60°ක් නැගෙනහිර දිශාව දෙසට වන ලෙස ය. එය, උ 60° නැ ලෙස හෝ N 60° E ලෙස හෝ ප්‍රකාශ කරනු ලැබේ.



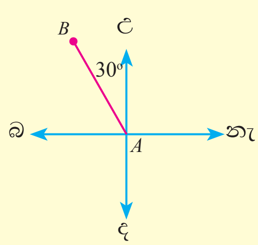
O සිට බලන විට Q ස්ථානය පිහිටා ඇත්තේ දකුණේ සිට 40°ක් බටහිර දිශාව දෙසට වන ලෙස ය. එය, ද 40° බ ලෙස හෝ S 40° W ලෙස හෝ ප්‍රකාශ කරනු ලැබේ.



නිදසුන 1

පහත ස්ථාන පිහිටා ඇති ආකාරය ලියන්න.

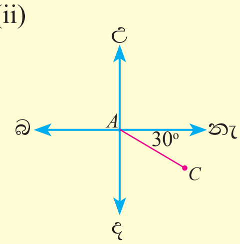
(i)



A සිට Bහි පිහිටීම

උ 30° බ හෝ N 30° W වේ.

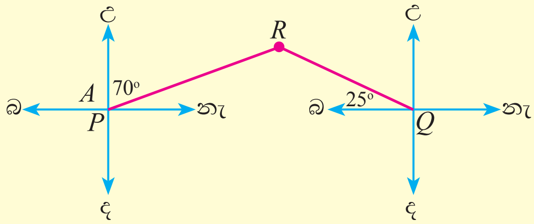
(ii)



A සිට Cහි පිහිටීම

ද 60° නැ හෝ S 60° E වේ.

(iii)



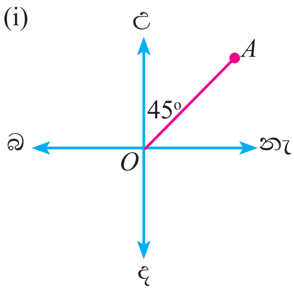
- *P* සිට *R*හි පිහිටීම
  උ 70° නැ හෝ N 70° E වේ.

- *Q*හි සිට *R*හි පිහිටීම
  උ 65° බ හෝ N 65° W වේ.

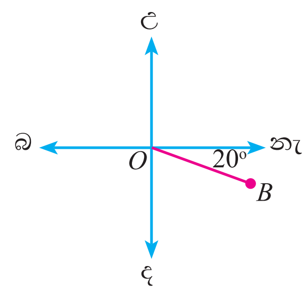
25.1 අභ්‍යාසය

1. *O* ලක්ෂ්‍යයේ සිට එක් එක් ස්ථානයේ පිහිටීම උතුරු දිශාව හෝ දකුණු දිශාව ඇසුරින් ලියන්න.

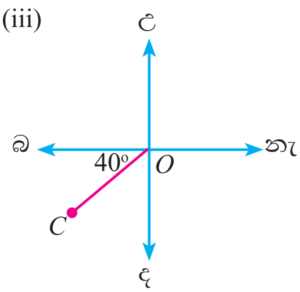
(i)



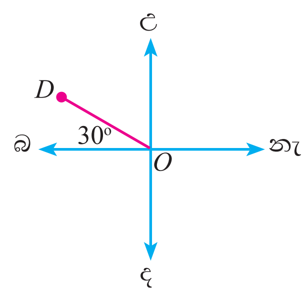
(ii)



(iii)



(iv)



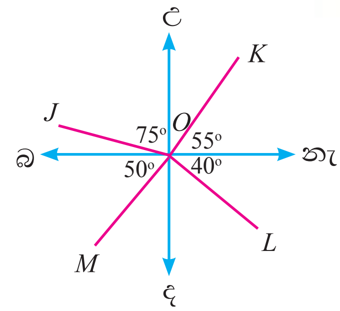
2. *O* ලක්ෂ්‍යයේ සිට පහත එක් එක් දිශාව දැක්වීමට දළ සටහන් අඳින්න.

(i) උ 70° නැ
(ii) උ 40° බ
(iii) ද 20° නැ
(iv) N 35° E
(v) S 40° W
(vi) N 80° W
(vii) නිරිත දිශාව
(viii) ගිනිකොන දිශාව

3. *A* ස්ථානයේ සිට *T*හි පිහිටීම "ද 40° නැ" වේ. *B* ස්ථානයේ සිට *T*හි පිහිටීම "ද 50° බ" වේ. *A* සහ *B*ට අනුව *T*හි පිහිටීම දළ රූපයක දක්වන්න. (*A*ට නැගෙනහිරින් *B* පිහිටා ඇත.)

4. X ස්ථානයේ සිට Mහි පිහිටීම "N 20° E" වේ. Y ස්ථානයේ සිට Mහි පිහිටීම "N 40° W" වේ. X සහ Yට අනුව Mහි පිහිටීම දළ රූපයක දක්වන්න. (Xට උතුරින් Y පිහිටා ඇත.)

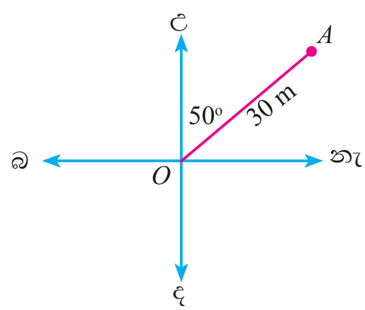
5. පහත රූපයට අනුව Oහි සිට J, K, L හා M ලක්ෂ්‍යවල පිහිටීම උතුරු දිශාව හෝ දකුණු දිශාවට අනුව වෙන වෙන ම ලියන්න.



25.3 ප්‍රධාන දිශා ඇසුරින් ස්ථානයක පිහිටීම දැක්වීම තවදුරටත්

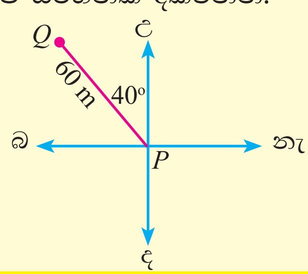
යම් ස්ථානයක සිට තවත් ස්ථානයක පිහිටීම නිශ්චිත වශයෙන් ම හඳුනා ගැනීමට හැකි වන්නේ දිශාව සහ දුර යන රාශි දෙක ම දන්නා විට ය. දිශාව සහ දුර දන්නා විට ස්ථානයක පිහිටීම දළ රූප සටහනක දක්වන ආකාරය දැන් සලකා බලමු.

O ලක්ෂ්‍යයේ සිට උතුරින් 50°ක් නැගෙනහිර (උ 50° නැ) දෙසට වන සේ Oහි සිට 30 mක් දුරින් A ලක්ෂ්‍යය පිහිටා ඇත. එම තොරතුරු අනුව A ලක්ෂ්‍යයේ පිහිටීම දළ රූපයක දක්වමු.



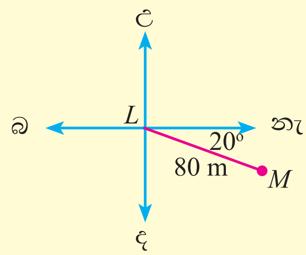
නිදසුන 1

P ලක්ෂ්‍යයේ සිට "උ 40° බ" වන දිශාව ඔස්සේ Pහි සිට 60 m දුරින් Q ලක්ෂ්‍යය පිහිටා ඇත. Q ලක්ෂ්‍යයේ පිහිටීම දළ රූප සටහනක දක්වන්න.



නිදසුන 2

පහත දළ රූප සටහනින් දක්වා ඇති පිහිටීම විස්තර කරන්න.



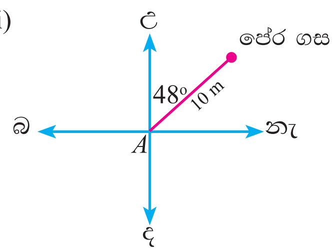
L ලක්ෂ්‍යයේ සිට දකුණින් 70°ක් නැගෙනහිර දිශාවට වන සේ L ලක්ෂ්‍යයේ සිට 80 mක් දුරින් M ලක්ෂ්‍යය පිහිටා ඇත.

25.2 අභ්‍යාසය

1. පහත අවස්ථා දැක්වීම සඳහා දළ රූප සටහන් අඳින්න.
   (i) O ලක්ෂ්‍යයේ සිට 7 mක් දුරින් "උ 55° නැ" වන ලෙස P ලක්ෂ්‍යය පිහිටා ඇත.
   (ii) O ලක්ෂ්‍යයේ සිට 20 mක් දුරින් සහ "ද 30° බ" වන ලෙස Q ලක්ෂ්‍යය පිහිටා ඇත.
   (iii) O ලක්ෂ්‍යයේ සිට 35 mක් දුරින් සහ "N 20° W" වන ලෙස R ලක්ෂ්‍යය පිහිටා ඇත.
   (iv) O ලක්ෂ්‍යයේ සිට 70 mක් දුරින් සහ "S 40° W" වන ලෙස T ලක්ෂ්‍යය පිහිටා ඇත.
   (v) X ලක්ෂ්‍යයේ සිට 40 mක් දුරින් සහ "N 50° E" වන ලෙසත් Y ලක්ෂ්‍යයේ සිට 60 m දුරින් "N 40° W" වන ලෙසත් Z ලක්ෂ්‍යය පිහිටා තිබේ.

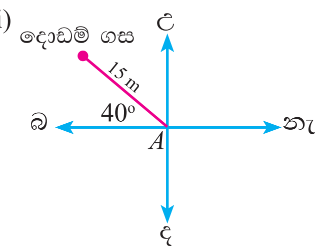
2. පහත රූප සටහන්වල දක්වා ඇති පිහිටීම විස්තර කරන්න.

(i)



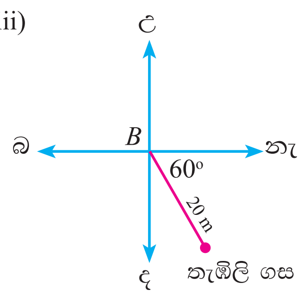
A මගින් අඹ ගස නිරූපණය කර ඇත.

(ii)



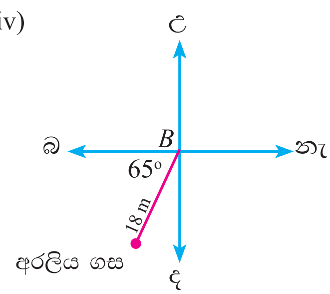
A මගින් අඹ ගස නිරූපණය කර ඇත.

(iii)



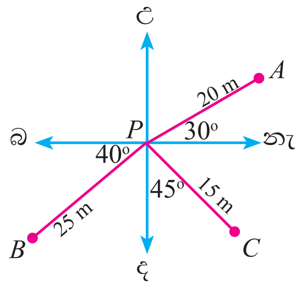
B මගින් පොල් ගස නිරූපණය කර ඇත.

(iv)



B මගින් පොල් ගස නිරූපණය කර ඇත.

3. P ලක්ෂ්‍යය අනුබද්ධයෙන් පහත දළ රූපයේ දක්වා ඇති අනිකුත් ලක්ෂ්‍යවල පිහිටීම ලියන්න.



4. පහත අවස්ථා දැක්වීම සඳහා දළ රූප සටහන් අඳින්න.

(i) A ලක්ෂ්‍යයේ සිට 8 mක් දුරින් සහ "උ 30° නැ" වන ලෙස B ද A ලක්ෂ්‍යයේ සිට 10 mක් දුරින් සහ "ද 40° බ" වන ලෙස C ද පිහිටා ඇත.

(ii) P ලක්ෂ්‍යයේ සිට 15 mක් දුරින් සහ "ද 55 නැ" වන ලෙස Q ද Q ලක්ෂ්‍යයේ සිට 20 mක් දුරින් සහ "උ 40° නැ" වන ලෙස R ද ලක්ෂ්‍යය පිහිටා ඇත.

(iii) අරලිය ගසේ සිට 50 mක් දුරින් සහ "N 30° E" වන ලෙස අඹ ගස ද අඹ ගසේ සිට 60 mක් දුරින් සහ "S 35° E" වන ලෙස ඉද්ද ගස ද පිහිටා ඇත.

(iv) ළිඳ අසල සිට 30 mක් දුරින් සහ "S 40° W" වන ලෙස රෝස පඳුර ද රෝස පඳුරේ සිට 60 mක් දුරින් සහ "N 50° W" වන ලෙස කොස් ගස ද පිහිටා ඇත.

සාරාංශය

- යම් ස්ථානයක සිට තවත් ස්ථානයක පිහිටීම උතුරු දිශාව සහ දකුණු දිශාව ඇසුරින් ප්‍රකාශ කළ හැකි ය.
- ස්ථානයක පිහිටීම දැක්වීම සඳහා දිශාව සහ දුර යොදා ගනු ලැබේ.
- යම් ස්ථානයක සිට තවත් ස්ථානයක පිහිටීම දළ රූප සටහනක් මගින් ඉදිරිපත් කළ හැකි ය.

26 ප්‍රස්තාර

මෙම පාඩම අධ්‍යයනය කිරීමෙන් ඔබට,

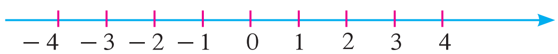
- $y = mx$ ආකාරයේ ශ්‍රිතයක දෙනු ලබන x අගය සඳහා y අගය ලබා ගැනීමට,
- ඛණ්ඩාංක තලයක $y = mx + c$ ආකාරයේ ප්‍රස්තාර ඇඳීමට,
- අදින ලද හෝ දෙන ලද සරල රේඛාවක අනුක්‍රමණය හා අන්තඃඛණ්ඩය සෙවීමට

හැකියාව ලැබේ.

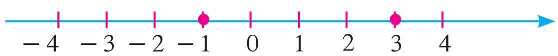
26.1 හැඳින්වීම

සංඛ්‍යා රේඛාවක් මත ලක්ෂ්‍ය ලකුණු කිරීම මීට පෙර ඔබ උගෙන ඇත. ඒ පිළිබඳ විමසා බලමු.

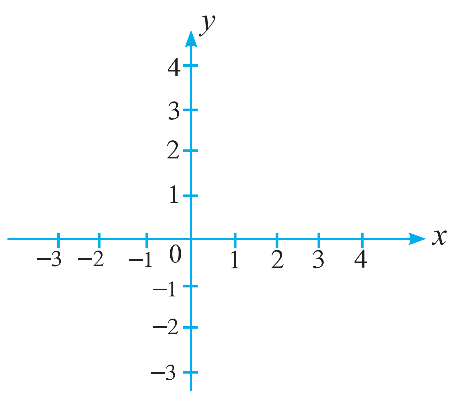
සංඛ්‍යා රේඛාව



සංඛ්‍යා රේඛාව මත $x = 3$ හා $x = -1$ ලක්ෂ්‍ය ලකුණු කරමු.



එකිනෙකට ලම්බ වූ O ලක්ෂ්‍යයේදී ඡේදනය වන සංඛ්‍යා රේඛා දෙකක් සලකමු. තලයක වූ මෙවැනි රේඛා දෙකක් කාටීසීය තලයක් (ඛණ්ඩාංක තලයක්) ලෙස හැඳින්වේ. එම සංඛ්‍යා රේඛා දෙකෙන් එකක් තිරස්ව ගත් විට අනෙක සිරස්ව පිහිටයි. එම තිරස් රේඛාව x අක්ෂය ලෙස ද සිරස් රේඛාව y අක්ෂය ලෙස ද නම් කෙරේ. එම x සහ y අක්ෂ ඡේදනය වන ලක්ෂ්‍යය මූල ලක්ෂ්‍යය ලෙස ද නම් කරන අතර එහි x අගය 0 වේ. y අගය ද 0 වේ. ඒ නිසා මූල ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක (0, 0) වේ. එවැනි ඛණ්ඩාංක තලයක් පහත රූපයේ දැක්වේ.



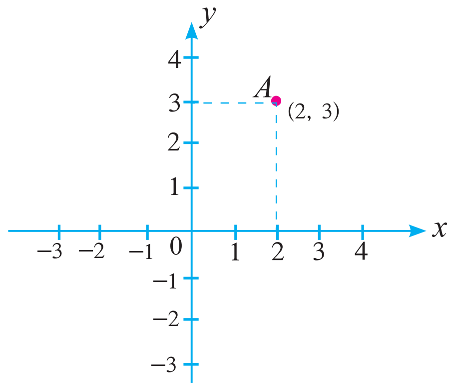
A (2, 3) ලක්ෂ්‍යයක පිහිටීම ඛණ්ඩාංක තලයේ දැක්වීමට පහත පියවර අනුගමනය කරමු.

පියවර 1 - $x = 2$ එනම් y අක්ෂයේ සිට ඒකක 2ක් දුරින් වූ පෙදෙස කඩ ඉරකින් ලකුණු කරමු.

පියවර 2 - $y = 3$ එනම් x අක්ෂයේ සිට ඒකක 3ක් දුරින් වූ පෙදෙස කඩ ඉරකින් දක්වමු.

පියවර 3 - මෙම කඩ ඉරි දෙක ඡේදනය වන ලක්ෂ්‍යයේ පිහිටීම x අක්ෂයේ සිට ඒකක 3ක් දුරින් ද y අක්ෂයේ සිට ඒකක 2ක් දුරින් ද වේ.

පියවර 4 - එම ඡේදන ලක්ෂ්‍යය A ලෙස සලකුණු කරමු.

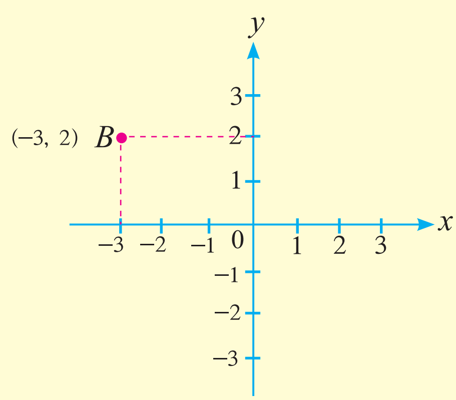


A ලක්ෂ්‍යය x අක්ෂය දිගේ ඒකක 2ක් ද y අක්ෂය දිගේ ඒකක 3ක් ද විස්ථාපනය වී ඇත. මේ අනුව A ලක්ෂ්‍යයේ පිහිටීම (2, 3) වේ. එනම් x ඛණ්ඩාංකය 2කි. y ඛණ්ඩාංකය 3කි. x අගය පළමුව ද y අගය දෙවනුව ද සඳහන් කරන හෙයින් මෙම ඛණ්ඩාංක පටිපාටිගත යුගල යනුවෙන් ද හැඳින්වේ.

නිදසුන 1

සුදුසු ඛණ්ඩාංක තලයක B (−3, 2) ලක්ෂ්‍යය ලකුණු කරන්න.

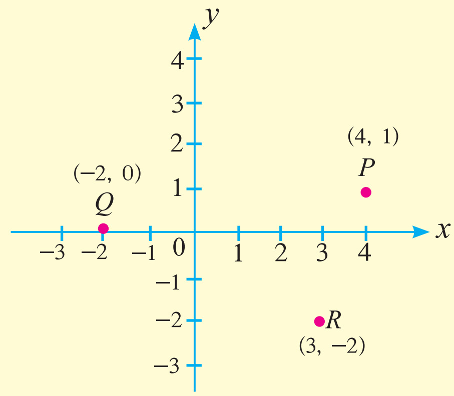
B ලක්ෂ්‍යයේ x ඛණ්ඩාංකය −3 වේ. y ඛණ්ඩාංකය 2 වේ.



නිදසුන 2

සුදුසු ඛණ්ඩාංක තලයක P (4, 1), Q (−2, 0), සහ R (3, −2) ලක්ෂ්‍ය ලකුණු කරන්න.

Pහි x ඛණ්ඩාංකය 4 ද, y ඛණ්ඩාංකය 1 ද වේ. Q හි x ඛණ්ඩාංකය −2 ද, y ඛණ්ඩාංකය 0 ද වේ. R හි x ඛණ්ඩාංකය 3 ද, y ඛණ්ඩාංකය −2 ද වේ.



26.2 $y = mx$ ආකාරයේ සරල රේඛා

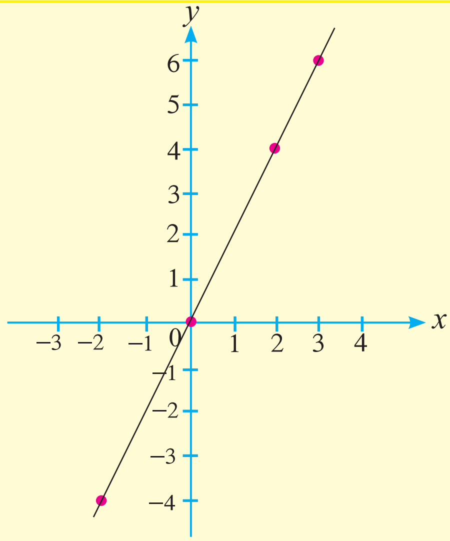
නිදසුන 1

$y = 2x$ ශ්‍රිතය සලකා බලමු.

මෙවැනි ශ්‍රිතයක x, ස්වායත්ත විචල්‍යය වේ. එනම්, x සඳහා ඕනෑ ම අගයක් යොදා ගත හැකි ය. ඛණ්ඩාංක තලයක් මත ලක්ෂ්‍යය ලකුණු කිරීමට පහසු වන පරිදි x සඳහා ගැළපෙන අගයන් ලෙස 0, 2, 3 සහ −2 සලකමු. එවිට, $y = 2x$ සම්බන්ධය අනුව yහි (පරායත්ත විචල්‍යයෙහි) අගයන් පිළිවෙළින් 0, 4, 6 සහ −4 වේ. එම අගය අතර සම්බන්ධය ලබා ගන්නා එක් ආකාරයක් පහත වගුවේ දැක්වේ.

x	$2x$	y	පටිපාටිගත යුගල ලෙස
0	0	0	(0, 0)
2	4	4	(2, 4)
3	6	6	(3, 6)
−2	−4	−4	(−2, −4)

ඛණ්ඩාංක තලයක් මත මෙසේ ලබා ගත් පටිපාටිගත යුගල නිවැරදිව ලකුණු කරමු. සරල දාරයක් ආධාරයෙන් එම ලක්ෂ්‍ය යා කරමු. එවිට ලැබී ඇති සරල රේඛාව මගින් $y = 2x$ ශ්‍රිතය නිරූපණය වේ.

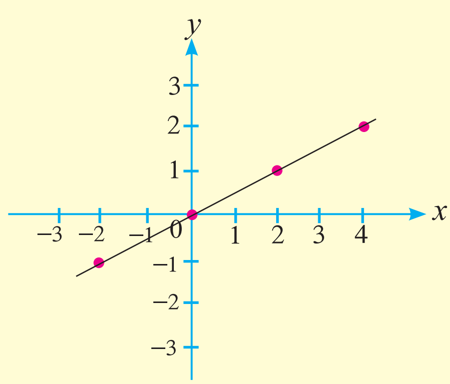


නිදසුන 2

$y = \frac{1}{2}x$ ශ්‍රිතය අඳිමු.

මෙහි x සඳහා -2, 0, 2, 4 යන අගයන් ගනිමු. එවිට, ඊට අනුරූප y හි අගයන් මෙලෙස ලබා ගත හැකි ය.

x	-2	0	2	4
$\frac{1}{2}x$	-1	0	1	2
y	-1	0	1	2
පටිපාටිගත යුගල ලෙස	$(-2, -1)$	(0, 0)	(2, 1)	(4, 2)

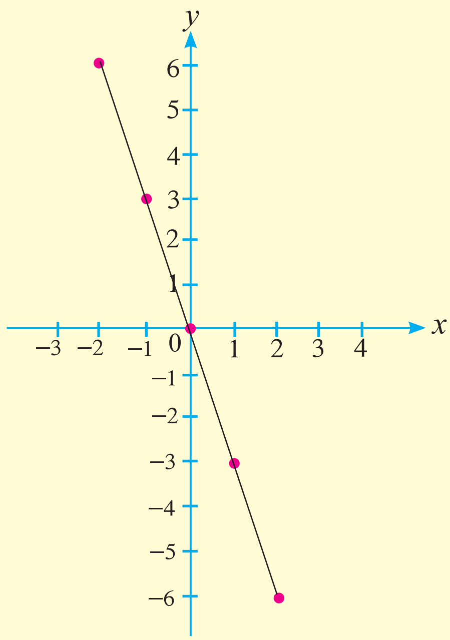


නිදසුන 3

$y = -3x$ ශ්‍රිතය අඳිමු.

මෙහි x සඳහා $-2, -1, 0, 1, 2$ යන අගයන් ගනිමු. එවිට, ඊට අනුරූප y හි අගයන් පහත වගුවේ දැක්වේ.

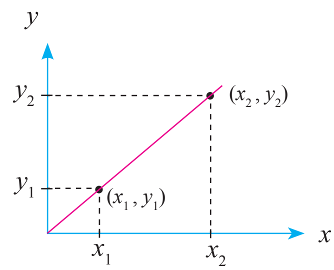
x	$-3x$	y	පටිපාටිගත යුගල ලෙස
-2	6	6	$(-2, 6)$
-1	3	3	$(-1, 3)$
0	0	0	$(0, 0)$
1	-3	-3	$(1, -3)$
2	-6	-6	$(2, -6)$



ඉහත අඳින ලද සරල රේඛා තුන ම මූල ලක්ෂ්‍යය හරහා වැටී ඇත. එනම්, එම රේඛා සියල්ල (0,0) ලක්ෂ්‍යය හරහා වැටී ඇත. තව ද එම රේඛා සියල්ල x අක්ෂයට ආනතව ඇත.

26.3 $y = mx$ ආකාරයේ රේඛාවක අනුක්‍රමණය

ඛණ්ඩාංක තලයක් මත වූ $y = mx$ ආකාරය රේඛාවක අනුක්‍රමණය එහි xහි සංගුණකය වන m වේ. $y = mx$ සම්බන්ධයෙහි $m = \frac{y}{x}$ වන හෙයින් අනුක්‍රමණය ලබා ගැනීමට y ඛණ්ඩාංකය, x ඛණ්ඩාංකයෙන් බෙදිය යුතු වේ.



සරල රේඛීය ප්‍රස්තාරයක අනුක්‍රමණය $m = \frac{(y_2 - y_1)}{(x_2 - x_1)}$

නිදසුන 1

$y = 2x$ සරල රේඛාව මත (3, 6) ලක්ෂ්‍යය පිහිටා ඇත. එනම් x අගය 3 වන විට y අගය 6 වේ. මේ අනුව,

$y = 2x$ රේඛාවේ අනුක්‍රමණය $= \frac{6}{3}$

$= 2$ වේ.

එසේම $y = 2x$ ශ්‍රිතයෙහි xහි සංගුණකය 2 හෙයින් රේඛාවේ අනුක්‍රමණය 2 වේ.

නිදසුන 2

$y = \frac{1}{2}x$ සරල රේඛාව මත (4, 2) ලක්ෂ්‍යය පිහිටා ඇත. එනම් x හි අගය 4 වන විට y හි අගය 2 වේ. මේ අනුව,

$y = \frac{1}{2}x$ රේඛාවේ අනුක්‍රමණය $= \frac{2}{4}$

$= \frac{1}{2}$ වේ.

එසේම $y = \frac{1}{2}x$ ශ්‍රිතයෙහි xහි සංගුණකය $\frac{1}{2}$ හෙයින් රේඛාවේ අනුක්‍රමණය $\frac{1}{2}$ වේ.

නිදසුන 3

ඉහත නිදසුන් මගින් පෙන්වා දුන් පරිදි $y = -3x$ රේඛාවේ අනුක්‍රමණය -3 වේ.

$$y = (-3)\,x$$

(-3) අනුක්‍රමණය

26.1 අභ්‍යාසය

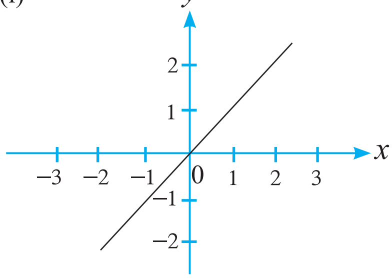
1. පහත දී ඇති සම්බන්ධ අතරින් $y = mx$ ආකාරයේ ශ්‍රිත තෝරා ලියන්න.

(i) $y = 4$ (ii) $y = 3x$ (iii) $y = \frac{1}{3}x$

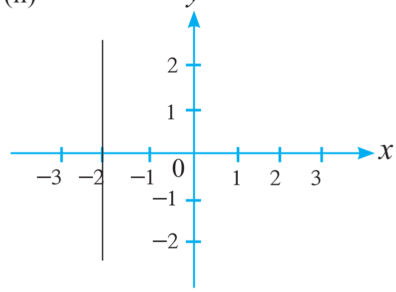
(iv) $y = -x$ (v) $y = 10 - x$ (vi) $y + 5 = 0$

2. පහත එක් එක් ඛණ්ඩාංක තලය මත නිරූපණය කර ඇති සරල රේඛා අතරින් $y = mx$ සම්බන්ධයට ගැළපෙන රේඛා තෝරන්න.

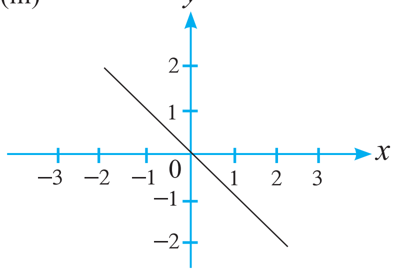
(i)



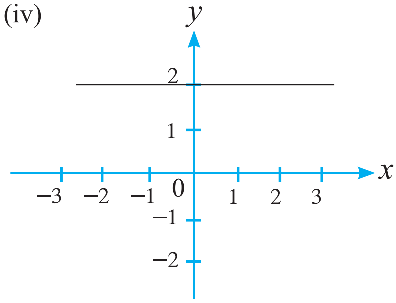
(ii)



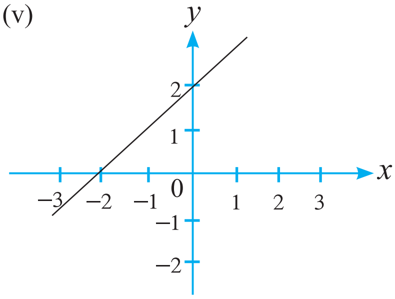
(iii)



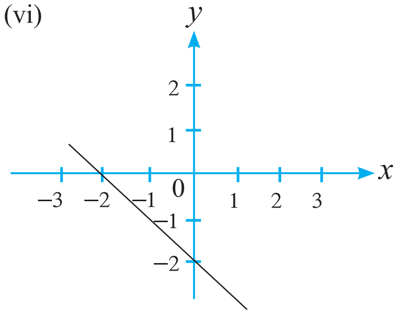
(iv)



(v)



(vi)



3. පහත දී ඇති එක් එක් ශ්‍රිතය නිරූපණය වන පරිදි, දී ඇති x අගයට අනුරූප y අගය සොයන්න.

(i) $y = 4x$

x	0	1	2	3
y	....	....	....	....

(ii) $y = -\frac{1}{2}x$

x	0	2	4	6
y	....	....	....	....

(iii) $y = x$

x	−3	−2	−1	0	1
y	....	....	....	....	....

4. (*a*) එකම බණ්ඩාංක තලයක පහත දැක්වෙන එක් එක් ශ්‍රිතය නිරූපණය කරන්න.

(i) $y = 2x$ (ii) $y = 3x$ (iii) $y = \frac{1}{2}x$

(*b*) ඉහත අඳින ලද එක් එක් රේඛාවේ අනුක්‍රමණය සොයන්න.

(*c*) දී ඇති එක් එක් ශ්‍රිතයේ xහි සංගුණකය හා එම අනුක්‍රමණය අතර පවතින සම්බන්ධය ලියා දක්වන්න.

5. (*a*) පහත දී ඇති ශ්‍රිත එකම කාටීසීය තලයක අඳින්න.

(i) $y = -x$ (ii) $y = -2x$ (iii) $y = -\frac{1}{2}x$

(*b*) එම එක් එක් රේඛාවේ අනුක්‍රමණය ලියා දක්වන්න.

26.4 $y = mx + c$ ආකාරයේ සරල රේඛා

$y = mx$ ආකාරයේ ශ්‍රිත නිරූපණය කරන සරල රේඛා ඇඳීමට මීට පෙර උගෙන ඇත. එම රේඛා මූල ලක්ෂ්‍යය හරහා ගමන් කරන බව අපි දනිමු. මූල ලක්ෂ්‍යය හරහා ගමන් නොකරන x අක්ෂයට ආනත වූ රේඛා $y = mx + c$ ආකාරයේ වේ. මෙහි c යනු සංඛ්‍යාත්මක අගයකි. එය මූල ලක්ෂ්‍යයේ සිට ප්‍රස්තාරය y අක්ෂය ඡේදනය වන ලක්ෂ්‍යයට y අක්ෂය ඔස්සේ ඇති දුර වේ. එය අදාළ රේඛාවේ අන්තඃඛණ්ඩය ලෙස හැඳින්වේ.

නිදසුන 1

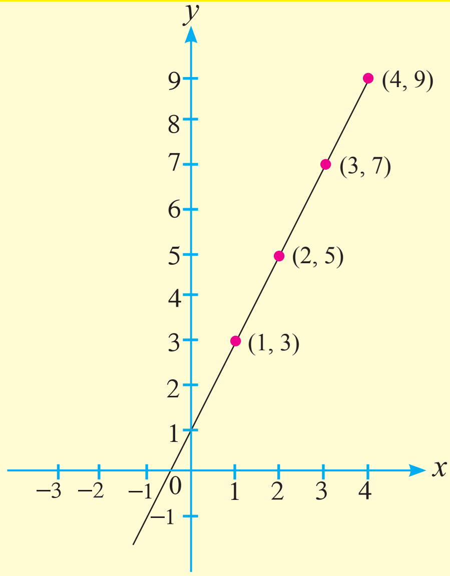
$y = 2x + 1$ ශ්‍රිතය සලකමු.

මෙම ශ්‍රිතය ප්‍රස්තාර ගත කිරීම සඳහා සුදුසු පටිපාටිගත යුගල කිහිපයක් පහත වගුවේ දැක්වේ.

$y = 2x + 1$

x	$2x$	$2x + 1$	y	පටිපාටිගත යුගල ලෙස
1	2	3	3	(1, 3)
2	4	5	5	(2, 5)
3	6	7	7	(3, 7)
4	8	9	9	(4, 9)

එම පටිපාටිගත යුගල කාටීසීය තලයක නිරූපණය කරමු.



$y = 2x + 1$මගින් නිරූපණය වන සරල රේඛාව (0,0) ලක්ෂ්‍යය හරහා නොයයි. එය (0,1) ලක්ෂ්‍යය හරහා යයි. එනම්, මූල ලක්ෂ්‍යයේ සිට ප්‍රස්තාරය y අක්ෂය ඡේදනය වන ලක්ෂ්‍යයට ඇති දුර ඒකක 1කි. මෙම අගය රේඛාවේ අන්තඃඛණ්ඩය වේ. තව ද රේඛාවේ අනුක්‍රමණය එනම් xහි සංගුණකය 2 වේ.

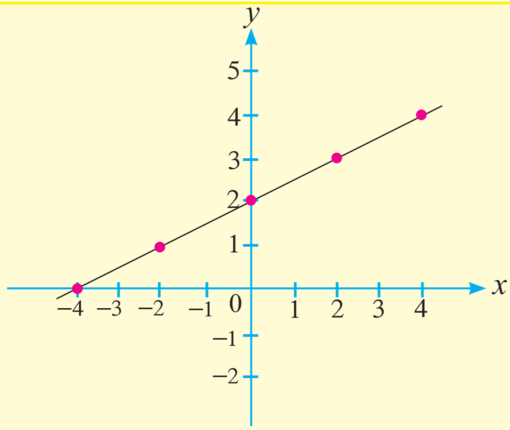
නිදසුන 2

$2y = x + 4$ ශ්‍රිතය සලකා බලමු. එය $y = mx + c$ ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කළ විට $y = \frac{1}{2}x + 2$ වේ. එම රේඛාව ඇඳීම සඳහා සුදුසු පටිපාටිගත යුගල කිහිපයක් පහත වගුවේ දැක්වේ.

$y = \frac{1}{2}x + 2$

x	$\frac{1}{2}x$	$y = \frac{1}{2}x + 2$	පටිපාටිගත යුගල ලෙස
0	0	2	(0, 2)
2	1	3	(2, 3)
4	2	4	(4, 4)
–2	–1	1	(–2, 1)
–4	–2	0	(–4, 0)

මෙම පටිපාටිගත යුගල කාටීසීය තලයක සලකුණු කර සරල දාරයක් මගින් එම ලක්ෂ්‍ය සියල්ල යා කළ විට පහත අයුරින් දිස්වේ.



මෙම රේඛාවෙන් y අක්ෂය (0, 2) ලක්ෂ්‍යයේදී කැපී යන හෙයින් $y = \frac{1}{2}x + 2$ රේඛාවේ අන්තඃඛණ්ඩය 2 වේ. තව ද එහි අනුක්‍රමණය $\frac{1}{2}$ වේ.

$$y = \frac{1}{2}x + 2$$

අන්තඃඛණ්ඩය (2)

අනුක්‍රමණය ($\frac{1}{2}$)

සරල රේඛා කිහිපයක සමීකරණ පහත වගුවේ දැක්වේ. ඒවා නිරීක්ෂණයෙන් අදාළ එක් එක් සරල රේඛාවේ අනුක්‍රමණ හා අන්තඃඛණ්ඩ ලබා ගෙන ඇත.

ශ්‍රිතය	අනුක්‍රමණය	අන්තඃඛණ්ඩය
$y = 3x + 1$	3	1
$y = -2x + 5$	-2	5
$y = x + 8$	1	8
$y = \frac{1}{3}x$	$\frac{1}{3}$	0
$y = -\frac{1}{2}x + 4$	$-\frac{1}{2}$	4
$y = 10 - x$	-1	10

26.2 අභ්‍යාසය

1. $y = 3x$ සරල රේඛාව ඇඳීම සඳහා පටිපාටිගත යුගල කිහිපයක් ලබා ගැනීමට පහත දී ඇති වගුව සම්පූර්ණ කරන්න.

xහි අගය	එහි තුන් ගුණය ($3x$)	පටිපාටිගත යුගල ලෙස
4	$4 \times 3 = 12$	(4, 12)
2	....	....
-2	....	....
0	....	....

2. $y = 2x - 1$ සරල රේඛාව ඇඳීමට සුදුසු පටිපාටිගත යුගල කිහිපයක් ලබා ගැනීමට පහත දී ඇති වගුව සම්පූර්ණ කරන්න.

xහි අගය	xහි දෙගුණය ($2x$)	$2x - 1$	පටිපාටිගත යුගල ලෙස
3	$2 \times 3 = 6$	$6 - 1 = 5$	(3, 5)
2	....	....	....
1	....	....	....
0	....	....	....
-1	....	....	....

3. දී ඇති එක් එක් ශ්‍රිතය ප්‍රස්තාර ගත කිරීම සඳහා සුදුසු සම්පූර්ණ නොකළ අගය වගු පහත දක්වා ඇත. ඒවා සම්පූර්ණ කර එම එක් එක් ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය අඳින්න.

(i) $y = x + 3$

x	2	1	0	-1	-2
$x + 3$	5	.....	.....	.....	.....
y	5	.....	.....	.....	.....

(ii) $y = 2x - 3$

x	3	2	1	0	-1
$2x$	.....	4	.....	.....	.....
$y = 2x - 3$	.....	1	.....	.....	.....

(iii) $y = \frac{1}{2}x + 4$

x	-4	-2	0	2	4
$\frac{1}{2}x$	-2	.....	.....	.....	.....
$y = \frac{1}{2}x + 4$	2	.....	.....	.....	.....

(iv) $y = 6 - x$

x	4	2	0	-2
$y = 6 - x$	.....	.....	.....	.....

(v) $y = -\frac{1}{2}x + 1$

x	-4	-2	0	2
$-\frac{1}{2}x$	.....	.....	.....	.....
$y = -\frac{1}{2}x + 1$	.....	.....	.....	.....

4. දී ඇති එක් එක් සරල රේඛාවෙහි අනුක්‍රමණය සහ අන්තඃඛණ්ඩය ලියා දක්වන්න.

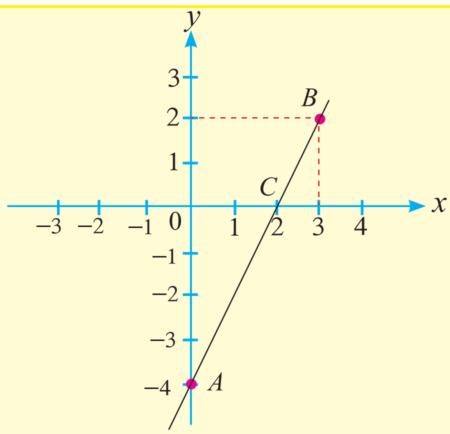
(i) $y = 3x + 4$ (ii) $y = 4x - 3$ (iii) $y = \frac{1}{3}x + 5$

(iv) $y = -\frac{1}{3}x$ (v) $y = 7 - 2x$ (vi) $y = -x + 3$

26.5 කාටිසීය තලයක් මත අඳින ලද සරල රේඛාවක අනුක්‍රමණය සහ අන්තඃඛණ්ඩය

ඕනෑ ම සරල රේඛාවක සමීකරණය $y = mx + c$ ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කළ හැකි ය. මෙහි m යනු රේඛාවේ අනුක්‍රමණයයි. c යනු අන්තඃඛණ්ඩයයි.

නිදසුන 1



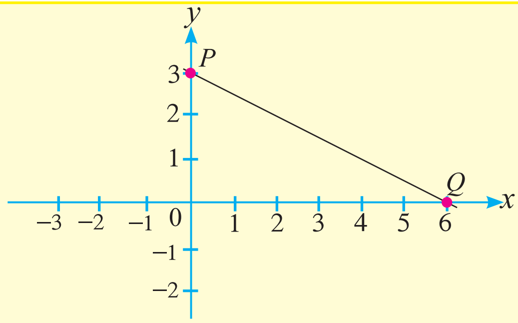
මෙම රේඛාව මත $A\ (0, -4)$ සහ $B\ (3, 2)$ ලක්ෂ්‍ය ලකුණු කර ඇත. xහි අගය 0 වන විට y අගය -4 බව Aහි ඛණ්ඩාංක මගින් පැහැදිලි වේ. එනම්, AB රේඛාවේ අන්තඃඛණ්ඩය -4කි. රේඛාව $C\ (2, 0)$ සහ $B\ (3, 2)$ හරහා යයි.

සරල රේඛීය ප්‍රස්තාරයක අනුක්‍රමණය $= \dfrac{(y_2 - y_1)}{(x_2 - x_1)}$

C සහ B ලක්ෂ්‍යවල ඛණ්ඩාංක සැලකීමෙන්,

$\therefore$ දී ඇති රේඛාවේ අනුක්‍රමණය $= \dfrac{(2 - 0)}{(3 - 2)} = 2$

නිදසුන 2



ඛණ්ඩාංක තලය මත දී ඇති සරල රේඛාව $P(0,\ 3)$ ලක්ෂ්‍යය හරහා යයි. තව ද එය Q (6, 0) ලක්ෂ්‍යය හරහා ද යයි. xහි අගය 0 වන විට yහි අගය 3 බව P ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක මගින් පැහැදිලි වේ. එනම් PQ රේඛාවේ අන්තඃඛණ්ඩය 3 වේ.

සරල රේඛීය ප්‍රස්තාරයක අනුක්‍රමණය $= \dfrac{(y_2 - y_1)}{(x_2 - x_1)}$

PQ රේඛාවේ අනුක්‍රමණය ලබා ගැනීමට P සහ Q ලක්ෂ්‍යවල ඛණ්ඩාංක සැලකීමෙන්,

$P \rightarrow (0, 3)$

$Q \rightarrow (6, 0)$

PQ රේඛාවේ අනුක්‍රමණය m $= \dfrac{P \text{ හි } y \text{ ඛණ්ඩාංකය } - Q \text{ හි } y \text{ ඛණ්ඩාංකය}}{P \text{ හි } x \text{ ඛණ්ඩාංකය } - Q \text{ හි } x \text{ ඛණ්ඩාංකය}}$

$$= \frac{3 - 0}{0 - 6}$$

$$= \frac{3}{-6}$$

$$= -\frac{3}{6}$$

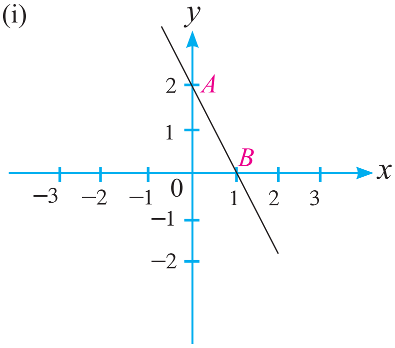
$$= -\frac{1}{2}$$

මේ අනුව, රේඛාවේ අනුක්‍රමණය $= -\dfrac{1}{2}$

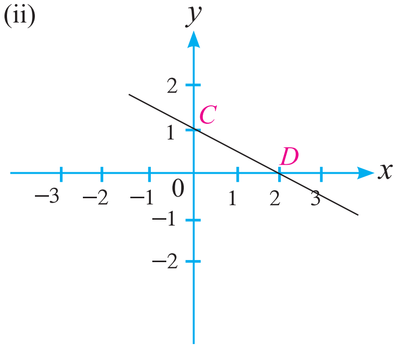
26.3 අභ්‍යාසය

1. පහත දී ඇති එක් එක් සරල රේඛාවේ අනුක්‍රමණ හා අන්තඃඛණ්ඩ ලියා දක්වන්න.

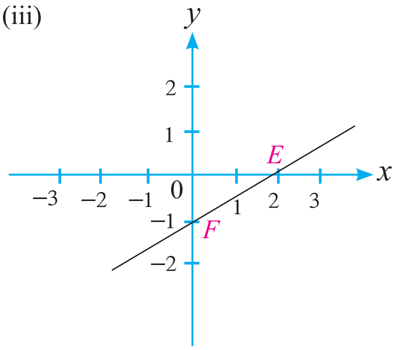
(i)



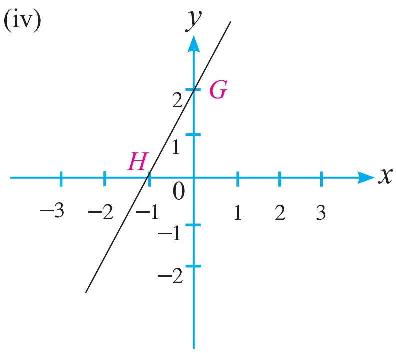
(ii)



(iii)



(iv)



27 සූත්‍ර

මෙම පාඩම අධ්‍යයනය කිරීමෙන් ඔබට,
- විචල්‍යයන් කිහිපයක් ඇති සූත්‍රයක එක් විචල්‍යයක් හැර ඉතිරි ඒවායේ අගය දුන් විට අගය නොදන්නා විචල්‍යයේ අගය සෙවීමට,
- සරල සූත්‍රයක උක්තය මාරු කිරීමට

හැකියාව ලැබේ.

27.1 සූත්‍ර

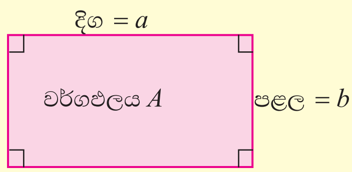
ඔබ විද්‍යාව පාඩම් අධ්‍යයනය කරන විට භෞතික රාශි පිළිබඳව දැන ගැනීමට ලැබෙනු ඇත. දිග, පළල, කාලය, ස්කන්ධය, පරිමාව අපට නිතර හමුවන භෞතික රාශි වේ. මෙම භෞතික රාශින් අතර සම්බන්ධතාවය සූත්‍රය මගින් ඉදිරිපත් කළ හැකි ය. සූත්‍රයක එක් රාශියක් ඉතිරි රාශි ඇසුරින් ප්‍රකාශ කළ හැකි ය. එම විශේෂ වූ රාශිය, සූත්‍රයේ උක්තය වේ. සූත්‍රයක ඇති වෙනත් භෞතික රාශියක් උක්ත කිරීමට ගණිත කර්ම පිළිබඳ අවබෝධය උගත යුතු ය.

නිදසුන 1

සෘජුකෝණාස්‍රයක දිග හා පළල ඇසුරින් එහි වර්ගඵලය සඳහා සූත්‍රයක් ඉදිරිපත් කරන්න.

වර්ගඵලය = දිග × පළල

$$A = a \times b$$

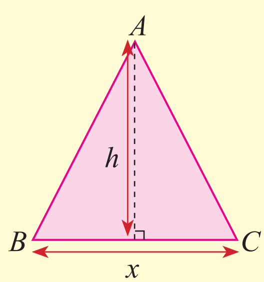


නිදසුන 2

ත්‍රිකෝණයක ආධාරකය හා ලම්බ උස ඇසුරින් එහි වර්ගඵලය සඳහා සූත්‍රයක් ඉදිරිපත් කරන්න.

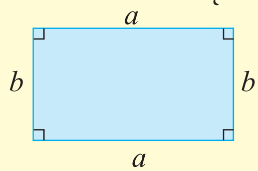
$ABC \triangle$ වර්ගඵලය $= \frac{1}{2} \times$ ආධාරකය × ලම්බ උස

$$A = \frac{1}{2} \times x \times h$$



නිදසුන 3

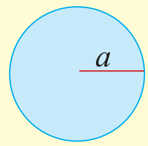
සෘජුකෝණාස්‍රයක දිග හා පළල ඇසුරින් එහි පරිමිතිය සඳහා සූත්‍රයක් ඉදිරිපත් කරන්න.
පරිමිතිය S නම්,



$S = a + b + a + b$
$\quad = a + a + b + b$
$S = 2a + 2b = 2\,(a + b)$

නිදසුන 4

වෘත්තයක අරය a වන විට එහි වර්ගඵලය A සඳහා සූත්‍රයක් ඉදිරිපත් කරන්න.
වර්ගඵලය A නම්,



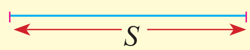
$A = \pi a^2$

මෙහි $\pi = \frac{22}{7}$ යනු නියතයකි.

නිදසුන 5

දුර හා කාලය උපයෝගී කර ගනිමින් වේගය සඳහා සූත්‍රයක් ඉදිරිපත් කරන්න.

වේගය $= \dfrac{\text{දුර}}{\text{කාලය}}$



කාලය $= t$
වේගය $= v$

$v = \dfrac{S}{t}$

සටහන

සූත්‍රයක විචල්‍ය කිහිපයක් අතර සම්බන්ධතාවක් ඇත.
$A = 2\,(a + ba)$ සූත්‍රයේ a හා b හි අගය දන්නා විට A හි අගය ලබා ගත හැකි ය.

27.1 අභ්‍යාසය

1. සමචතුරස්‍රයක එක පැත්තක දිග a ලෙස ගෙන එහි පරිමිතිය p සඳහා සූත්‍රයක් ගොඩනගන්න.
2. $A = a \times b$ නම් $a = 2$ විට $b = 3$ නම් A හි අගය සොයන්න.
3. $A = \pi r^2$ සූත්‍රයේ $r = 7$ නම් හා $\pi = \frac{22}{7}$ නම් A හි අගය සොයන්න.
4. $A = \frac{1}{2}xh$ සූත්‍රයේ $x = 2$, $h = 3$ නම් A හි අගය සොයන්න.
5. සෘජුකෝණාස්‍රයක දිග x ද පළල y ද වේ. එහි වර්ගඵලය හා පරිමිතිය සොයන්න.

දිග (x)	පළල (y)	වර්ගඵලය	පරිමිතිය
12	10	....	....
10	8	....	....

27.2 සරල සූත්‍රවල පදයක් උක්ත කිරීම

නම් කරනු ලබන පදයක් උක්ත කිරීම සම්බන්ධයෙන් පූර්ණ අවබෝධයක් ලබා ගැනීමට ප්‍රථම අපට හමුවන වැදගත් ප්‍රත්‍යක්ෂ කිහිපයක් අධ්‍යයනය කරමු.

ප්‍රත්‍යක්ෂ 1- සමාන රාශිවලට සමාන රාශි එකතු කිරීමෙන් ලැබෙන රාශි ද සමාන වේ.

$a = b$ හා $c = d$ නම්,

$a + c = b + d$

ප්‍රත්‍යක්ෂ 2- සමාන රාශිවලින් සමාන රාශි අඩු කිරීමෙන් ලැබෙන රාශි ද සමාන වේ.

$a = b$ හා $c = d$ නම්,

$a - c = b - d$

ප්‍රත්‍යක්ෂ 3- සමාන රාශි දෙකක් එකම රාශියකින් ගුණ කිරීමෙන් ලැබෙන රාශි ද සමාන වේ.

$a = b$

$na = nb$

ප්‍රත්‍යක්ෂ 4- සමාන රාශි දෙකක් එකම නිශ්ශුන්‍ය රාශියකින් බෙදීමෙන් ලැබෙන රාශි ද සමාන වේ.

$a = b$

$\frac{a}{n} = \frac{b}{n} \quad ; n \neq 0$

නිදසුන 1

$v = \frac{S}{t}$ සූත්‍රයේ S උක්ත කරන්න.

$$v = \frac{S}{t}$$

$$v \times t = \frac{S}{t} \times t \quad ; t \neq 0$$

$$vt = S$$

$$S = vt$$

නිදසුන 2

$S = ut$ හි t උක්ත කරන්න.

$$S = ut$$

$$\frac{S}{u} = \frac{ut}{u} \quad ; u \neq 0$$

$$\frac{S}{u} = t$$

$$\therefore \; t = \frac{S}{u}$$

නිදසුන 3

$V = u + at$ සූත්‍රයේ u උක්ත කරන්න.

$$V = u + at$$

$$V - at = u + \cancel{at} - \cancel{at}$$

$$V - at = u$$

$$\therefore\ u = V - at$$

නිදසුන 4

$p = q + x$ සූත්‍රයේ q උක්ත කරන්න.

$$p = q + x$$

$$p - x = q + \cancel{x} - \cancel{x}$$

$$p - x = q$$

$$q = p - x$$

27.2 අභ්‍යාසය

1. (i) $C = 2\pi a$ හි a උක්ත කරන්න.

   (ii) $A = \pi r$ හි r උක්ත කරන්න.

   (iii) $A = lx$ හි x උක්ත කරන්න.

   (iv) $p = q + r$ හි q උක්ත කරන්න.

   (v) $y = \dfrac{m + n}{3}$ හි n උක්ත කරන්න.

2. (i) $v = u + at$ හි t උක්ත කරන්න.

   (ii) $S = ut + \dfrac{1}{2}at^2$ හි u උක්ත කරන්න.

   (iii) $S = (\dfrac{u + v}{2})\ t$ හි u උක්ත කරන්න.

   (iv) $x = 2at$ හි a උක්ත කරන්න.

   (v) $y = ap^2$ හි a උක්ත කරන්න.

27.3 ආදේශ කිරීම

සරල සූත්‍රයක දී ඇති අගයන් ආදේශ කරමින් නම් කරන ලද පදයක අගය සෙවීම සිදු කළ හැකි ය. එය පහත නිදසුන මගින් අවබෝධ කර ගනිමු.

නිදසුන 1

$v = u + at$ හි $v = 10$, $a = 3$, $t = 2$ නම් u හි අගය සොයන්න.

$$v = u + at$$
$$10 = u + (3 \times 2)$$
$$10 = u + 6$$
$$u = 10 - 6$$
$$u = 4$$

27.3 අභ්‍යාසය

1. (i) $p = \dfrac{q + r}{2}$ හි $q = 10$, $r = 8$ නම් p හි අගය ලියන්න.

(ii) $S = ut + \dfrac{1}{2}at^2$ හි $a = 4$, $t = 2$, $u = 0$ නම් S සොයන්න.

(iii) $v^2 = u^2 + 2as$ සූත්‍රයේ $v = 4$, $u = 3$, $a = 1$ නම් s සොයන්න.

(iv) $S = \dfrac{n}{2}(a + l)$ සූත්‍රයේ $l = 10$, $a = 4$, $n = 1$ නම් S සොයන්න.

(v) $C = \dfrac{5}{9}(f - 32)$ සූත්‍රයේ $f = 32$ නම් C සොයන්න.

(vi) $C = \dfrac{kt}{3} + p$ හි $k = 2$, $t = 3$, $p = 1$ නම් C සොයන්න.

සාරාංශය

- සමාන රාශිවලට සමාන රාශි එකතු කිරීමෙන් ලැබෙන රාශි ද සමාන වේ.
- සමාන රාශිවලින් සමාන රාශි අඩු කිරීමෙන් ලැබෙන රාශි ද සමාන වේ.
- සමාන රාශි දෙකක් එකම රාශියකින් ගුණ කිරීමෙන් ලැබෙන රාශි ද සමාන වේ.
- සමාන රාශි දෙකක් එකම නිශ්ශූන්‍ය රාශියකින් බෙදීමෙන් ලැබෙන රාශි ද සමාන වේ.

28 ජ්‍යාමිතික නිර්මාණ

මෙම පාඩම අධ්‍යයනය කිරීමෙන් ඔබට,
- කෝණ නිර්මාණය කිරීමට,
- දෙන ලද කෝණයකට සමාන කෝණයක් පිටපත් කිරීමට,
- ත්‍රිකෝණ නිර්මාණය කිරීමට

හැකියාව ලැබේ.

28.1 කෝණ නිර්මාණය කිරීම

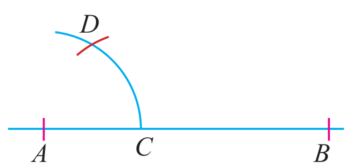
කෝණමානය සහ විහිත චතුරස්‍ර යුගලය භාවිතයෙන් විවිධ කෝණ ඇඳිය හැකි වුවත් මෙහිදී සලකනු ලබන්නේ කවකටුව සහ සරල දාරය භාවිතයෙන් කෝණ නිර්මාණය කිරීම පිළිබඳවයි.

60° ක කෝණය නිර්මාණය කිරීම

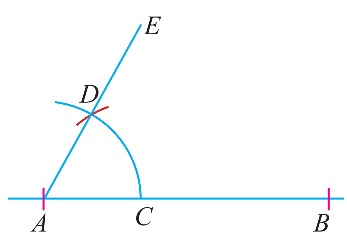
පියවර 1 - සරල රේඛා ඛණ්ඩයක් ඇඳ එය AB ලෙස නම් කරන්න.

පියවර 2 - AB දිගට වඩා අඩු අරයක් කවකටුවට ගෙන A කේන්ද්‍රය වන සේ AB ඡේදනය වන ලෙස චාපයක් අඳින්න. චාපය හා AB හමු වූ ස්ථානය C ලෙස නම් කරන්න.

පියවර 3 - ඉහත අරය ම කවකටුවට ගෙන C කේන්ද්‍රය වූ චාපයක් මගින් ඉහත චාපය ඡේදනය කරන්න. ඡේදන ලක්ෂ්‍යය D ලෙස නම් කරන්න.

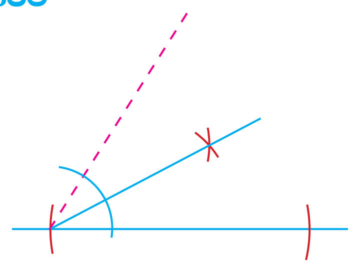


පියවර 4 - A හා D හරහා යන සරල රේඛාවක් අඳින්න.



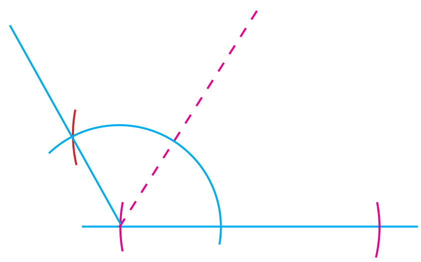
$B\hat{A}E = 60^\circ$

30° කෝණයක් නිර්මාණය කිරීම



පියවර 1 - පළමු ව 60° ක කෝණයක් නිර්මාණය කරන්න.
පියවර 2 - 60^{o} කෝණය සමච්ඡේදනය කරන්න. ලැබෙන කෝණයේ අගය 30^{o} වේ.

120° කෝණය නිර්මාණය



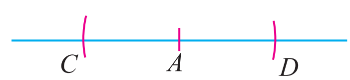
පියවර 1 - ඉහත නිර්මාණයේ පරිදි 60^{o} ක කෝණයක් නිර්මාණය කරන්න.
පියවර 2 - එතැන් සිට නැවත 60^{o} ක කෝණයක් නිර්මාණය කරන්න. එවිට ලැබෙන කෝණය 120^{o}කි.

90° ක කෝණය නිර්මාණය

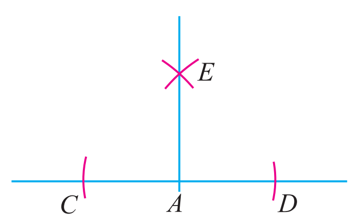
පියවර 1 - සරල රේඛාවක් මත 90^{o} ක කෝණය නිර්මාණය කිරීමට අවශ්‍ය ස්ථානයේ ලක්ෂ්‍යයක් ලකුණු කරන්න. (A)

පියවර 2 - සුදුසු අරයක් කවකටුවට ගන්න. (2 cmක්, 3 cmක් පමණ)

පියවර 3 - එම අරයෙන් ලකුණු කළ ලක්ෂ්‍යයේ (A) සිට දෙපසට චාප දෙකක් ඇඳ, ස්ථාන දෙකක දී රේඛාව ඡේදනය කරන්න. (C හා D)

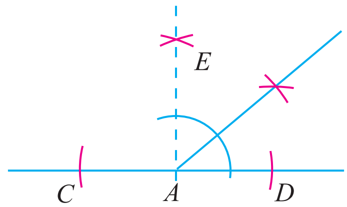


පියවර 4 - ඉහත අරයට වඩා මඳක් වැඩි අරයක් (3 cmක්, 4 cmක් පමණ) කවකටුවට ගෙන ඉහත ඡේදනය වූ ලක්ෂ්‍ය (C හා D) කේන්ද්‍ර වශයෙන් ගෙන එකිනෙක ඡේදනය වන චාප දෙකක් අඳින්න. චාප දෙක හමුවන ලක්ෂ්‍යය E ලෙස නම් කරන්න.



පියවර 5 - සරල රේඛාවක් මත ලකුණු කළ ලක්ෂ්‍යය (A) සහ මෙම ඡේදන ලක්ෂ්‍යය E යා වන සේ සරල රේඛාවක් අඳින්න. මෙම රේඛාව, දී ඇති රේඛාවට ලම්බ වේ. එනම් රේඛා දෙක අතර කෝණය 90° කි.

45° කෝණයක් නිර්මාණය



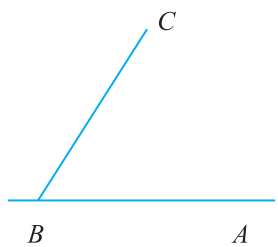
පියවර 1 - ඉහත නිර්මාණයේ පරිදි 90°ක කෝණයක් නිර්මාණය කරන්න.

පියවර 2 - එම කෝණය සමච්ඡේදනය කරන්න. කෝණය සමච්ඡේදනයෙන් ලැබෙන එක් කෝණයක අගය 45° කි.

28.2 කෝණයක් පිටපත් කිරීම

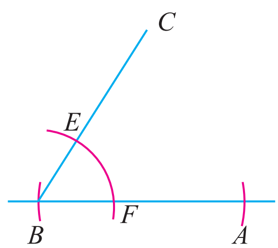
කෝණයක් පිටපත් කිරීමේදී පහත පියවර අනුගමනය කළ යුතු වේ.

පියවර 1 - දී ඇති කෝණය $A\hat{B}C$ ලෙස නම් කරන්න.

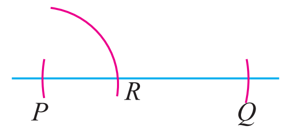


පියවර 2 - සරල රේඛා ඛණ්ඩයක් ඇඳ එය PQ ලෙස නම් කරන්න.

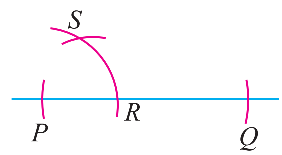
පියවර 3 - ABC කෝණයට අයත් බාහුවල දිගට වඩා අඩු අරයක් කවකටුවට ගෙන B කේන්ද්‍රය වන සේ BA සහ BC බාහු ඡේදනය වන සේ චාපයක් අඳින්න.එම චාපයෙන් BA ඡේදනය වූ ලක්ෂ්‍යය F ද, BC ඡේදනය වූ ලක්ෂ්‍යය E ද ලෙස නම් කරන්න.



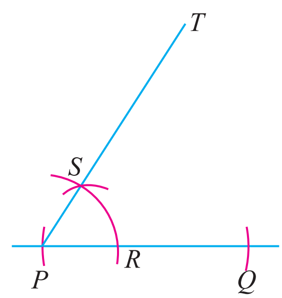
පියවර 4 - එම අරය ම ගෙන PQ රේඛාවේ P කේන්ද්‍රය ලෙස ගෙන PQ ඡේදනය වන සේ චාපයක් අඳින්න. එම චාපයෙන් PQ ඡේදනය වූ ස්ථානය R ලෙස නම් කරන්න.



පියවර 5 - ABC කෝණයේ EF දුර කවකටුවට ගෙන කවකටු තුඩ R මත තබා R සිට අඳින ලද චාපය වරක් ඡේදනය කරන්න. එම ලක්ෂ්‍යය S ලෙස නම් කරන්න.



පියවර 6 - PS යා වන සේ සරල රේඛාවක් අඳින්න. එම රේඛාව PT ලෙස නම් කරන්න. $A\hat{B}C$ හා $Q\hat{P}T$ විශාලත්වයෙන් සමාන වේ.



28.1 අභ්‍යාසය

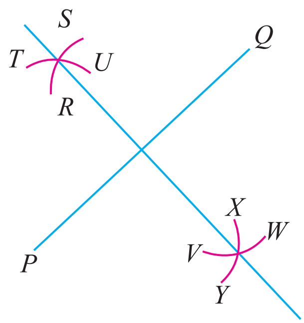
1. කෝණමානය භාවිතයෙන් පහත දැක්වෙන කෝණ අඳින්න. එම එක් එක් කෝණය නැවත පිටපත් කරන්න.
   (i) 30° (ii) 50° (iii) 90° (iv) 120°

2. පහත කෝණ නිර්මාණය කරන්න.
   (i) 60° (ii) 30° (iii) 15° (iv) 120°
   (v) 90° (vi) 45° (vii) 75° (viii) 105°
   ඉහත කෝණවල නිරවද්‍යතාව කෝණමානය භාවිත කර පරීක්ෂා කරන්න.

3. කවකටුව සහ සරල දාරය භාවිත කර පැත්තක් 4.5 cm වන සමචතුරස්‍රයක් නිර්මාණය කරන්න.

4. කවකටුව සහ සරල දාර භාවිත කර $AB = 8$ cm හා $BC = 5$ cm වන $ABCD$ සෘජුකෝණාස්‍රය නිර්මාණය කරන්න.

5. පහත රූපයේ දැක්වෙන්නේ සරල රේඛා ඛණ්ඩයක සමච්ඡේදකය නිර්මාණය කරන ආකාරයයි. එම ක්‍රියාවලියේ පියවර පහත දක්වා ඇත. වරහන් තුළින් සුදුසු වචනය, සංකේතය, අකුර හෝ අංකය යොදා අදාළ හිස්තැන් පුරවන්න.



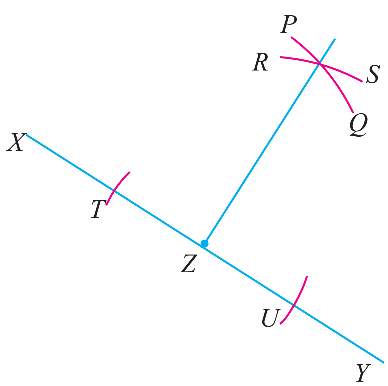
(i) දී ඇති PQ සරල රේඛා ඛණ්ඩය අඳින්න.

(ii) .... (PQ දිගෙන් හරි අඩක්/PQ දිගෙන් අඩකට වඩා වැඩි දිගක්) අරය ලෙස ගෙන Q කේන්ද්‍රය වූ RS හා VW චාප අඳින්න.

(iii) .... (පියවර ii දී ගත් අරය ම ගෙන/ පියවර ii දී ගත් අරයට වැඩි අරයක්/පියවර ii දී ගත් අරයට අඩු අරයක්) කවකටුවට ගෙන .... (P/Q) කේන්ද්‍රය ලෙස ගෙන TV සහ XY චාප යුගලය අඳින්න.

(iv) ඉහත පියවරවල දී ඇඳි චාප යුගලවල ඡේදන ලක්ෂ්‍ය යා කිරීමෙන් PQ හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය හරහා යන ලම්බය ලබා ගන්න.

6. පහත රූපයේ දැක්වෙන්නේ XY සරල රේඛා ඛණ්ඩය මත වූ Z ලක්ෂ්‍යයක දී XY රේඛාවට ලම්බකයක් නිර්මාණය කරන ක්‍රියා පිළිවෙළකි. වරහන් තුළින් සුදුසු වචනය හෝ සංකේතය, ඉංග්‍රීසි අක්ෂරය හෝ අංක යොදා අදාළ හිස්තැන් පුරවන්න.



(i) දී ඇති XY රේඛාව ඇඳ එය මත Z ලක්ෂ්‍ය ලකුණු කරන්න.

(ii) .... (X/Y/Z) ලක්ෂ්‍ය කේන්ද්‍රය වන සේ සුදුසු අරයක් කවකටුවට ගෙන XY මත T සහ U ලක්ෂ්‍ය ලකුණු කරන්න.

(iii) .... (X/Y/Z/T/U) ලක්ෂ්‍ය කේන්ද්‍රය ලෙස ගෙන සහ ....(XT, TZ, UY, XY) අගයෙන් අඩකට වඩා වැඩි අරයක් කවකටුවට ගෙන PQ චාපය අඳින්න.

(iv) .... $(X / Y / Z / T \ / U)$ ලක්ෂ්‍ය කේන්ද්‍රය ලෙස සහ .... (iii පියවරේ දී ගත් අරය ම ඇති iii පියවරේ දී ගත් අරයට වඩා වැඩි/iii පියවරේ දී ගත් අරයට වඩා අඩු) දිගක් කවකටුවට ගෙන RS චාපය අඳින්න.

(v) චාප ඡේදනය වූ ලක්ෂ්‍ය හා .... $(X / T / Z / U \ / Y)$ ලක්ෂ්‍ය යා කිරීමෙන් දී ඇති ලක්ෂ්‍යයේ දී XYට ලම්බය ලබා ගන්න.

28.3 ත්‍රිකෝණ නිර්මාණය

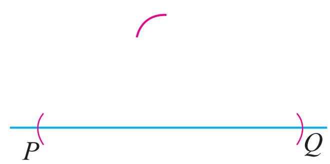
ත්‍රිකෝණයක් නිර්මාණය කළ හැකි අවස්ථා කිහිපයක් අධ්‍යයනය කරමු.

ත්‍රිකෝණයේ පාද තුනෙහි දිග දන්නා විට

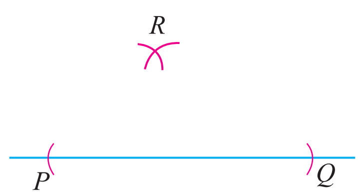
PQR ත්‍රිකෝණයේ $PQ = 7$ cm ද, $QR = 5$ cm ද , $PR = 4$ cm ද නම් PQR ත්‍රිකෝණය නිර්මාණය කරමු.

පියවර 1 - 7 cmක් දිග රේඛා ඛණ්ඩයක් නිර්මාණය කර එය PQ ලෙස නම් කරන්න.

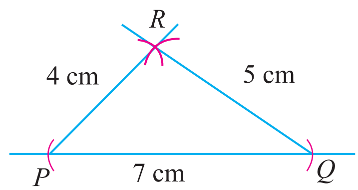
පියවර 2 - අරය 5 cm වන වෘත්ත චාපයක් Q කේන්ද්‍රය ලෙස ගෙන අඳින්න.



පියවර 3 - P කේන්ද්‍රය ලෙස ගෙන අරය 4 cm වූ තවත් වෘත්ත චාපයක් ඉහත පියවරෙහි අඳින ලද වෘත්ත චාපය කැපී යන සේ අඳින්න. වෘත්ත චාප දෙක කැපී ගිය ලක්ෂ්‍යය R ලෙස නම් කරන්න.



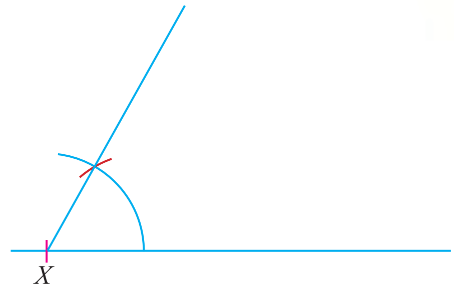
පියවර 4 - P හා R යන ලක්ෂ්‍යත් Q හා R යන ලක්ෂ්‍යත් යා කිරීමෙන් PQR ත්‍රිකෝණය ලබා ගන්න.



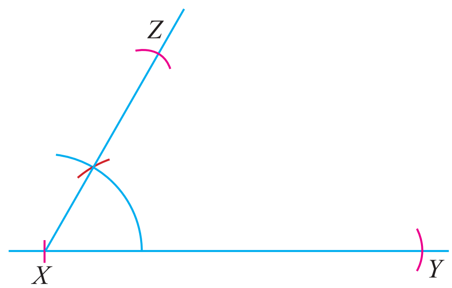
ත්‍රිකෝණයේ පාද දෙකක දිග සහ අන්තර්ගත කෝණයේ අගය දන්නා විට

XYZ ත්‍රිකෝණයේ $XY = 5$ cm ද, $XZ = 3$ cm ද $Z\hat{X}Y = 60^o$ ද නම් XYZ ත්‍රිකෝණය නිර්මාණය කරමු.

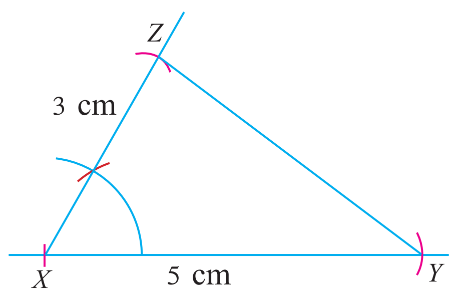
පියවර 1 - 60^oක කෝණයක් නිර්මාණය කරන්න. එහි ශීර්ෂය X ලෙස නම් කරන්න. (මෙහිදී අඳින බාහුවල දිග, දී ඇති ත්‍රිකෝණයේ XY හා XZ පාදවල දිගට වඩා වැඩිවන ලෙස අඳින්න.)



පියවර 2 - 60^oක කෝණයෙහි එක් බාහුවක් මත 5 cm දිගකින් යුත් XY රේඛා ඛණ්ඩය ද අනෙක් බාහුව මත 3 cm දිගකින් යුත් XZ රේඛා ඛණ්ඩය ද නිර්මාණය කරන්න.



පියවර 3 - Y හා Z යා කර XYZ ත්‍රිකෝණය ලබා ගන්න.

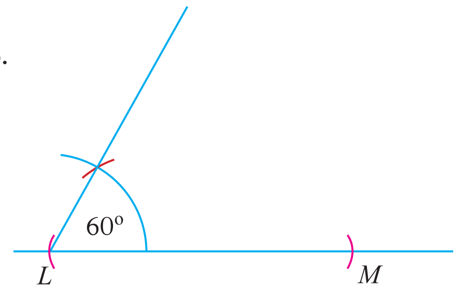


ත්‍රිකෝණයක කෝණ දෙකක අගය හා පාදයක දිග දන්නා විට

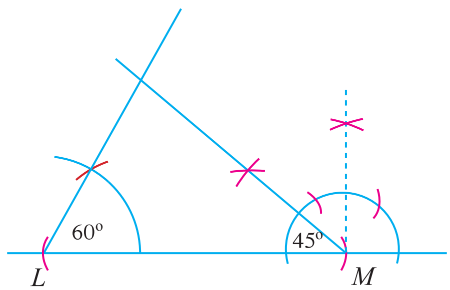
LMN ත්‍රිකෝණයේ $LM = 4$ cm ද, $L\hat{M}N = 45^o$ ද, $M\hat{L}N = 60^o$ ද නම් LMN ත්‍රිකෝණය නිර්මාණය කරමු.

පියවර 1 - 4 cm දිග රේඛා ඛණ්ඩයක් නිර්මාණය කරන්න. එය LM ලෙස නම් කරන්න.

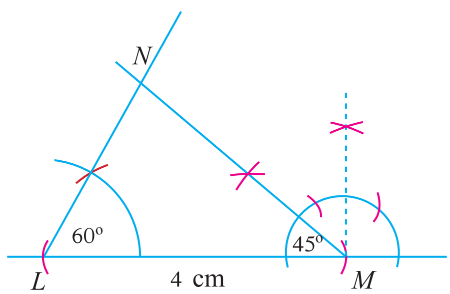
පියවර 2 - 60°ක කෝණයක් L හි දී නිර්මාණය කරන්න.



පියවර 3 - 45°ක කෝණයක් M හි දී නිර්මාණය කරන්න.



පියවර 4 - රේඛා දෙක ඡේදනය වන ලක්ෂ්‍යය N ලෙස නම් කරන්න.



28.2 අභ්‍යාසය

1. $AB = 6$ cm, $BC = 5$ cm සහ $AC = 4$ cm වන ABC ත්‍රිකෝණය නිර්මාණය කරන්න.
2. $PQ = 8$ cm, $QR = 6$ cm සහ $PR = 7$ cm වන PQR ත්‍රිකෝණය නිර්මාණය කරන්න.
3. $XY = 3$ cm, $YZ = 5$ cm සහ $XZ = 4$ cm වන ත්‍රිකෝණය නිර්මාණය කරන්න.
4. $LM = 6$ cm, $MN = 5$ cm සහ $L\hat{M}N = 60^\circ$ වන ත්‍රිකෝණය නිර්මාණය කරන්න.
5. (i) $AC = 4$ cm, $AB = 5$ cm සහ $C\hat{A}B = 30^\circ$ වන ත්‍රිකෝණය නිර්මාණය කරන්න.
   (ii) BC පාදයේ දිග මැන ලියන්න.
6. $AC = 7.5$ cm, $B\hat{A}C = 60^\circ$ සහ $A\hat{C}B = 30^\circ$ වන ත්‍රිකෝණය නිර්මාණය කරන්න.
7. (i) $TU = 6.5$ cm, $V\hat{T}U = 60^\circ$ සහ $V\hat{U}T = 45^\circ$ වන ත්‍රිකෝණය නිර්මාණය කරන්න.
   (ii) UV පාදයේ දිග මැන ලියන්න.
   (iii) VT පාදයේ දිග මැන ලියන්න.

29 බහු අස්‍ර

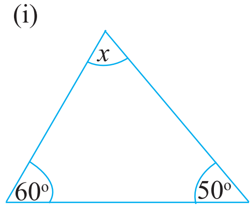
මෙම පාඩම අධ්‍යයනය කිරීමෙන් ඔබට,
- පාද n ඇති බහු අස්‍රයක අභ්‍යන්තර කෝණවල ඓක්‍යය ලබා ගැනීමට,
- පාද n ඇති බහු අස්‍රයක බාහිර කෝණ සියල්ලෙහි ඓක්‍යය ලබා ගැනීමට,

හැකියාව ලැබේ.

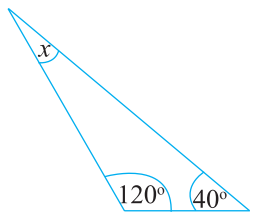
පුනරීක්ෂණ අභ්‍යාසය

1. එක් එක් ත්‍රිකෝණයෙහි x මගින් දැක්වෙන කෝණයේ අගය සෙවීමට සමීකරණයක් ගොඩනගා x හි අගය සොයන්න.

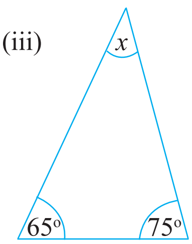
(i)



(ii)

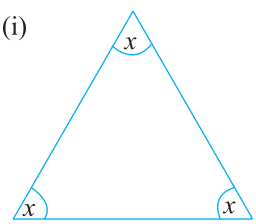


(iii)

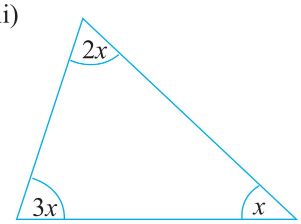


2. එක් එක් ත්‍රිකෝණයෙහි x මගින් දැක්වෙන කෝණයේ අගය සෙවීමට සමීකරණයක් ගොඩනගා x හි අගය සොයන්න.

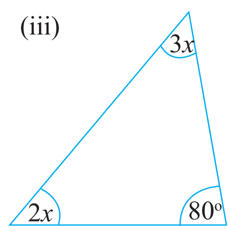
(i)



(ii)

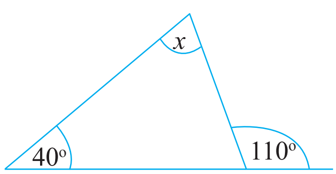


(iii)

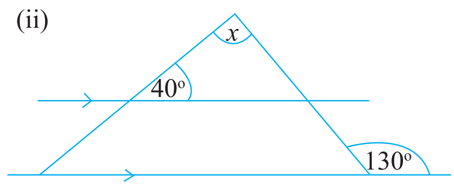


3. එක් එක් රූපයේ දැක්වෙන x හි අගය සොයන්න.

(i)



(ii)



4. පහත දැක්වෙන කෝණ යුගල අතරින් ත්‍රිකෝණයක අභ්‍යන්තර කෝණ විය හැකි අවස්ථාවන් තෝරන්න.

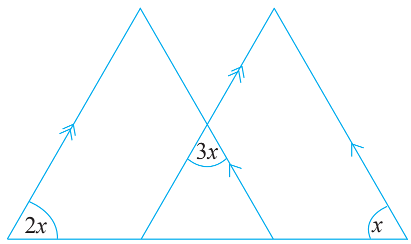
(i) $60^\circ, 60^\circ, 60^\circ$ (ii) $60^\circ, 100^\circ, 60^\circ$ (iii) $60^\circ, 50^\circ, 70^\circ$

(iv) $45^\circ, 55^\circ, 55^\circ$ (v) $40^\circ, 20^\circ, 100^\circ$ (vi) $90^\circ, 55^\circ, 35^\circ$

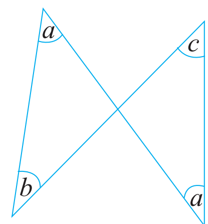
5. පහත එක් එක් අවස්ථා මගින් දැක්වෙනුයේ ත්‍රිකෝණයක අභ්‍යන්තර කෝණ වේ. හිස්තැනට සුදුසු අගය ලියන්න.

(i) 60^o, 90^o, ...
(ii) 60^o, 100^o, ...
(iii) 60^o, ..., 70^o
(iv) ....., 65^o, 65^o
(v) ....., 20^o, 100^o
(vi) 80^o, ..., 45^o

6. රූපයේ දැක්වෙන තොරතුරු අනුව, x හි අගය සොයන්න.

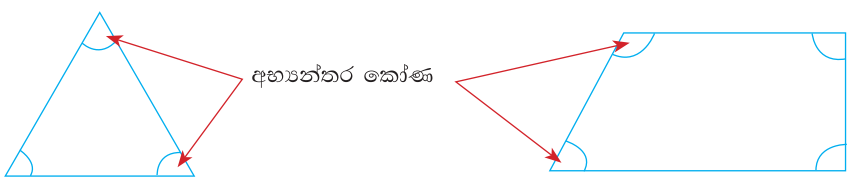


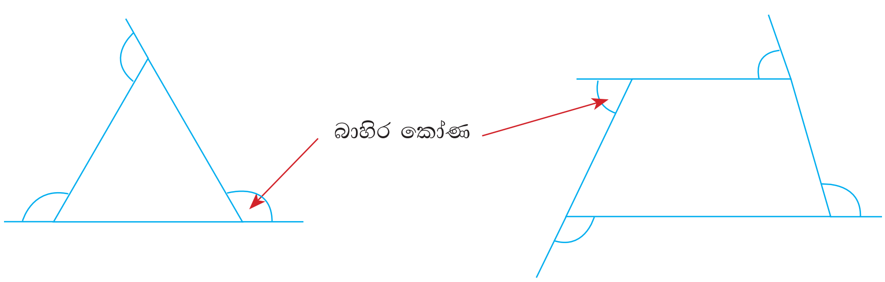
7. රූපයේ දැක්වෙන දත්ත අනුව $a^o + b^o = c^o + d^o$ බව පෙන්වන්න.



බහු අස්‍රයක අභ්‍යන්තර කෝණ හා බාහිර කෝණ

ත්‍රිකෝණ, චතුරස්‍ර, පංචාස්‍ර වැනි සරල රේඛා ඛණ්ඩවලින් වට වූ සංවෘත තල රූප, බහු අස්‍ර වන අතර බහු අස්‍රයකට ප්‍රධාන ලෙස කෝණ වර්ග දෙකක් ඇත. අභ්‍යන්තර කෝණ හා බාහිර කෝණ ලෙස ඒවා වර්ග වේ. බහු අස්‍රයේ පාද අතර බහු අස්‍රය තුළ පිහිටන කෝණ අභ්‍යන්තර කෝණ ලෙසත් ඒවායේ පාද දික්කළ විට දික්කළ පාදයත් බහු අස්‍රයේ පාදයත් අතර සෑදෙන කෝණ බාහිර කෝණ ලෙසත් හැඳින්වේ.



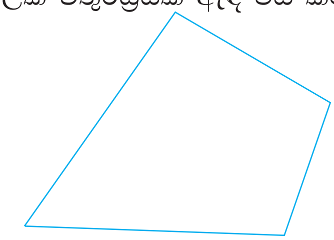


29.1 බහු අස්‍රයක අභ්‍යන්තර කෝණ

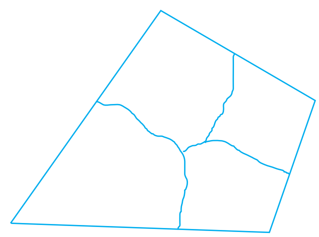
ත්‍රිකෝණයක අභ්‍යන්තර කෝණ තුනෙහි ඓක්‍යය 180°ක් බව ඔබ මීට පෙර උගෙන ඇත. මීළඟට ඕනෑ ම චතුරස්‍රයක අභ්‍යන්තර කෝණ හතරෙහි ඓක්‍යය සොයා ගැනීමට පහත ක්‍රියාකාරකම්වල නිරත වෙමු.

ක්‍රියාකාරකම 1

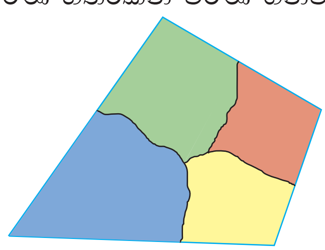
පියවර 1 - කාඩ්බෝඩ් කැබැල්ලක චතුරස්‍රයක් ඇඳ එය කපා ගන්න.



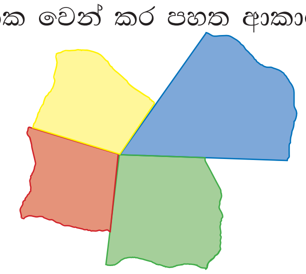
පියවර 2 - රූපයේ දැක්වෙන ආකාරයට චතුරස්‍රය කොටස් හතරකට බෙදා ගන්න.



පියවර 3 - එක් එක් කොටස් වර්ණ හතරකින් වර්ණ ගන්වන්න.



පියවර 4 - එම කොටස් එකිනෙක වෙන් කර පහත ආකාරයට තබන්න.

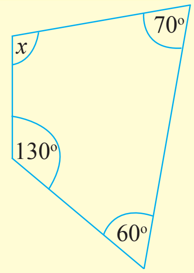


එම කෝණ හතර ලක්ෂ්‍යයක් වටා ඇති කෝණවල ඓක්‍යයට සමාන බව පැහැදිලි ය. මෙමගින් තහවුරු වන්නේ කෝණ හතරෙහි ඓක්‍යය 360° ට සමාන වන බවයි. එනම්,

චතුරස්‍රයක අභ්‍යන්තර කෝණ හතරෙහි ඓක්‍යය 360° වේ.

නිදසුන 1

x මගින් දැක්වෙන කෝණයේ අගය සොයන්න.



චතුරස්‍රයක අභ්‍යන්තර කෝණ හතරෙහි ඓක්‍යය 360° වේ.

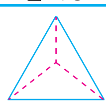
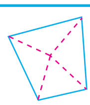
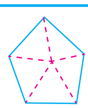
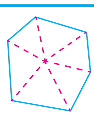
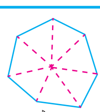
$$x + 70^\circ + 130^\circ + 60^\circ = 360^\circ$$
$$x + 260^\circ = 360^\circ$$
$$x + 260^\circ - 260^\circ = 360^\circ - 260^\circ$$
$$x = 100^\circ$$

ත්‍රිකෝණයක අභ්‍යන්තර කෝණ තුනෙහි ඓක්‍යය 180°ක් බව ද චතුරස්‍රයක අභ්‍යන්තර කෝණ හතරෙහි ඓක්‍යය 360° බව ද ඔබ උගෙන ඇත.

දැන් අපි පාද n ගණනක් ඇති බහු අස්‍රයක අභ්‍යන්තර කෝණවල ඓක්‍යය සඳහා n ඇසුරින් ප්‍රකාශනයක් ලබා ගැනීමට පහත ක්‍රියාකාරකමෙහි නිරත වෙමු.

ක්‍රියාකාරකම 2

දී ඇති වගුවේ දැක්වෙන ආකාරයට බහු අස්‍රය තුළ වූ එක් ලක්ෂ්‍යයකදී හමුවන පරිදි එක් එක් බහු අස්‍රයේ ශීර්ෂවල සිට රේඛා ඇඳ ඇත. මෙම වගුව පිටපත් කරගෙන සම්පූර්ණ කරන්න.

බහු අස්‍රය	බහු අස්‍රයේ පාද ගණන	ත්‍රිකෝණ ගණන	අභ්‍යන්තර කෝණවල ඓක්‍යය
 ත්‍රිකෝණය	3	3	$180^\circ \times 3 - 360^\circ$ $= 180^\circ$
 චතුරස්‍රය	4	4	$180^\circ \times 4 - 360^\circ$ $= 360^\circ$
 පංචාස්‍රය	5	5	$180^\circ \times 5 - 360^\circ$ $= 540^\circ$
 ෂඩස්‍රය	6	6	....
 සප්තාස්‍රය	7	7	....

ඉහත ක්‍රියාකාරකම පාද n ගණනක් ඇති බහු අස්‍රයක අභ්‍යන්තර කෝණවල ඓක්‍යය සෙවීමට භාවිත කළ හැකි ය. ඒ අනුව, පාද n ගණනක් ඇති බහු අස්‍රයක අභ්‍යන්තර කෝණවල ඓක්‍යය $180^\circ \times n - 360^\circ$ ලෙස ලැබේ. මෙය $180^\circ (n - 2)$ ලෙස මතක තබා ගැනීම පහසු ය.

නිදසුන 2

අෂ්ටාස්‍රයක අභ්‍යන්තර කෝණවල ඓක්‍යය සොයන්න.

පාද n ගණනක් ඇති බහු අස්‍රයක අභ්‍යන්තර කෝණවල ඓක්‍යය $= 180^\circ\ (n - 2)$

අෂ්ටාස්‍රයේ ඇති පාද සංඛ්‍යාව $= 8$

පාද 8 ඇති අෂ්ටාස්‍රයේ අභ්‍යන්තර කෝණවල ඓක්‍යය $= 180^\circ\ (8 - 2)$

$= 180^\circ \times 6$

$= 1080^\circ$

නිදසුන 3

ෂඩස්‍රයක අභ්‍යන්තර කෝණ 5ක අගයන් 100°, 110°, 105°, 120°, 140° වේ. ෂඩස්‍රයේ අනෙක් අභ්‍යන්තර කෝණයේ අගය සොයන්න.

පාද n ගණනක් ඇති බහු අස්‍රයක අභ්‍යන්තර කෝණවල ඓක්‍යය $= 180^\circ\ (n - 2)$

ෂඩස්‍රයේ ඇති පාද සංඛ්‍යාව $= 6$

පාද 6 ඇති ෂඩස්‍රයේ අභ්‍යන්තර කෝණවල ඓක්‍යය $= 180^\circ\ (6 - 2)$

$= 180^\circ \times 4$

$= 720^\circ$

දී ඇති අභ්‍යන්තර කෝණ පහෙහි ඓක්‍යය $= 100^\circ + 110^\circ + 105^\circ + 120^\circ + 140^\circ$

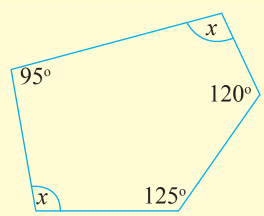
$= 575^\circ$

$\therefore$ ඉතිරි අභ්‍යන්තර කෝණයේ විශාලත්වය $= 720^\circ - 575^\circ$

$= 145^\circ$

නිදසුන 4

රූපයේ ලකුණු කර ඇති තොරතුරු අනුව xහි අගය සොයන්න.



පාද n ගණනක් ඇති බහු අස්‍රයක අභ්‍යන්තර කෝණවල ඓක්‍යය $= 180^\circ\ (n - 2)$

දී ඇති බහු අස්‍රයේ පාද සංඛ්‍යාව $= 5$

පාද 5ක් ඇති බහු අස්‍රයේ අභ්‍යන්තර කෝණවල ඓක්‍යය $= 180^\circ\ (5 - 2)$

$= 180^\circ \times 3$

$= 540^\circ$

$\therefore\ x + 120^\circ + 125^\circ + x + 95^\circ = 540^\circ$

$340^\circ + 2x = 540^\circ$

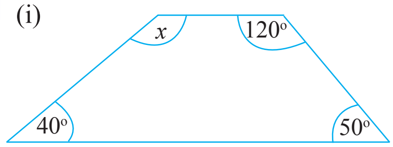
$2x = 540^\circ - 340^\circ$

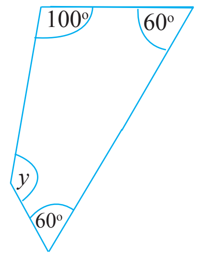
$2x = 200^\circ$

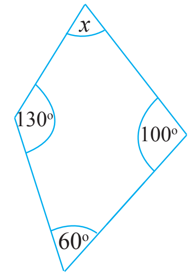
$x = \dfrac{200^\circ}{2} = 100^\circ$

29.1 අභ්‍යාසය

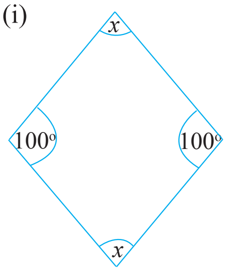
1. එක් එක් චතුරස්‍රයේ වීජීය අක්ෂරය මගින් දැක්වෙන කෝණවල අගය සොයන්න.

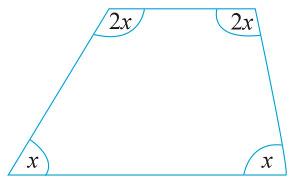
(i)


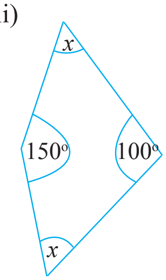
(ii)


(iii)


2. එක් එක් චතුරස්‍රයේ වීජීය අක්ෂරය මගින් දැක්වෙන කෝණවල අගයන් සොයන්න.

(i)


(ii)


(iii)


3. පහත දැක්වෙන කාණ්ඩ අතරින් චතුරස්‍රයක අභ්‍යන්තර කෝණ දැක්වෙන කාණ්ඩ තෝරන්න.

(i) 60°, 60°, 120°, 120° (ii) 60°, 100°, 60°, 100°

(iii) 100°, 80°, 100°, 80° (iv) 45°, 55°, 55°, 170°

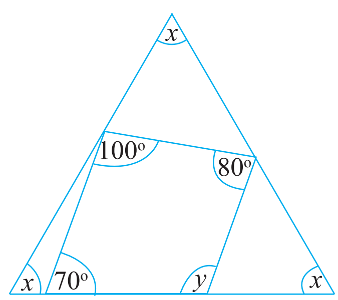
4. පහත එක් එක් කොටසින් දැක්වෙන්නේ චතුරස්‍රයක අභ්‍යන්තර කෝණවල අගයන් වේ. ඒවායේ x මගින් දැක්වෙන අගය ලියන්න.

(i) x°, 60°, 150°, 70° (ii) x°, $2x^\circ$, 60°, 120°

(iii) 60°, x°, 70°, $4x^\circ$ (iv) x°, x°, x°, x°

(v) x°, $2x^\circ$, $3x^\circ$, $4x^\circ$ (vi) x°, 55°, 85°, 90°

5. x හා y මගින් දැක්වෙන කෝණවල අගය සොයන්න.



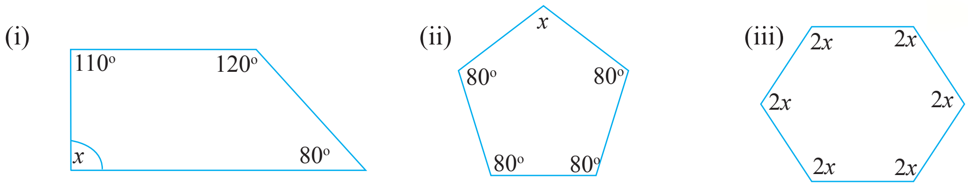
6. පහත දැක්වෙන එක් එක් බහු අස්‍රයේ අභ්‍යන්තර කෝණවල ඓක්‍යය සොයන්න.

(i) නවාශ්‍රය

(ii) පාද 15ක් ඇති බහු අස්‍රය

(iii) පාද 18ක් ඇති බහු අස්‍රය

7. පහත දැක්වෙන එක් එක් රූපයේ x මගින් දැක්වෙන අගය සොයන්න.



8. ෂඩස්‍රයක අභ්‍යන්තර කෝණ හතරක විශාලත්වය 115°, 120°, 110°, 135° වේ. ඉතිරි කෝණ දෙක එකිනෙකට සමාන වේ. එම කෝණයක විශාලත්වය සොයන්න.

9. අෂ්ටාස්‍රයක අභ්‍යන්තර කෝණ පහක විශාලත්වය 130°, 130°, 150°, 125°, 125° වේ. ඉතිරි කෝණ එකිනෙකට සමාන වේ. ඉතිරි එක් කෝණයක විශාලත්වය සොයන්න.

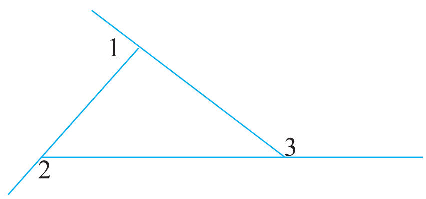
10. ෂඩස්‍රයක අභ්‍යන්තර කෝණයන්හි විශාලත්වය x, $2x$, $3x$, x, $2x$, x වලින් නිරූපණය වේ. එහි අභ්‍යන්තර කෝණවල විශාලත්වය වෙන වෙන ම සොයන්න.

29.2 බහු අස්‍රයක බාහිර කෝණවල ඓක්‍යය

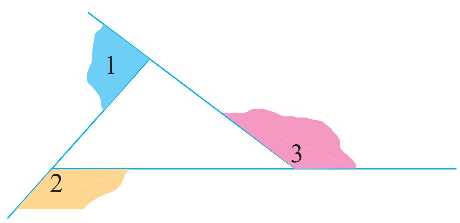
ඕනෑ ම ත්‍රිකෝණයක බාහිර කෝණ තුනෙහි ඓක්‍යය සොයා ගැනීමට පහත ක්‍රියාකාරකම්වල නිරත වෙමු.

ක්‍රියාකාරකම 3

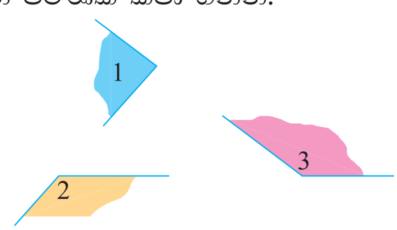
පියවර 1 - කාඩ්බෝඩ් කැබැල්ලක ත්‍රිකෝණයක් ඇඳ එහි පාද එක ම දිශාවකට දික් කරන්න.



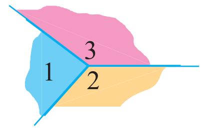
පියවර 2 - රූපයේ දැක්වෙන ආකාරයට බාහිර කෝණ කොටස්වලට වෙන් කර වර්ණ ගන්වන්න.



පියවර 3 - එම කොටස් තුන පමණක් කපා ගන්න.



පියවර 4 - එම කොටස්වල ශීර්ෂයන් එකට සිටින සේ තබන්න.



එම කෝණ තුන ලක්ෂ්‍යයක් වටා ඇති කෝණවල ඓක්‍යයට සමාන බව පැහැදිලි ය. මෙමගින් තහවුරු වන්නේ කෝණ තුනෙහි ඓක්‍යය 360° ට සමාන වන බවයි. එනම්,

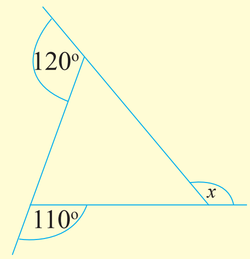
ත්‍රිකෝණයක බාහිර කෝණ තුනෙහි ඓක්‍යය 360° වේ.

නිදසුන 1

රූපයේ දැක්වෙන x හි අගය සොයන්න.

ත්‍රිකෝණයක බාහිර කෝණ තුනෙහි ඓක්‍යය 360° වේ.

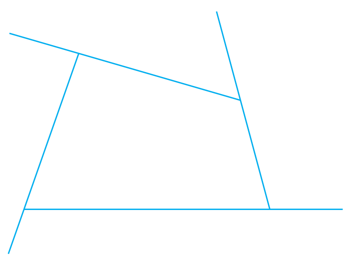
$$x + 120^{\circ} + 110^{\circ} = 360^{\circ}$$
$$x + 230^{\circ} = 360^{\circ}$$
$$x + 230^{\circ} - 230^{\circ} = 360^{\circ} - 230^{\circ}$$
$$x = 130^{\circ}$$



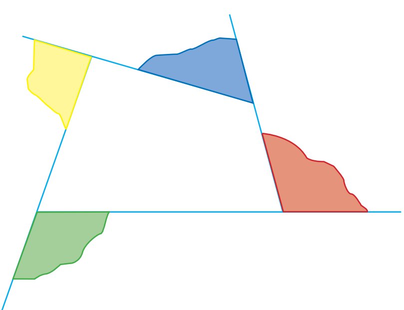
ඊනැ ම චතුරස්‍රයක බාහිර කෝණ හතරෙහි ඓක්‍යය සොයා ගැනීමට පහත ක්‍රියාකාරකම්වල නිරත වෙමු.

ක්‍රියාකාරකම 4

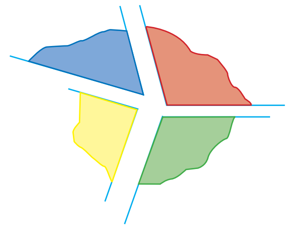
පියවර 1 - කාඩ්බෝඩ් කැබැල්ලක චතුරස්‍රයක් ඇඳ එහි පාද එක ම දිශාවකට දික් කරන්න.



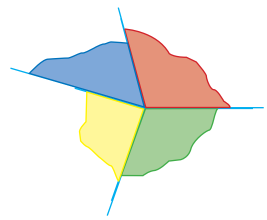
පියවර 2 - රූපයේ දැක්වෙන ආකාරයට බාහිර කෝණ කොටස්වලට වෙන් කර වර්ණ ගන්වන්න.



පියවර 3 - එම කොටස් හතර පමණක් කපා ගන්න.



පියවර 4 - එම කොටස්වල ශීර්ෂයන් එකට සිටින සේ තබන්න.



එම කෝණ හතර ලක්ෂ්‍යයක් වටා ඇති කෝණවල ඓක්‍යයට සමාන බව පැහැදිලි ය. මෙමගින් තහවුරු වන්නේ කෝණ හතරෙහි ඓක්‍යය 360^o ට සමාන වන බවයි. එනම්,

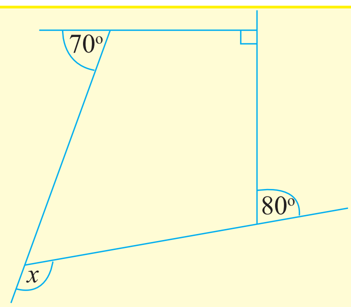
චතුරස්‍රයක බාහිර කෝණ හතරෙහි ඓක්‍යය 360^o වේ.

නිදසුන 2

x මගින් දැක්වෙන කෝණයේ අගය සොයන්න.

චතුරස්‍රයක බාහිර කෝණ හතරෙහි ඓක්‍යය 360^o වේ.

$$x + 70^o + 80^o + 90^o = 360^o$$
$$x + 240^o = 360^o$$
$$x + 240^o - 240^o = 360^o - 240^o$$
$$x = 120^o$$



ඉහත ක්‍රියාකාරකම්වලදී ගන්නා ලද එක් එක් බහු අස්‍රයේ බාහිර කෝණ ලක්ෂ්‍යයක් වටා වූ කෝණය ආවරණය වන සේ පවතින බව ඔබට තහවුරු වන්නට ඇත.

පාද n ගණනක් සහිත බහු අස්‍රයක අභ්‍යන්තර කෝණ n ගණනක් ද බාහිර කෝණ n ගණනක් ද ඇති බව අපි දනිමු. බහු අස්‍රයක ඕනෑ ම ශීර්ෂයකදී,

අභ්‍යන්තර කෝණයේ අගය + බාහිර කෝණයේ අගය $= 180^o$

$\therefore$ අභ්‍යන්තර කෝණ nහි ඓක්‍යය බාහිර කෝණ nහි ඓක්‍යය $= 180^o \times n$ වේ.

නමුත් අභ්‍යන්තර කෝණ nහි ඓක්‍යය $= 180^o (n - 2)$ බැවින්,

$180^o (n - 2)$ + බාහිර කෝණ nහි ඓක්‍යය $= 180^o n$

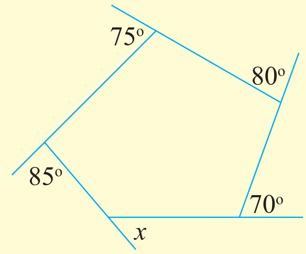
$\therefore$ බාහිර කෝණ nහි ඓක්‍යය $= 180^o n - 180^o (n - 2)$

$= 180^o n - 180^o n + 360^o$

$= 360^o$

නිදසුන 3

x මගින් දැක්වෙන කෝණයේ අගය සොයන්න.

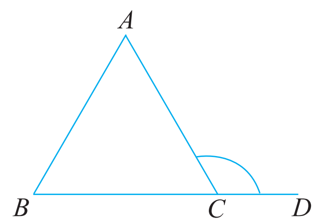


චතුරස්‍රයක බාහිර කෝණ හතරෙහි ඓක්‍යය 360° වේ.

$$x + 70^\circ + 80^\circ + 75^\circ + 85^\circ = 360^\circ$$
$$x + 310^\circ = 360^\circ$$
$$x + 310^\circ - 310^\circ = 360^\circ - 310^\circ$$
$$x = 50^\circ$$

29.2 අභ්‍යාසය

1. රූපයේ දැක්වෙන ABC ත්‍රිකෝණයේ බාහිර කෝණය ලියා දක්වන්න.

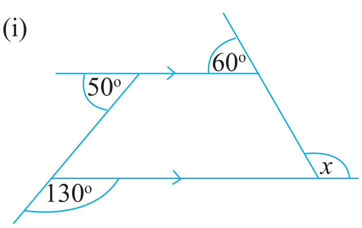


2. පහත එක් එක් කොටසින් දැක්වෙන්නේ ත්‍රිකෝණයක බාහිර කෝණ වේ. ඒවායේ x මගින් දැක්වෙන අගය සොයන්න.

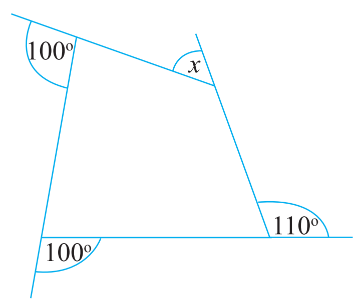
(i) $x^\circ, 60^\circ, 150^\circ$ (ii) $x^\circ, 2x^\circ, 120^\circ$
(iii) $60^\circ, x^\circ, 4x^\circ$ (iv) $x^\circ, x^\circ, x^\circ$
(v) $x^\circ, 2x^\circ, 3x^\circ$ (vi) $x^\circ, 35^\circ, 90^\circ$

3. එක් එක් චතුරස්‍රයේ වීජීය අක්ෂරය මගින් දැක්වෙන කෝණවල අගයන් සොයන්න.

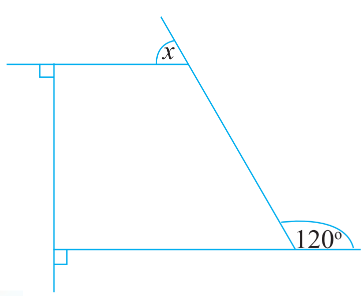
(i)



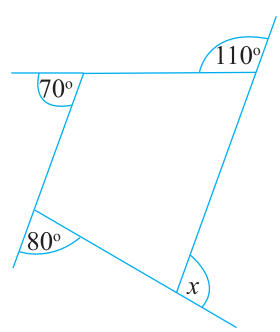
(ii)



(iii)



(iv)



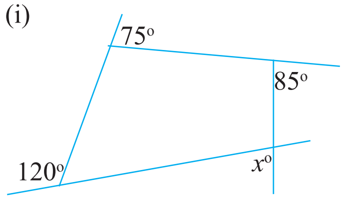
4. චතුරස්‍රයක බාහිර කෝණ දෙකක් සෘජුකෝණ වන අතර ඉතිරි කෝණ දෙක සමාන වේ.
   (i) සමාන කෝණ දෙකෙන් එකක අගය සොයන්න.
   (ii) ඉහත දත්තවලට ගැළපෙන රූපය අඳින්න.
   (iii) මෙම චතුරස්‍රයේ නම ලියන්න.

5. පහත එක් එක් කොටසින් දැක්වෙන්නේ චතුරස්‍රයක බාහිර කෝණවල අගයන් වේ. ඒ එක එකෙහි x මගින් දැක්වෙන අගය ලියන්න.

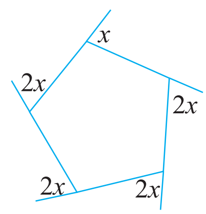
   (i) x^{o}, 60^{o}, 60^{o}, 150^{o} (ii) x^{o}, $2x^{o}$, 60^{o}, 120^{o}
   (iii) 60^{o}, x^{o}, 70^{o}, $4x^{o}$ (iv) x^{o}, x^{o}, x^{o}, x^{o}
   (v) x^{o}, $2x^{o}$, $3x^{o}$, $4x^{o}$ (vi) x^{o}, 55^{o}, 85^{o}, 90^{o}

6. පහත දැක්වෙන බහු අස්‍රවල xහි අගය සොයන්න.

(i)



(ii)



7. පංචාස්‍රයක බාහිර කෝණ 4ක විශාලත්වය 80^{o}, 70^{o}, 75^{o}, 70^{o} වේ. ඉතිරි කෝණයේ විශාලත්වය සොයන්න.

8. ෂඩස්‍රයක බාහිර කෝණ 4ක් 50^{o}, 40^{o}, 60^{o}, 80^{o} වේ. ඉතිරි කෝණ දෙක එකිනෙකට සමාන වේ. එම එක් කෝණයක විශාලත්වය සොයන්න.

සාරාංශය

- ත්‍රිකෝණයක අභ්‍යන්තර කෝණ තුනෙහි ඓක්‍යය 180^{o} වේ.
- ත්‍රිකෝණයක බාහිර කෝණ තුනෙහි ඓක්‍යය 360^{o} වේ.
- චතුරස්‍රයක අභ්‍යන්තර කෝණ හතරෙහි ඓක්‍යය 360^{o} වේ.
- චතුරස්‍රයක බාහිර කෝණ හතරෙහි ඓක්‍යය 360^{o} වේ.
- පාද n ගණනක් ඇති බහු අස්‍රයක අභ්‍යන්තර කෝණවල ඓක්‍යය $180^{o}(n-2)$ වේ.
- පාද n ගණනක් ඇති බහු අස්‍රයක බාහිර කෝණවල ඓක්‍යය 360^{o} වේ.

30 පයිතගරස් සම්බන්ධය

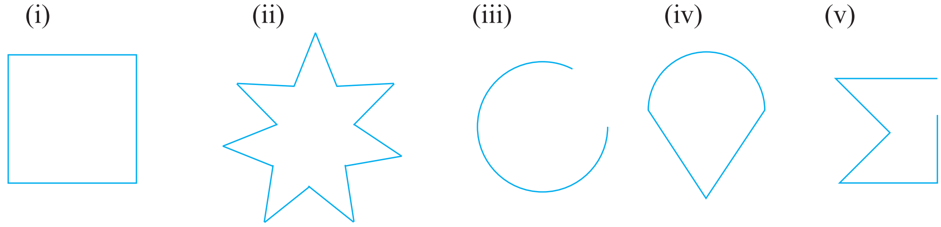
මෙම පාඩම අධ්‍යයනය කිරීමෙන් ඔබට,
- පයිතගරස් සම්බන්ධය හඳුනා ගැනීමට,
- පයිතගරස් සම්බන්ධය ඇසුරෙන් ගැටලු විසඳීමට,
- එදිනෙදා කටයුතුවල දී පයිතගරස් සම්බන්ධය යොදා ගැනීමට

හැකියාව ලැබේ.

පුනරීක්ෂණ අභ්‍යාසය

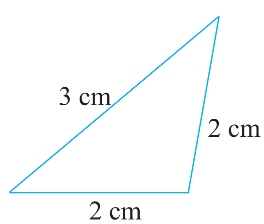
1. සංවෘත තල රූප තෝරන්න.

(i) (ii) (iii) (iv) (v)

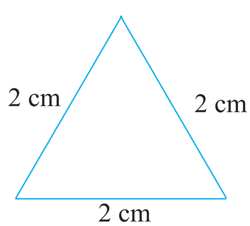


2. පහත දැක්වෙන ත්‍රිකෝණ, පාද අනුව නම් කරන්න.

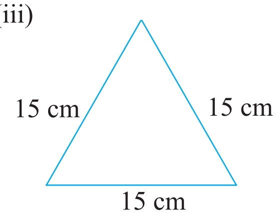
(i)



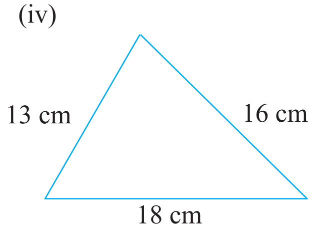
(ii)



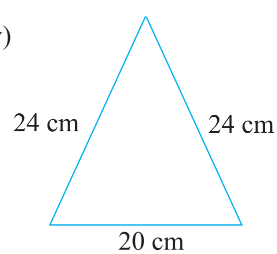
(iii)



(iv)

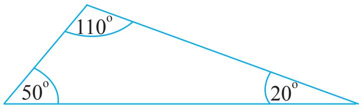


(v)

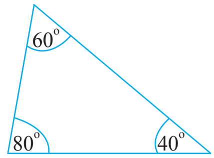


3. පහත දැක්වෙන ත්‍රිකෝණ, කෝණ අනුව නම් කරන්න.

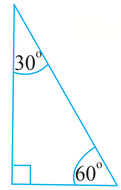
(i)



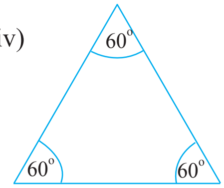
(ii)



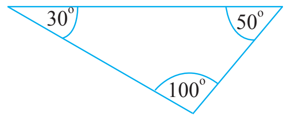
(iii)



(iv)

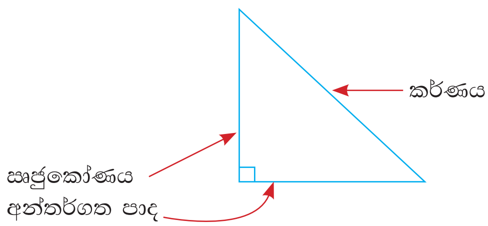


(v)



30.1 සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණයක පාද හඳුනා ගැනීම

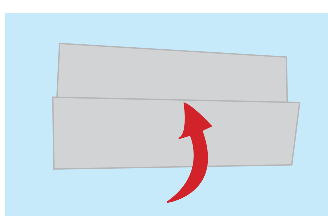
සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණ යනු මොනවාදැයි අපි පෙර ශ්‍රේණිවල දී අධ්‍යයනය කර ඇත්තෙමු. ත්‍රිකෝණයක එක් කෝණයක අගය සෘජුකෝණයක් (90°ක්) වේ නම් එම ත්‍රිකෝණ සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණ ලෙස හැඳින්වේ. සෘජුකෝණයට ඉදිරියෙන් ඇති පාදය කර්ණය වන අතර ඉතිරි පාද දෙක සෘජුකෝණය අන්තර්ගත පාද වේ.



සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණවල දිග ම පාදය වන්නේ කර්ණයයි.

ක්‍රියාකාරකම 1

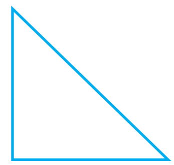
පියවර 1 - කඩදාසි කොළයක් ගෙන එය දෙකට නවා ගන්න.



පියවර 2 - එය නැවත දෙකට නමන්න.

පියවර 3 - එවිට සෘජුකෝණී මුල්ලක් ලැබී ඇත. එය පොත මත තබා සෘජුකෝණී මුල්ල පමණක් ඇඳ ගන්න.

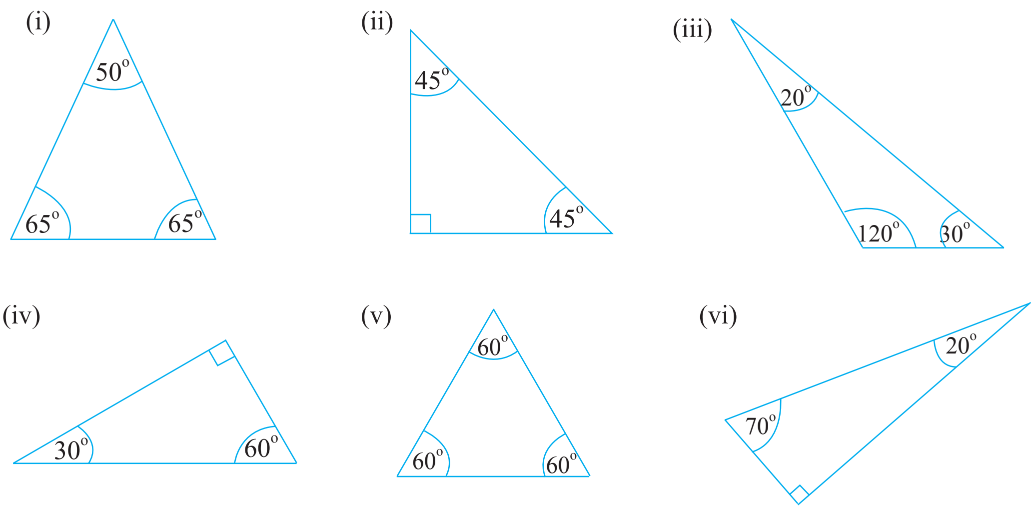
පියවර 4 - එහි කෙළවර දාර යා කරන්න.



එවිට ලැබුණු ත්‍රිකෝණය කුමන වර්ගයට අයත් දැයි පරීක්ෂා කරන්න.

30.1 අභ්‍යාසය

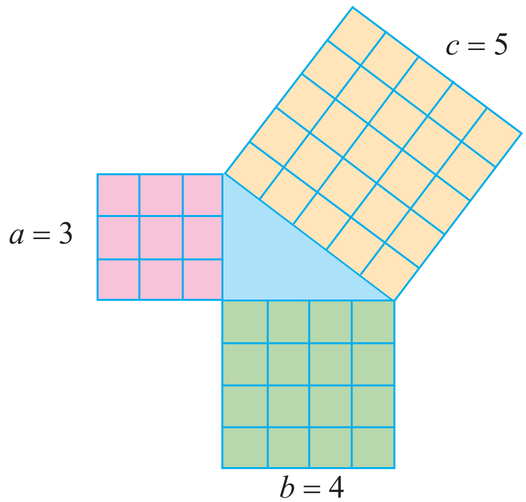
1. සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණයක් ඇඳ එය ABC ලෙස නම් කරන්න.
2. පහත දැක්වෙන ත්‍රිකෝණ අතරින් සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණ තෝරන්න.



30.2 පයිතගරස් සම්බන්ධය හඳුනා ගැනීම

පයිතගරස් නම් ග්‍රීක ජාතික ගණිතඥයා සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණවල පාද මත ඇති සමචතුරස්‍රවල වර්ගඵලය අතර සම්බන්ධතාවය ඉදිරිපත් කර එය නිවැරදිව සාධනය කර පෙන්වා ඇත.

ඔහු සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණයක කර්ණය එක් පාදයක් වන ලෙස ඇඳ ඇති සමචතුරස්‍රයේ වර්ගඵලය, සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණයේ ඉතිරි පාද දෙක එනම්, සෘජුකෝණය අන්තර් ගත පාද දෙක මත එම පාද සමචතුරස්‍රයක පාද වන සේ ඇඳ ඇති සමචතුරස්‍රවල වර්ගඵලවල එකතුවට සමාන බව ඉදිරිපත් කර ඇත.



- මෙහි කර්ණය මත ඇඳ ඇති සමචතුරස්‍රයේ කුඩා කොටු 25ක් ඇත.
- සෘජුකෝණය අන්තර් ගත පාද දෙක මත ඇඳ ඇති සමචතුරස්‍රවල එකක කුඩා කොටු 9ක් හා අනෙකේ 16ක් ඇත. එක් කුඩා කොටුවක වර්ගඵලය වර්ග ඒකක 1ක් ලෙස සැළකුවහොත්, විශාල සමචතුරස්‍රයේ වර්ගඵලය වර්ග ඒකක 25ක් බවත් අනෙක් සමචතුරස්‍රයන්හි වර්ගඵලය වර්ග ඒකක 16 හා වර්ග ඒකක 9ක් බවත්, ඒ අනුව කුඩා සමචතුරස්‍රවල වර්ගඵලයන්ගේ එකතුවෙන් විශාල සමචතුරස්‍රයේ වර්ගඵලය ලැබෙන බවත් පැහැදිලි ය.

මෙහි,

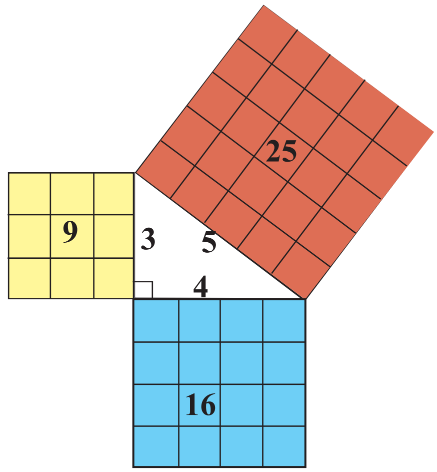
වර්ග ඒකක 25 = වර්ග ඒකක 9 + වර්ග ඒකක 16

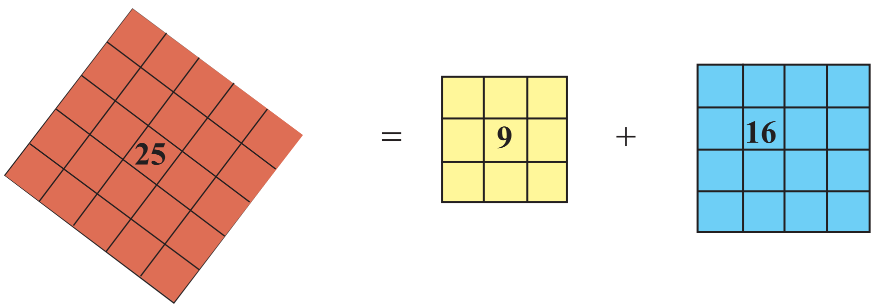
වර්ග ඒකක (5×5) වර්ග ඒකක (3×3) වර්ග ඒකක (4×4)

පයිතගරස් සම්බන්ධය

සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණයක කර්ණය මත ඇඳ ඇති සමචතුරස්‍රයේ වර්ගඵලය සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණයේ ඉතිරි පාද දෙක මත ඇඳ ඇති සමචතුරස්‍රවල වර්ගඵලවල එකතුවට සමාන වේ.

පහත රූප සටහන මගින් එය තවදුරටත් පැහැදිලි වේ.





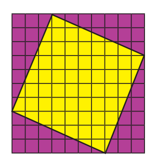
පැත්තක දිග ඒකක 5 ක් වන රතු පාට සමචතුරස්‍රයේ වර්ගඵලය වර්ගඒකක 25 වේ.
පැත්තක දිග ඒකක 3 ක් වන කහ පාට සමචතුරස්‍රයේ වර්ගඵලය වර්ගඒකක 9 වේ.
පැත්තක දිග ඒකක 4 ක් වන නිල් පාට සමචතුරස්‍රයේ වර්ගඵලය වර්ගඒකක 16 වේ.

මෙම සම්බන්ධය සත්‍යදැයි පරීක්ෂා කිරීමට පහත දැක්වෙන ක්‍රියාකාරකමෙහි යෙදෙමු.

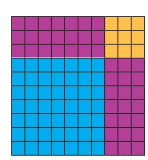
ක්‍රියාකාරකම 2

පියවර 1 - කොටු කොළ දෙකක පැත්තක දිග කොටු 10 බැගින් වන සමචතුරස්‍ර දෙකක් ඇඳ ඒවා කපා ගන්න.

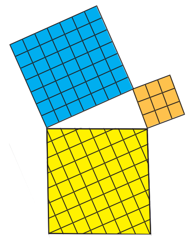
පියවර 2 - එක් කොළයක් මත පහත පරිදි වර්ණ ගන්වන්න.



පියවර 3 - අනෙක් සමචතුරස්‍රයේ පහත පරිදි වර්ණ ගන්වන්න.



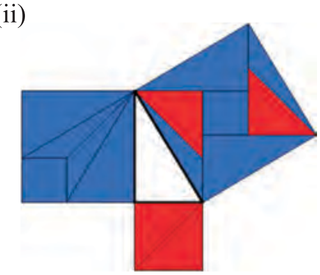
පියවර 2 හා පියවර 3 හි දී ඇති, සමචතුරස්‍රවල එක ම වර්ගඵලයක් ඇති දම් පාට කොටස් ඉවත් කර පහත පරිදි සකස් කරන්න.



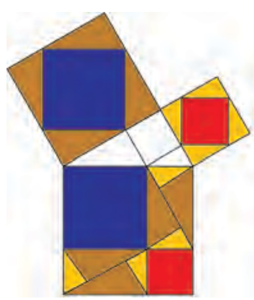
මෙයින් එළඹිය හැකි නිගමනය පැහැදිලි කර ගන්න. මෙලෙස පහත දැක්වෙන පරිදි තවත් ආකාරවලින් මෙම සම්බන්ධය පැහැදිලි කර ගත හැකිදැයි බලන්න.

(i)

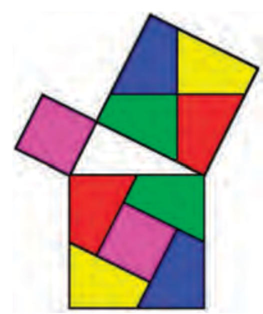
(ii)



(iii)

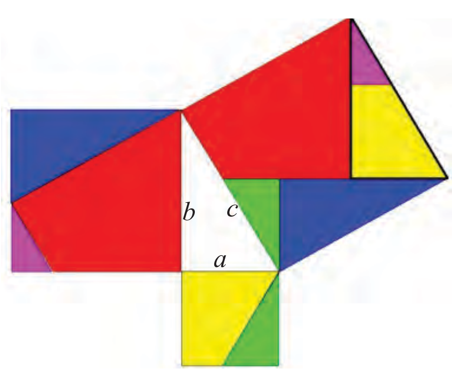


(iv)



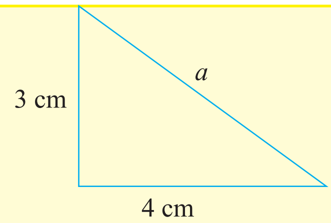
මෙම පයිතගරස් සම්බන්ධය මගින් තවදුරටත් පැහැදිලි වනුයේ, සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණයක කර්ණයේ දිගෙහි වර්ගය ඉතිරි පාදවල දිගෙහි වර්ගවල ඓක්‍යයට සමාන බවයි.

$a^2 + b^2 = c^2$



නිදසුන 1

රූපයේ a මගින් දැක්වෙන පාදයේ දිග සොයන්න.



පයිතගරස් සම්බන්ධය මගින්,

$a^2 = (3\text{ cm})^2 + (4\text{ cm})^2$

$a^2 = 9\text{ cm}^2 + 16\text{ cm}^2$

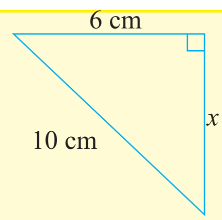
$a^2 = 25\text{ cm}^2$

$a = \sqrt{25\text{ cm}^2}$

$a = 5\text{ cm}$

නිදසුන 2

රූපයේ x මගින් දැක්වෙන පාදයේ දිග සොයන්න.



පයිතගරස් සම්බන්ධය මගින්,

$(10\text{ cm})^2 = (6\text{ cm})^2 + x^2$

$x^2 = (10\text{ cm})^2 - (6\text{ cm})^2$

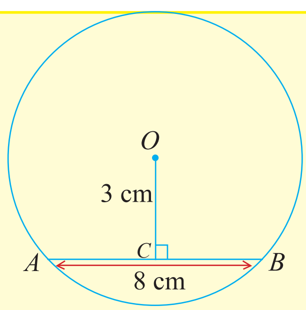
$x^2 = 100\text{ cm}^2 - 36\text{ cm}^2$

$x^2 = 64\text{ cm}^2$

$x = \sqrt{64\text{ cm}^2}$

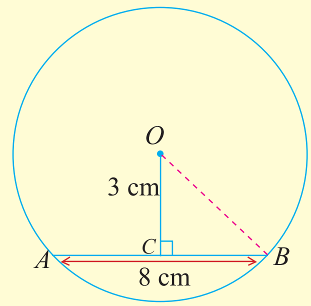
$x = 8\text{ cm}$

නිදසුන 3



රූපයේ දැක්වෙන්නේ O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තයකි. AB යනු එහි ජ්‍යායකි. C යනු AB හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය වේ. එම වෘත්තයේ අරය සොයන්න.

OB යා කර OBC ත්‍රිකෝණයට පයිතගරස් සම්බන්ධය යොදමු. $AB = 8$ cm ද, C යනු AB හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය ද වන නිසා $CB = 4$ cm වේ.



$OB^2 = OC^2 + BC^2$ ($OB = x$ cm යැයි ගනිමු.)

$x^2 = (3\text{ cm})^2 + (4\text{ cm})^2$

$x^2 = 9\text{ cm}^2 + 16\text{ cm}^2$

$x^2 = 25\text{ cm}^2$

$x = \sqrt{25\text{ cm}^2}$

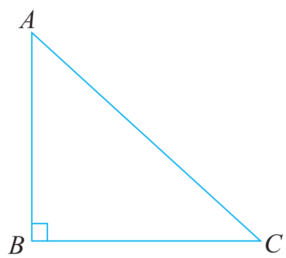
$x = 5$ cm

එනම් වෘත්තයේ අරය 5 cm වේ.

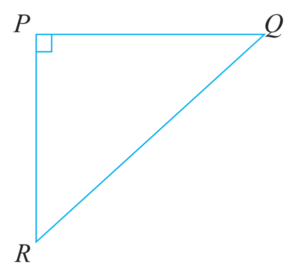
30.2 අභ්‍යාසය

1. පහත දැක්වෙන ත්‍රිකෝණවල කර්ණය නම් කරන්න.

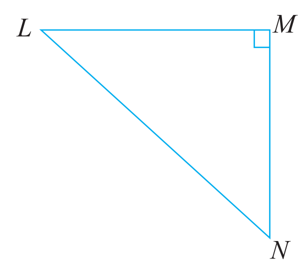
(i)



(ii)

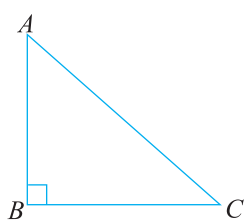


(iii)

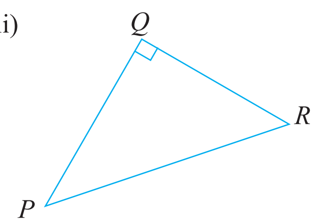


2. පහත දැක්වෙන ත්‍රිකෝණ සඳහා පයිතගරස් සම්බන්ධය ලියා දක්වන්න.

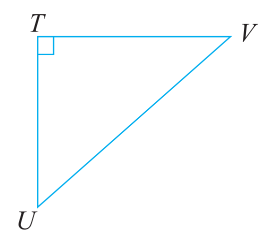
(i)



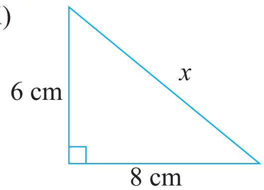
(ii)

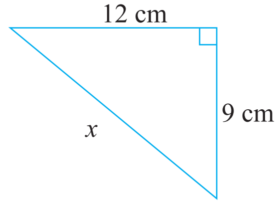


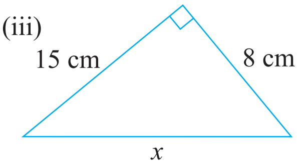
(iii)



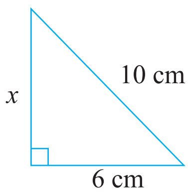
3. පහත දැක්වෙන රූපවල x මගින් දැක්වෙන දිග සොයන්න.

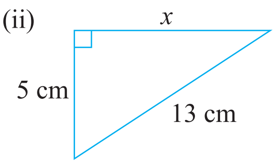
(i)


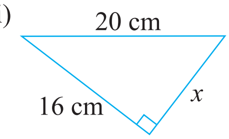
(ii)


(iii)


4. පහත දැක්වෙන රූපවල x මගින් දැක්වෙන දිග සොයන්න.

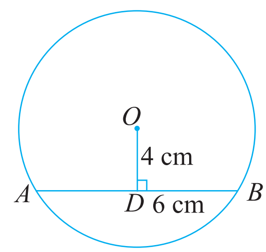
(i)


(ii)


(iii)


5. ළමයෙක් P ලක්ෂ්‍යයේ සිට උතුරු දිශාවට 12 m ගොස් එතැනින් නැගෙනහිර දිශාවට හැරී 9 mක් ගමන් කර Q වෙත ළඟා වේ.
   (i) ඉහත තොරතුරු ඇතුළත් රූප සටහනක් අඳින්න.
   (ii) P සිට Q ට ඇති කෙටි ම දුර සොයන්න.

6. රූපයේ දැක්වෙන්නේ O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තයකි. AB යනු එහි ජ්‍යායකි. $OD = 4$ cm ද $DB = 6$ cm ද වේ. එම වෘත්තයේ අරය සොයන්න.



සාරාංශය

- සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණයක කර්ණය මත ඇඳ ඇති සමචතුරස්‍රයේ වර්ගඵලය සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණයේ ඉතිරි පාද දෙක මත ඇඳ ඇති සමචතුරස්‍රවල වර්ගඵලවල එකතුවට සමාන වේ.

31 දත්ත නිරූපණය හා අර්ථකථනය I

මෙම පාඩම අධ්‍යයනය කිරීමෙන් ඔබට,
- සන්තතික දත්ත හා විවික්ත දත්ත හඳුනා ගැනීමට,
- සංඛ්‍යා ව්‍යාප්තියක පන්ති ප්‍රාන්තරයක මධ්‍ය අගය හඳුනා ගෙන එය සෙවීමට

හැකියාව ලැබේ.

31.1 සංඛ්‍යාත්මක දත්ත

පිරිවෙණක සිටින සිසුන් ගණන, ක්‍රීඩකයෙකු මීටර 100 දිවීමට ගත කරන කාලය, නිවසේ සිට බස් නැවතුමට ඇති දුර, පොතක ඇති පිටු ගණන, පන්තියේ ළමුන්ගේ උස, පන්තියේ ළමුන්ගේ ස්කන්ධය වැනි දේ පිළිබඳ දත්ත රැස් කර ගත හැකි ය. ඉහත දත්තවල සමහර ඒවා පූර්ණ සංඛ්‍යාත්මකව ප්‍රකාශ කළ හැකි අතර සමහර ඒවා එසේ පූර්ණ සංඛ්‍යාත්මකව හරියට ම ප්‍රකාශ කළ නොහැකි ය. ඒ අනුව එම සංඛ්‍යාත්මක දත්ත, පහත ආකාර දෙකකට බෙදා දැක්විය හැකි ය.

- සන්තතික දත්ත
- විවික්ත දත්ත

සන්තතික දත්ත

මූලික පිරිවෙණක 3 ශ්‍රේණියේ සිටින සිසුන්ගේ ස්කන්ධය (kg වලින්) පහත දැක්වෙන ආකාරයට විය.

32.5, 36.8, 37.4, 41.2, 34.0, 40.0, 27.4

මෙම දත්ත සමූහයේ 34 kg, 40 kg වැනි පූර්ණ සංඛ්‍යා පමණක් නොව දශම සංඛ්‍යා ද තිබෙන බව ඔබට පෙනෙනු ඇත. එනම්, නිශ්චිත පූර්ණ අගයන් පමණක් නොගන්නා නමුත් යම් පරාසයක් තුළ වූ ඕනෑ ම අගයක් ගත හැකි දත්ත, සන්තතික දත්ත ලෙස හැඳින්වේ.

නිදසුන් ලෙස,

- විදුලි බුබුලක ජීව කාලය
- පන්තියේ සිසුන්ගේ උස
- පෙර පාසලක කුඩා දරුවන්ගේ නිවෙස්වල සිට පෙර පාසලට ඇති දුර

ආදි ලෙස දැක්විය හැකි ය.

විවික්ත දත්ත

කාර්යාලයක සතියේ දින 5 තුළ ලැබුණු ලිපි ගණන පිළිබඳ තොරතුරු පහත වගුවේ දැක්වේ.

සතියේ දින	සඳුදා	අඟහරුවාදා	බදාදා	බ්‍රහස්පතින්දා	සිකුරාදා
ලැබුණු ලිපි	19	12	18	15	11

ඉහත වගුවේ ලැබී ඇති ලිපි ගණන 10ත් 20ත් අතර පූර්ණ සංඛ්‍යාත්මක අගයන් දක්නට ලැබේ. එම අගයන් සියල්ලම පූර්ණ සංඛ්‍යා වන අතර භාග සංඛ්‍යා හෝ දශම සංඛ්‍යා එහි දක්නට නොලැබේ.

මේ අනුව දත්තයන්හි කිසියම් අගය පරාසයක් තුළ පූර්ණ සංඛ්‍යාත්මක අගයන් පමණක් තිබේ නම්, එවැනි දත්ත **විවික්ත දත්ත** ලෙස හැඳින්වේ.

නිදසුන් ලෙස,
- පන්තියක සිටින සිසුන් ගණන
- පොතක ඇති පිටු ගණන
- රඟහලක ඇති පුටු ගණන
- රැස්වීමකට සහභාගී වූ මිනිසුන් ගණන
- පුස්තකාලයක ඇති පොත් ගණන

ආදිය සඳහන් කළ හැකි ය.

31.1 අභ්‍යාසය

1. පහත දැක්වෙන දත්ත අතරින් සන්තතික දත්ත හා විවික්ත දත්ත තෝරා වෙන් කර ලියන්න.
   (i) ගමක ජීවත්වන පවුල් ගණන
   (ii) පුවත් පතක ඇති දැන්වීම් ගණන
   (iii) මාලු කුරියෙකුගේ ස්කන්ධය
   (iv) ශීතකරණයක ආයු කාලය
   (v) ශිෂ්‍යයෙකු දිනකට අධ්‍යාපන කටයුතුවල නිරත වූ කාලය
   (vi) වසරකට ප්‍රධාන පාඨමාලාවකට ඇතුළත් කර ගනු ලබන සිසුන් ගණන
   (vii) පිරිවෙන් සිසුන් විසින් ඉගෙන ගන්නා විෂයයන්
   (viii) ක්‍රිකට් ක්‍රීඩකයෙකු තරගයකදී ලබා ගත් ලකුණු ප්‍රමාණය
   (ix) එක්තරා දිනක ආයතනයකට ලැබුණු විදුලි පණිවුඩ ගණන
   (x) රෝහලක සායනයක් සඳහා පැමිණි රෝගීන්ගේ වයස

31.2 සමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තිය

අසමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක් පිළියෙල කරන ආකාරය පිළිබඳව ඔබ දැනටමත් ඉගෙන ගෙන ඇත. දත්ත සංඛ්‍යාව වැඩි වූ විට අසමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක් පිළියෙල කිරීම තරමක් අපහසු කාර්යයක් බැවින් එවැනි අවස්ථාවලදී දත්ත කිසියම් සංඛ්‍යා පරාසවලට වෙන් කිරීම හෙවත් සමූහනය කර සමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්ති පිළියෙල කරනු ලැබේ.

නිදසුන 1

පහත දැක්වෙනුයේ එක්තරා ගමක නිවාස 50ක මාසික විදුලි පාරිභෝජන ඒකක ගණන පිළිබඳ ලබා ගත් දත්ත සමූහයකි. මෙම දත්ත උපයෝගී කර ගෙන 40 − 49, 50 − 59, 60 − 69, ... ලෙස ගෙන සමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක් පිළියෙල කරන්න.

41,	56,	51,	60,	58,	51,	55,	46,	42,	65
56,	57,	59,	59,	54,	57,	58,	64,	71,	84
74,	82,	83,	91,	95,	92,	85,	88,	89,	96
97,	91,	96,	97,	99,	96,	94,	88,	96,	86
68,	66,	97,	56,	57,	54,	64,	64,	62,	63

පන්ති ප්‍රාන්තර	ප්‍රගණන ලකුණු	සංඛ්‍යාතය (f)
40 − 49	///	3
50 − 59	~~////~~ ~~////~~ ////	14
60 − 69	~~////~~ ~~////~~	10
70 − 79	//	2
80 − 89	~~////~~ ///	8
90 − 99	~~////~~ ~~////~~ ///	13

එකතුව 50

පන්ති ප්‍රාන්තර හා ඊට අනුරූප සංඛ්‍යාතය දැක්වෙන පරිදි පිළියෙල කරන ලද වගුවක් **සමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක්** ලෙස හඳුන්වනු ලැබේ.

ඉහත දැක්වෙන පරිදි සමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක් ඉදිරිපත් කිරීම තුළින්,

- දත්ත සන්නිවේදනය කිරීමේ පහසුව
- සංඛ්‍යාත්මක ගණනය කිරීමේ පහසුව
- විවිධ නිගමනවලට එළඹීමේ පහසුව

ලැබෙනු ඇත.

ඉහත දැක්වෙන පරිදි සංඛ්‍යාත වගු පිළියෙල කිරීමට එම දත්තවල පරාසය සෙවිය යුතු ය. ඒ සඳහා දී ඇති දත්තවල වැඩිම අගයෙන් අඩුම අගය අඩු කළ යුතු වේ.

පරාසය = වැඩිම අගය − අඩුම අගය

ඉන්පසුව අවශ්‍ය පන්ති ප්‍රාන්තර ගණන තීරණය කළ යුතු වේ. එය තීරණය කළ විට පන්ති ප්‍රාන්තරයක තරම ආසන්න ලෙස සොයා ගත හැකි ය. ඒ සඳහා පරාසය පන්ති ප්‍රාන්තර ගණනින් බෙදිය යුතු වේ.

$$\text{පන්තියක තරම} = \frac{\text{පරාසය}}{\text{පන්ති ප්‍රාන්තර ගණන}}$$

නිදසුනක් ලෙස සංඛ්‍යා ව්‍යාප්තියක අඩුතම අගය 25 ද වැඩිතම අගය 65 ද නම්,

පරාසය $= 65 - 25 = 40$ වේ.

අවශ්‍ය පන්ති ගණන 8ක් යැයි සිතමු. එවිට, පන්ති තරම $= \frac{40}{8} = 5$ වේ.

පන්ති ප්‍රාන්තරයක මධ්‍ය අගය

මෙහි දැක්වෙන සමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තිය ගැන අවධානය යොමු කරන්න.

පන්ති ප්‍රාන්තරය	සංඛ්‍යාතය (f)
5 − 9	8
10 − 14	10
15 − 19	9
20 − 24	7
25 − 29	6

ඉහත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියේ 10 − 14 පන්ති ප්‍රාන්තරය සලකමු. එහි 10 යනු පහළ සීමාව වන අතර 14 යනු ඉහළ සීමාවයි. එම සීමාවන් දෙකෙහි එකතුව ගෙන 2න් බෙදීමෙන් එම පන්ති ප්‍රාන්තරයට අනුරූප මධ්‍ය අගය සෙවිය හැකි ය. ඒ අනුව,

පන්ති ප්‍රාන්තරයක මධ්‍ය අගය $= \frac{\text{පහළ සීමාව} + \text{ඉහළ සීමාව}}{2}$ ලෙස ගත හැකි ය.

ඒ අනුව, ඉහත දී ඇති සමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියට මධ්‍ය අගය දැක්වෙන තීරයක් එක් කළ විට එය පහත පරිදි වේ.

පන්ති ප්‍රාන්තරය	මධ්‍ය අගය	සංඛ්‍යාතය
5 − 9	$\frac{5+9}{2} = 7$	8
10 − 14	$\frac{10+14}{2} = 12$	10
15 − 19	$\frac{15+19}{2} = 17$	9
20 − 24	$\frac{20+24}{2} = 22$	7
25 − 29	$\frac{25+29}{2} = 27$	6

තව ද ඉහත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තිය පන්ති මායිම් (සැබෑ සීමා) සැළකීමෙන් ද පිළියෙල කළ හැකි ය. ඒ අනුව සකස් කළ සමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක් පහත දැක්වේ.

පන්ති ප්‍රාන්තර (පන්ති සීමා සැලකීමෙන්)	පන්ති ප්‍රාන්තර (සැබෑ සීමා සැලකීමෙන්)	සංඛ්‍යාතය
5 − 9	4.5 − 9.5	8
10 − 14	9.5 − 14.5	10
15 − 19	14.5 − 19.5	9
20 − 24	19.5 − 24.5	7
25 − 29	24.5 − 29.5	6

ඉහත වගුවේ දැක්වෙන පන්ති ප්‍රාන්තරවල සැබෑ සීමා සැලකීමෙන් ද මධ්‍ය අගය සෙවිය හැකි ය. ඒ අනුව,

$$\text{පන්ති ප්‍රාන්තරයක මධ්‍ය අගය} = \frac{\text{පහළ සීමාව} + \text{ඉහළ සීමාව}}{2}$$

$$4.5 - 9.5 \text{ පන්ති ප්‍රාන්තරයේ මධ්‍ය අගය} = \frac{4.5 + 9.5}{2}$$

$$= \frac{14.0}{2}$$

$$= 7$$

$$9.5 - 14.5 \text{ පන්ති ප්‍රාන්තරයේ මධ්‍ය අගය} = \frac{9.5 + 14.5}{2}$$

$$= \frac{24.0}{2}$$

$$= 12$$

ඉහත ආකාරයට පන්ති මායිම් සැළකීමෙන් ද පන්ති ප්‍රාන්තරවල මධ්‍ය අගය සෙවිය හැකි බව දැන් ඔබට පැහැදිලි වනු ඇත.

31.2 අභ්‍යාසය

1. පහත දැක්වෙන පන්ති ප්‍රාන්තරවල මධ්‍ය අගය සොයන්න.

   (i) 2 − 6, 6 − 10, 10 − 14, 14 − 18, 18 − 22, 22 − 26, 26 − 30

   (ii) 3.5 − 10.5, 10.5 − 17.5, 17.5 − 24.5, 24.5 − 31.5, 31.5 − 38.5

2. පහත දැක්වෙන සමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියේ මධ්‍ය අගය තීරය සම්පූර්ණ කරන්න.

පන්ති ප්‍රාන්තර	මධ්‍ය අගය	සංඛ්‍යාතය
4 − 8	6	10
8 − 12	....	12
12 − 16	....	16
16 − 20	....	24
20 − 24	....	10
24 − 28	....	8

3. පහත දී ඇති සමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියේ පන්ති මායිම් තීරය හා මධ්‍ය අගය තීරය සම්පූර්ණ කරන්න.

පන්ති ප්‍රාන්තර	පන්ති මායිම්	මධ්‍ය අගය	සංඛ්‍යාතය (f)
12 − 16	11.5 − 16.5	$\frac{11.5 + 16.5}{2} = 14$	7
17 − 21	....	....	5
22 − 26	....	....	10
27 − 31	....	....	8
32 − 36	....	....	5
37 − 41	....	....	5

4. පහත දැක්වෙනුයේ එක්තරා අමාත්‍යාංශයක මෝටර් රථ 100ක් මාසයක් තුළ පාරිභෝජනය කළ ඉන්ධන ප්‍රමාණය පිළිබඳව කරන ලද සමීක්ෂණයක දී ලබා ගත් තොරතුරු ඇතුළත් සමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියකි.

ඉන්ධන ප්‍රමාණය (ලීටරවලින්)	වාහන ගණන
51 − 59	25
60 − 68	20
69 − 77	35
78 − 86	14
87 − 95	6

(i) ඉහත සමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියෙහි, පන්ති සීමා සලකා මධ්‍ය අගය තීරයක් ඊට ඇතුළත් කරන්න.

(ii) ඉහත සමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියෙහි, පන්ති මායිම් සලකා පන්ති මායිම් තීරය හා මධ්‍ය අගය තීරය ඊට ඇතුළත් කරන්න.

සාරාංශය

- සංඛ්‍යාත්මක දත්ත සන්තතික දත්ත හා විවික්ත දත්ත වශයෙන් ආකාර දෙකකි.
- සමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක පන්ති සීමා සැළකීමෙන් හෝ පන්ති මායිම් සැළකීමෙන් පන්ති ප්‍රාන්තරයක මධ්‍ය අගය සෙවිය හැකි ය.

32 දත්ත නිරූපණය හා අර්ථකථනය II

මෙම පාඩම අධ්‍යයනය කිරීමෙන් ඔබට,
- දෙන ලද සමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක මාත පන්තිය, මධ්‍යස්ථ පන්තිය සෙවීමට සහ
- දෙන ලද සමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක මධ්‍යන්‍යය, මධ්‍ය අගය ඇසුරෙන් ගණනය කිරීමට

හැකියාව ලැබේ.

දී ඇති අමු දත්ත වැලක පරාසය සෙවීමට එම සංඛ්‍යා සමූහයේ විශාලම අගයෙන් කුඩාම අගය අඩු කරන බව ඔබ 2 ශ්‍රේණියේ දී ඉගෙන ගෙන ඇත. තව ද අසමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක මාතය, මධ්‍යස්ථය හා මධ්‍යන්‍යය සෙවීම ද ඔබ 2 ශ්‍රේණියේ දී ඉගෙන ඇත.

- මාතය යනු දත්ත සමූහයේ වැඩිම වාර ගණනක් තිබූ අය ගණන වේ.
- මධ්‍යස්ථය යනු දත්ත සමූහය ආරෝහණ පිළිවෙළට සකස් කළ විට එහි හරි මැදින් පිහිටි අගයයි.
- දත්ත ගණන ඔත්තේ වූ විට මධ්‍යස්ථය $= \dfrac{\text{දත්ත ගණන} + 1}{2}$
- දත්ත ගණන ඉරට්ට වූ විට, මධ්‍යස්ථය $\dfrac{\text{දත්ත ගණන}}{2}$ වැනි දත්තය හා $\dfrac{\text{දත්ත ගණන}}{2} + 1$ වැනි දත්තය එකතු කර 2න් බෙදීමෙන් ලබා ගත හැකි ය.
- මධ්‍යන්‍යය යනු සියලුම දත්තවල අගයයන්ගේ එකතුව දත්ත සංඛ්‍යාවෙන් බෙදීමෙන් ලබා ගන්නා පිළිතුර වේ.

දත්ත පිළිබඳ මෙතෙක් උගත් කරුණු සිහි ගැන්වීමට පුනරීක්ෂණ අභ්‍යාසයේ යෙදෙන්න.

පුනරීක්ෂණ අභ්‍යාසය

1. මෙම වගුව සම්පූර්ණ කරන්න.

දත්ත වැල	පරාසය	මාතය	මධ්‍යස්ථය	මධ්‍යන්‍යය
(i) 2, 3, 9, 2, 6, 5, 8	....	....	....	....
(ii) 3, 4, 5, 4, 4	....	....	....	....
(iii) 5, 5, 5, 5, 5,5	....	....	....	....
(iv) 4.3, 6.1, 8.7, 3.2, 4.3	....	....	....	....
(v) 12, 16, 17, 55, 21, 26	....	....	....	....

2. පහත දී ඇති සංඛ්‍යාත්මක තොරතුරුවල පරාසය, මාතය, මධ්‍යස්ථය, මධ්‍යන්‍යය සොයන්න.

   (i) 2, 5, 8, 10, 5
   (ii) 2.6, 3.8, 5.2, 3.8, 4.6
   (iii) 20, 25, 31, 26, 13, 18, 16, 20, 29

3. එක්තරා ක්‍රීඩකයෙකුට මීටර 100 ධාවන තරගය පුහුණු වීම් සිදු කළ වාර 10කදී තරගය නිම කළ කාලය තත්පරවලින් පහත දැක්වෙන පරිදි වේ.

13, 12, 10, 10, 12, 10, 9, 10, 11, 12 මෙම සංඛ්‍යා සමූහයේ,

(i) පරාසය සොයන්න. (ii) මාතය සොයන්න.
(iii) මධ්‍යස්ථය සොයන්න. (iv) මධ්‍යන්‍යය සොයන්න.

32.1 සමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්ති

ඔබ දැනටමත් සමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්ති පිළියෙල කරන ආකාරය ඉගෙන ඇත. දත්ත විශාල ගණනක් දී ඇති විට අසමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක් පිළියෙල කිරීම තරමක් අපහසු බැවින් එවැනි අවස්ථාවලදී දත්ත කාණ්ඩවලට වෙන් කිරීම (සමූහනය කිරීම) මගින් සමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක් සකස් කරන ආකාරය විමසා බලමු.

එක්තරා පාසලක 8 වන ශ්‍රේණියක සිටි ළමුන් 50 දෙනෙකු ගණිතය විෂයය සඳහා පැවැත් වූ විභාගයක දී ලබා ගත් ලකුණු පහත දැක්වේ.

71, 75, 74, 75, 81, 83, 95, 86, 89, 68, 77, 45, 48,
46, 52, 51, 54, 55, 57, 56 55, 52, 52, 58, 59, 62,
65, 64, 12, 16 4, 22, 25, 30, 29, 44, 20, 33, 41,
43 35, 37, 41, 35, 43, 63, 67, 34, 41, 43

මෙහි දැක්වෙන ලකුණු කාණ්ඩ 10කට වෙන් කර ලියමු.

ලකුණු (පන්ති ප්‍රාන්තර)	සිසුන් ගණන (සංඛ්‍යාතය)
1 – 10	1
11 – 20	3
21 – 30	4
31 – 40	5
41 – 50	10
51 – 60	11
61 – 70	6
71 – 80	5
81 – 90	4
91 – 100	1
	50

ඉහත සමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියේ පළමු තීරුවෙන් දැක්වෙනුයේ සිසුන් ලබා ගත් ලකුණු 1 සිට 100 තෙක් පරාසය තුළ වූ සමාන පරතරවලට කාණ්ඩ කර සමූහනය කර දැක්වීමයි. එවැනි සමාන කර දැක් වූ එක් කාණ්ඩයකට පන්ති ප්‍රාන්තරයක් යැයි කියනු ලැබේ. එබැවින් එම සමාන පරතරවලින් යුත් තීරුව පන්ති ප්‍රාන්තර තීරුව ලෙස හඳුන්වනු ලැබේ. එම වගුවේ දෙවැනි තීරුව මගින් දක්වා ඇත්තේ ඒ එක් එක් කාණ්ඩය තුළ ලකුණු ලබා ගත් සිසුන් සංඛ්‍යාවයි. මෙය අපි සංඛ්‍යාත තීරුව ලෙස හඳුන්වමු. ඒ අනුව,

- 1 – 10 පන්ති ප්‍රාන්තරය තුළ ලකුණු ලබා ගත් සිසුන් ගණන 1කි. ඒ අනුව, සංඛ්‍යාතය 1කි.
- 11 – 20 පන්ති ප්‍රාන්තරය තුළ ලකුණු ලබා ගත් සිසුන් ගණන 3කි. ඒ අනුව, සංඛ්‍යාතය 3කි.

දැන් අපි මෙහි දැක්වෙන තුන්වැනි පන්ති ප්‍රාන්තරය සළකමු. එයට 21 සිට 30 තෙක් ඇති සංඛ්‍යා දහය (21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30) ඇතුළත් වේ. මෙලෙස යම් පන්ති ප්‍රාන්තරයකට අයත් සංඛ්‍යා ගණන එහි පන්ති තරම ලෙස හඳුන්වනු ලැබේ.

යම් විශාල දත්ත ව්‍යාප්තියක් පන්ති ප්‍රාන්තර හා ඊට අනුරූප සංඛ්‍යාතය දැක්වෙන පරිදි සකස් කළ විට එයට සමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක් ලෙස හඳුන්වනු ලැබේ.

නිදසුන 1

පහත දැක්වෙනුයේ තැපැල් කාර්යාලයකින් යැවූ විදුලි පණිවුඩ 50ක තිබූ වචන ගණන පිළිබඳ තොරතුරු ඇතුළත් සංඛ්‍යා සමූහයකි.

19,	16,	20,	34,	21,	7,	20,	33,	26,	22
15,	26,	24,	25,	17,	19,	24,	35,	24,	25
28,	18,	27,	20,	23,	23,	17,	31,	30,	20
12,	19,	23,	29,	18,	21,	22,	34,	26,	25
26,	8,	28,	25,	24,	29,	17,	36,	18,	27

ඒ අනුව පහත ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සපයන්න.

(i) විදුලි පණිවුඩයක තිබූ අඩුම වචන ගණන කීය ද?

(ii) විදුලි පණිවුඩයක තිබූ වැඩිම වචන ගණන කීය ද?

(iii) ඒ අනුව මෙම දත්තවල පරාසය සොයන්න.

(iv) මෙම දත්ත (6 – 10), (11 – 15), (16 – 20), ආකාරයට පන්ති ප්‍රාන්තරවලට කාණ්ඩ කර සමූහිත සංඛ්‍යා ව්‍යාප්තියක් පිළියෙල කරන්න.

දැන් අපි මෙහි පිළිතුරු ලබා ගන්නා අයුරු විමසා බලමු.

(i) ඉහත දත්තවල අඩුම දත්තයේ අගය 7 වේ.

∴ විදුලි පණිවුඩයක තිබූ අඩුම වචන ගණන = 7

(ii) ඉහත දත්තවල වැඩිම දත්තයේ අගය 36 වේ.

∴ විදුලි පණිවුඩයක තිබූ වැඩිම වචන ගණන = 36

(iii) මෙම දත්තවල පරාසය = වැඩිම දත්තයේ අගය – අඩුම දත්තයේ අගය

= 36 – 7

= 29

(iv)

පන්ති ප්‍රාන්තර (වචනයක තිබූ අකුරු)	සංඛ්‍යාතය (වචන ගණන)
6 – 10	2
11 – 15	2
16 – 20	14
21 – 25	15
26 – 30	11
31 – 35	5
36 – 40	1

32.2 සමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක මාත පන්තිය හා මධ්‍යස්ථ පන්තිය

මාත පන්තිය

දෙන ලද සමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක සංඛ්‍යාත තීරුවේ වැඩිම වටිනාකමකට අනුරූපව අගය ඇතුළත් පන්ති ප්‍රාන්තරය මාත පන්තිය ලෙස හඳුන්වයි. උදාහරණ ලෙස පහත සමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තිය සලකමු.

පන්ති ප්‍රාන්තර	0 – 20	20 – 40	40 – 60	60 – 80	80 – 100
සංඛ්‍යාතය	8	10	20	15	7

මෙහි මාත පන්තිය සෙවීමට පළමුව අපි සංඛ්‍යාත තීරුවේ වැඩිම අගය කුමක්දැයි විමසා බලමු. එම අගය 20 වේ. ඉන්පසුව 20ට අනුරූපව ඇති පන්ති ප්‍රාන්තරය කුමක්දැයි සොයා ගත යුතු යි. එම පන්ති ප්‍රාන්තරය වනුයේ 40 – 60 පන්ති ප්‍රාන්තරයයි. ඒ අනුව මෙහි වැඩිම සංඛ්‍යාතය අගයකට අනුරූප පන්ති ප්‍රාන්තරය 40 – 60 නිසා මාත පන්තිය වන්නේ 40 – 60 ය.

∴ මාත පන්තිය = වැඩිම සංඛ්‍යාත අගයට අනුරූපව පිහිටි පන්ති ප්‍රාන්තරය

මධ්‍යස්ථ පන්තිය

සමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක සංඛ්‍යාතය සඳහා දී ඇති අගයන් සියල්ල ම එකතු කර මුළු සංඛ්‍යාතය සොයා, අනතුරුව එහි හරි මැද පිහිටි අගයට අනුරූප වන අගය ඇතුළත් පන්ති ප්‍රාන්තරය මධ්‍යස්ථ පන්තිය වේ. මෙම මධ්‍යස්ථ පන්තියේ පිහිටීම සොයා ගැනීමට මුළු සංඛ්‍යාතයෙන් හරි අඩක් වන අය ගණන සොයා ගත යුතු යි. ඉන්පසුව එම අගයට අනුරූප පන්ති ප්‍රාන්තරය මධ්‍යස්ථ පන්තිය ලෙස ගත යුතු යි.

ඒ අනුව, මධ්‍යස්ථ පන්තියේ පිහිටීම $= \left(\dfrac{\text{මුළු සංඛ්‍යාතය}}{2}\right)$ වැනි අය ගණන පිහිටි පන්තිය

නිදසුන 1

ඉහත සමූහිත සංඛ්‍යා ව්‍යාප්තියේ මධ්‍යස්ථය පිහිටන පන්ති ප්‍රාන්තරය සොයන්න.

පන්ති ප්‍රාන්තර	සංඛ්‍යාතය (f)
0 – 20	8
20 – 40	10
40 – 60	20 ← 8 + 10 + 20
60 – 80	15
80 – 100	7
	60

- දැන් අපි පළමුව මුළු සංඛ්‍යාතය සෙවීමට ඉහත පරිදි සංඛ්‍යාත අගයන් සියල්ල ම එකතු කළ යුතු යි. එම අගය 60 වේ.
- ඉන් පසුව එම අගයෙන් හරි අඩක වටිනාකම සොයා ගත යුතු යි.

- මධ්‍යස්ථ පන්තියේ පිහිටීම $= \frac{\text{මුළු සංඛ්‍යාතය}}{2} = \frac{60}{2} = 30$

  ∴ මධ්‍යස්ථය පිහිටන්නේ 30 වැනි අය ගණන පිහිටන පන්ති ප්‍රාන්තරය තුළයි.
- එසේ මධ්‍යස්ථ පන්තියේ පිහිටීම දැක්වෙන අගය සංඛ්‍යාත තීරුවේ මුල සිට සංඛ්‍යාතයන් කීයක් එකතු කළ විට ලැබේදැයි සොයා ගත යුතු යි.

  එනම් 8 + 10 + 12 = 30 මෙම 30 වැනි අය ගණන පිහිටන්නේ 40 − 60 ප්‍රාන්තරය තුළයි.
- ඒ අනුව මධ්‍යස්ථ පන්තිය = 40 − 60

32.1 අභ්‍යාසය

1. පුද්ගලික සමාගමක් සතු මෝටර් රථ 100ක් එක්තරා මාසයකදී පාරිභෝජනය කළ ඉන්ධන ප්‍රමාණය (ලීටරවලින්) පිළිබඳ සමීක්ෂණයක දී පහත තොරතුරු ලබා ගන්නා ලදි.

ඉන්ධන ප්‍රමාණය (ලීටරවලින්)	40 − 50	50 − 60	60 − 70	70 − 80	80 − 90	90 − 100
මෝටර් රථ ගණන	10	16	30	18	15	11

(i) මෙම සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියේ මාත පන්තිය කුමක් ද?
(ii) මෙම සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියේ මධ්‍යස්ථ පන්තිය සොයන්න.

2. එක්තරා පලතුරු වෙළඳසැලක මාසයක් තුළ දිනපතා අලෙවි වූ පැණි කොමඩු කිලෝග්‍රෑම් ගණන ඇතුළත් සමූහිත ව්‍යාප්තියක් පහත දැක්වේ.

අලෙවි වූ පැණි කොමඩු ප්‍රමාණය	4 − 8	8 − 12	12 − 16	16 − 20	20 − 24	24 − 28	28 − 32
දින ගණන	4	6	12	8	10	7	3

(i) මෙම සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියේ මාත පන්තිය කුමක් ද?
(ii) මෙම සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියේ මධ්‍යස්ථ අඩංගු පන්ති ප්‍රාන්තරය සොයන්න.

32.3 සමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක මධ්‍යන්‍යය, මධ්‍ය අගය ඇසුරෙන් සෙවීම

අමු දත්ත වැලක මධ්‍යන්‍යය සෙවීමට දී ඇති අය ගණන් සියල්ලම එකතු කර දත්ත සංඛ්‍යාවෙන් බෙදූ විට ලබා ගන්නා පිළිතුර මධ්‍යන්‍යය යැයි ඔබ මීට පෙර ඉගෙන ඇත. දැන් අපි සමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක මධ්‍යන්‍යය සොයන්නේ කෙසේදැයි විමසා බලමු. ඊට පෙර පහත දැක්වෙන අසමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියේ මධ්‍යන්‍යය සෙවූ ආකාරය විමසා බලමු.

පහත දැක්වෙනුයේ එක්තරා පොල් වත්තකින් එක් මුරයක් තුළ පොල් ගස් 50කින් කඩා ගත් ගෙඩි ගණන් ඇතුළත් සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියකි.

ගසකින් කැඩූ ගෙඩි ගණන (x)	8	9	10	11	12	13	14	15
ගස් ගණන (සංඛ්‍යාතය)	1	2	4	14	10	8	6	5

මෙම සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තිය පහත පරිදි සකස් කර ගත යුතු යි.

ගසකින් කැඩූ ගෙඩි ගණන (x)	සංඛ්‍යාතය (f)	$f \times x$
8	1	$8 \times 1 = 8$
9	2	$9 \times 2 = 18$
10	4	$10 \times 4 = 40$
11	14	$11 \times 14 = 154$
12	10	$12 \times 10 = 120$
13	8	$13 \times 8 = 104$
14	6	$14 \times 6 = 84$
15	5	$15 \times 5 = 75$
	$\sum f = 50$	$\sum fx = 603$

ඉහත ආකාරයට වගුව සකස් කිරීමෙන්, පසුව මධ්‍යන්‍යය සෙවීමට සියලුම දත්තවල අගයන්ගේ එකතුව ($\sum fx$) දත්ත සංඛ්‍යාවෙන් ($\sum f$) බෙදිය යුතු ය.

$$\text{ඒ අනුව මධ්‍යන්‍යය} = \frac{\text{සියලුම දත්තවල අගයන්ගේ එකතුව}}{\text{දත්ත සංඛ්‍යාව}}$$

$$= \frac{\sum fx}{\sum f}$$

$$\text{මධ්‍යන්‍යය} = \frac{603}{50} = 12.06$$

ඉහත විස්තර කර ඇත්තේ අසමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක මධ්‍යන්‍යය සොයන ආකාරයයි. අය ගණන් කාණ්ඩවලට වෙන් කර ඇති සමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක මධ්‍යන්‍යය සෙවීමේදී එක් එක් පන්ති ප්‍රාන්තරවලට අනුරූප මධ්‍ය අගය සෙවිය යුතු යි. මේ සඳහා පහත නිදසුන විමසා බලමු.

නිදසුන 1

පහත දැක්වෙනුයේ එක්තරා ගමක නිවාස 100ක් මසක් තුළ පාවිච්චි කළ විදුලි ඒකක ගණන පිළිබඳ තොරතුරු ඇතුළත් සමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියකි.

මාසික විදුලි පරිභෝජනය (ඒකක)	50 – 60	60 – 70	70 – 80	80 – 90	90 – 100
නිවාස ගණන	10	25	30	20	15

දැන් අපි ඉහත වගුව පන්ති ප්‍රාන්තරවලට කාණ්ඩ කර තිබෙන නිසා මධ්‍යන්‍යය සෙවීමේදී $f \times x$ තීරයක් සකස් කළ යුතු යි. එහෙත් x සඳහා නිශ්චිත අගයක් නොමැති නිසා, x සඳහා පන්ති ප්‍රාන්තරවල මධ්‍ය අගය යොදා ගත යුතු යි. මෙහිදී x මගින් මුළු පන්ති ප්‍රාන්තරයේ සියලුම අය ගණන් නියෝජනය වේ යැයි උපකල්පනය කරමු. ඉන්පසුව ඉහත වගුවට මධ්‍ය අගය තීරයකුත්, $f \times x$ තීරයකුත් සම්බන්ධ කොට වගුවක් පිළියෙල කිරීමෙන් අනතුරුව මධ්‍යන්‍යය, $\frac{\sum fx}{\sum f}$ ලෙස ගෙන ගණනය කළ යුතු ය.

ඒ සඳහා පහත දැක්වෙන ආකාරයට වගුව පිළියෙල කරමු.

මාසික විදුලි පාරිභෝජනය	නිවාස ගණන	මධ්‍ය අගය (x)	$f \times x$
50 – 60	10	55	$10 \times 55 = 550$
60 – 70	25	65	$25 \times 65 = 1625$
70 – 80	30	75	$30 \times 75 = 2250$
80 – 90	20	85	$20 \times 85 = 1700$
90 – 100	15	95	$15 \times 95 = 1425$
	$\sum f = 100$		$\sum fx = 7550$

$$\text{මධ්‍යන්‍යය} = \frac{\sum fx}{\sum f}$$

$$= \frac{7550}{100} = 75.5$$

ඒ අනුව එක් නිවසක මාසික විදුලි පාරිභෝජනය = ඒකක 75.5

32.2 අභ්‍යාසය

1. ශිෂ්‍ය හිමිවරු 40 දෙනෙකු ඔවුන් නැවතී සිටින විහාරස්ථානවල සිට එක්තරා පිරිවෙණකට යාම සඳහා ගතවන කාලය (මිනිත්තුවලින්) පිළිබඳව ලබා ගත් තොරතුරු පහත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියෙන් දැක්වේ.

ගත වන කාලය (මිනිත්තු)	6 – 10	11 – 15	16 – 20	21 – 25	26 – 30	31 – 35
ශිෂ්‍ය හිමිවරු ගණන	4	9	15	4	5	3

(i) පන්ති ප්‍රාන්තරවල මධ්‍ය අගය තීරුව හා $f \times x$ තීරුව දැක්වෙන වගුවක් පිළියෙල කරන්න.

(ii) එමගින් මධ්‍යන්‍යය සොයන්න.

2. එක්තරා රූපවාහිනී යන්ත්‍ර නිෂ්පාදනය කරන ආයතනයක් එම නිෂ්පාදිත රූපවාහිනි වර්ගයේ ආයු කාලය හා රූපවාහිනී ගණන පිළිබඳව කළ සමීක්ෂණයක දී පහත සඳහන් තොරතුරු අනාවරණය වී ඇත.

ආයු කාලය (අවුරුදු)	රූපවාහිනී සංඛ්‍යාව
0 – 2	4
2 – 4	17
4 – 6	12
6 – 8	8
8 – 10	6
10 – 12	3

(i) මෙම වගුවට මධ්‍ය අගය තීරුව හා $f \times x$ තීරුව සම්බන්ධ කර වගුව සම්පූර්ණ කරන්න.

(ii) වගුව භාවිතයෙන් එක් රූපවාහිනියක මධ්‍යන්‍යය ආයු කාලය සොයන්න.

මිශ්‍ර අභ්‍යාසය

1. දී ඇති වගුව භාවිතයෙන් පහත දක්වා ඇති ප්‍රශ්නවලට දී ඇති පිළිතුරු නිවැරදි නම් ✓ ලකුණ ද වැරදි නම් × ලකුණ ද යොදන්න.

පන්ති ප්‍රාන්තර	11 – 15	16 – 20	21 – 25	26 – 30	31 – 35	36 – 40	41 – 45	46 – 50
සංඛ්‍යාතය	2	6	10	12	11	5	3	1

(i) මාතය අඩංගු පන්ති ප්‍රාන්තරය 26 – 30 වේ. ☐
(ii) මධ්‍යස්ථය අඩංගු පන්ති ප්‍රාන්තරය 21 – 25 වේ. ☐
(iii) මෙහි අය ගණන් 50ක් තිබේ. ☐
(iv) මෙහි සෑම පන්තියක ම තරම 5ක් වේ. ☐
(v) 16 – 20 පන්ති ප්‍රාන්තරයේ මධ්‍ය අගය 19 වේ. ☐

2. එක්තරා දුරකථන කුටියකින් ලබා ගන්නා ලද දුරකථන ඇමතුම් ගණන සහ ඒ සඳහා ගත කළ කාලය (තත්පර) ඇතුළත් සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක් පහත දැක්වේ.

ඇමතුම් කාලය (තත්පරවලින්)	ඇමතුම් ගණන (සංඛ්‍යාතය)
0 – 20	4
20 – 40	5
40 – 60	10
60 – 80	15
80 – 100	12
100 – 120	10
120 – 140	3
140 – 160	1

වගුව ඇසුරෙන් පහත දැක්වෙන ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සපයන්න.
(i) මාත පන්තිය කුමක් ද?
(ii) මධ්‍යස්ථය අඩංගු පන්තිය කුමක්දැයි සොයන්න.
(iii) එක් දුරකථන ඇමතුමක් සඳහා ගත කළ මධ්‍යන්‍යය කාලය සොයන්න.
(iv) ඒ අනුව ඇමතුම් 100ක් සඳහා ගතවන කාලය ආසන්න මිනිත්තුවලින් සොයන්න.

සාරාංශය

- සමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක වැඩි ම අගයට අනුරූප පන්ති ප්‍රාන්තරය මාත පන්තිය ලෙස හඳුන්වයි.
- සමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක මධ්‍යස්ථ පන්තියේ පිහිටීම මුළු සංඛ්‍යාතය 2න් බෙදීමෙන් ලැබෙන අය ගණනට අනුරූප පිහිටීම වේ.
- සමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක මධ්‍යන්‍යය සෙවීමට මධ්‍ය අගය තීරුවක් හා $f \times x$ තීරුවක් සකස් කළ යුතු ය.
- මධ්‍යන්‍යය අගය $\frac{\sum fx}{\sum f}$ මගින් ලබා ගත හැකි ය.

33 පරිමාණ රූප

මෙම පාඩම අධ්‍යයනය කිරීමෙන් ඔබට,

- දිගංශය, ආරෝහණ කෝණය, අවරෝහණ කෝණය හඳුනා ගැනීමට,
- වස්තුවක පිහිටීම නිරූපණය කිරීම සඳහා දිගංශය, ආරෝහණ කෝණය සහ අවරෝහණ කෝණය භාවිත කිරීමට,
- පරිමාණ රූප ඇසුරෙන් ගණනය කිරීම් සිදු කිරීමට

හැකියාව ලැබේ.

සැබෑ රූපයේ මිනුම් කිසියම් අනුපාතයක් අනුව වෙනස් කර එහි හැඩය නොවෙනස් වන ආකාරයට නිර්මාණය කර ඇති රූප, පරිමාණ රූප ලෙස හඳුන්වන බව ඔබ මීට ඉහත ශ්‍රේණියේ දී ඉගෙන ගෙන ඇත.

තිරස් තලයේ පරිමාණ රූප

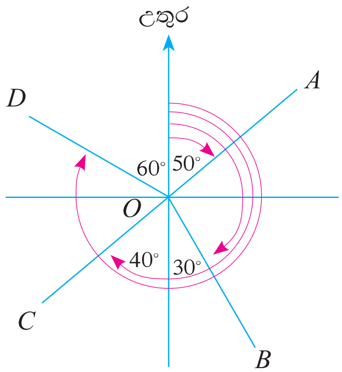
පොළොවට සමාන්තර තලය, තිරස් තලයයි. ගොඩබිම, මුහුදක මතුපිට, වැවක මතුපිට, නිවසේ බිමක මතුපිට, තිරස් ආකාරයට පිහිටා ඇති අවස්ථා සඳහා උදාහරණ කීපයකි. තිරස් තලයේ පිහිටි වස්තූන්හි පිහිටීම දැක්වීම සඳහා දිගංශය යොදා ගැනේ.

33.1 දිගංශය

ඔබ නැගෙනහිර දිශාව දෙසට යොමු වී සිටින අවස්ථාවක බටහිර දිශාව දෙසට යොමු වීමට වුවමනා වුවහොත් ඔබට දක්ෂිණාවර්තව 180°ක් භ්‍රමණය වීමෙන් හෝ වාමාවර්තව 180°ක් භ්‍රමණය වීමෙන් හෝ බටහිර දිශාව දෙසට යොමු වීමට හැකි ය. එනම් එක දිශාවක සිට තවත් දිශාවකට යොමු වීම සඳහා ආකාර දෙකක් ඇත. මෙම ආකාර දෙකෙන් සම්මත කර ගත් එක ආකාරයක් පමණක් දිගංශය සඳහා යොදා ගනු ලැබේ.

දිගංශය යනු එක ස්ථානයක සිට තවත් ස්ථානයක් දෙසට උතුරු දිශාවේ සිට දක්ෂිණාවර්තව මනිනු ලබන කෝණයයි. එමනිසා දිගංශය කෝණ මිනුමක් ලෙසින් ද හැඳින්විය හැකි ය. දිගංශය දැක්වීමේදී පහත කරුණු කෙරෙහි සැලකිලිමත් විය යුතු ය.

- උතුරු දිශාවේ සිට දක්ෂිණාවර්තව මනිනු ලැබීම.
- ඉලක්කම් තුනකින් ප්‍රකාශ කිරීම.

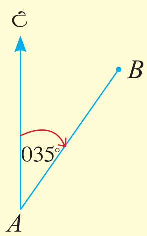


★ O සිට A හි දිගංශය 050° කි.
★ O සිට B හි දිගංශය 150° කි.
★ O සිට C හි දිගංශය 220° කි.
★ O සිට D හි දිගංශය 300° කි.

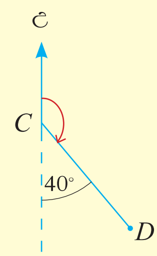
නිදසුන 1

පහත අවස්ථා රූප සටහන්වලින් දක්වන්න.

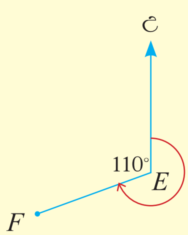
(i) A සිට B හි දිගංශය 035° කි.



(ii) C සිට D හි දිගංශය 140° කි.



(iii) E සිට F හි දිගංශය 250° කි.

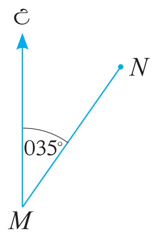


33.1 අභ්‍යාසය

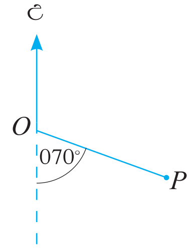
1. පහත දිගංශයන් වෙන වෙන ම රූප සටහන්වල දක්වන්න.
   (i) P සිට Q හි දිගංශය 040° කි.
   (ii) R සිට S හි දිගංශය 120° කි.
   (iii) K සිට L හි දිගංශය 180° කි.
   (iv) M සිට N හි දිගංශය 240° කි.
   (v) X සිට Y හි දිගංශය 330° කි.

2. පහත රූපවලට අනුව ඒවාට අදාළ දිගංශ වචනයෙන් ලියන්න.

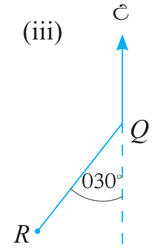
(i)



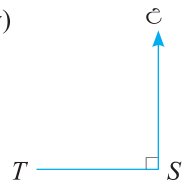
(ii)



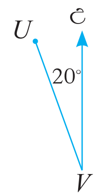
(iii)



(iv)

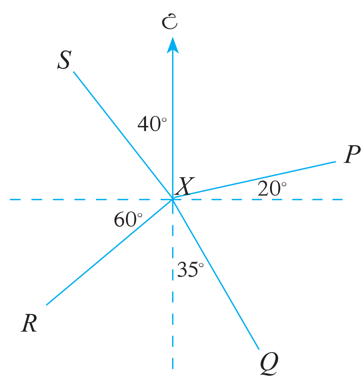


(v)



3. ඉඩමක පිහිටි දොඩම් ගසක් අසල සිට බලන විට අඹ, පේර සහ නෙල්ලි ගස්වල දිගංශයන් පිළිවෙළින් 060°, 140°, 230° වේ. ඒවා රූප සටහනක දක්වන්න.

4. රූපයට අනුව X හි සිට P, Q, R, S හි දිගංශයන් ලියන්න.



33.2 දිගංශය ඇසුරෙන් පරිමාණ රූප ඇඳීම

තිරස් තලයේ ඇති ස්ථානවල පිහිටීම දිගංශය ඇසුරෙන් ප්‍රකාශ කළ හැකි ය. ඒවා අතර ඇති දුර ප්‍රමාණ පරිමාණ රූප ඇඳීම මගින් ගණනය කර ගත හැකි වේ.

පරිමාණ රූපයක් ඇඳීමේ දී පහත සඳහන් පියවර අනුගමනය කරන්න.
1. දළ රූප සටහනක් ඇඳ එහි දත්තයන් ඇතුළත් කිරීම
2. සුදුසු පරිමාණයක් තෝරා ගැනීම
3. එම පරිමාණයට අනුව දී ඇති සැබෑ දුරවලට අනුරූප පරිමාණ රූපයේ දුර ගණනය කිරීම
4. එම දුරවලට අනුව පරිමාණ රූපය ඇඳීම

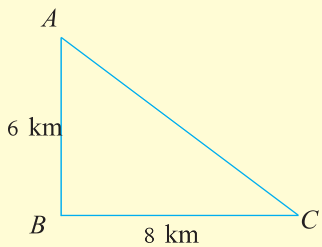
නිදසුන් කීපයක් සලකා බලමු.

නිදසුන 1

A සිට 180°ක දිගංශයකින් සහ 6 km දුරින් B ද B සිට 090° දිගංශයකින් සහ 8 km දුරින් C ද පිහිටා ඇත.

(i) දළ සටහනක් ඇඳ එහි දත්ත ලකුණු කරන්න.
(ii) සුදුසු පරිමාණයක් ගෙන පරිමාණ රූපයක් අඳින්න.
(iii) A සිට C හි දිගංශය සොයන්න.
(iv) C සිට A හි දිගංශය සොයන්න.
(v) A හා C අතර දුර ගණනය කරන්න.

(i)



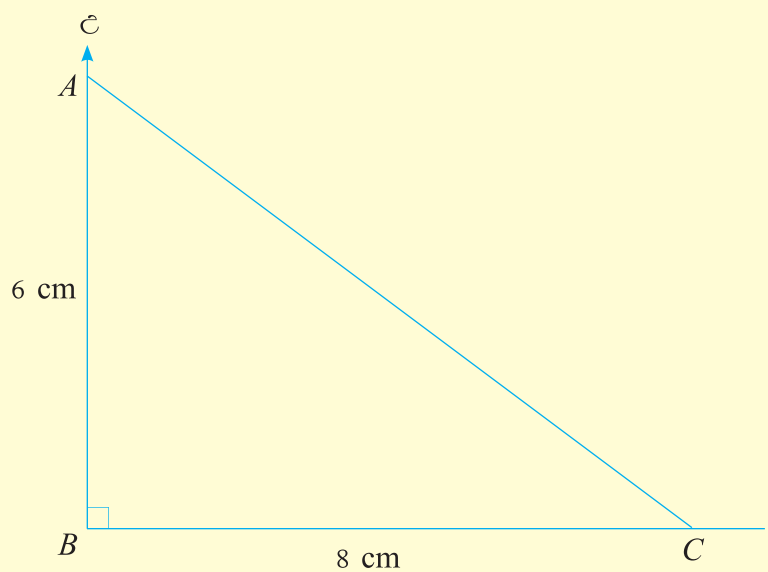
(ii) පරිමාණය

පරිමාණ රූපයේ 1 cm කින් සැබෑ දුර 1 kmක් දක්වමු.

1 cm ⟶ 1 km

- පරිමාණයට අනුව AB දුර 6 cmක් හා BC දුර 8 cmක් වේ.
- තිරස් රේඛා ඛණ්ඩයක් ඇඳ එය මත B ලකුණු කර එතැන් සිට 8 cm දුරින් C ලකුණු කරමු.
- කෝණමානය භාවිත කර හෝ අන් ක්‍රමයකින් B හි දී සිරස් රේඛා ඛණ්ඩයක් නිර්මාණය කර එය මත B සිට 6 cm දුරින් A ලකුණු කරමු.
- BC යා කරමු.

පරිමාණ රූපය



(iii) උතුරු දිශාව සහ AC අතර කෝණය මැන ගත් විට A සිට C හි දිගංශය ලැබේ.

A සිට C හි දිගංශය $= 127^\circ$

(iv) $A\hat{C}B$ කෝණය මැන එයට 270°ක් එකතු කළ විට C සිට A හි දිගංශය ලැබේ.

$A\hat{C}B = 37^\circ$

C සිට A හි දිගංශය $= 270^\circ + 037^\circ$

$= 307^\circ$

(v) A සහ C අතර පරිමාණ රූපයේ දිග $= 10$ cm

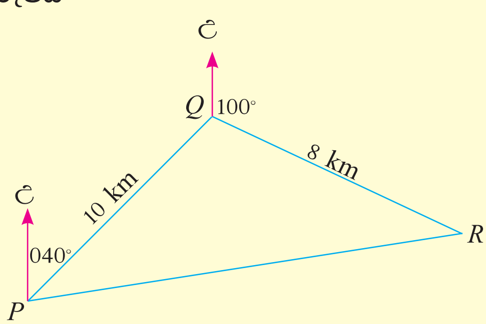
A සහ C අතර සැබෑ දුර $= 10$ km

නිදසුන 2

P නගරයෙන් ගමන් ආරම්භ කරන මෝටර් රථයක් 040° දිගංශයකින් 10 km දුරක් ගමන් කර Q නගරය වෙතට පැමිණේ. එතැන් සිට 100° දිගංශයකින් 8 km දුර ගමන් කර R නගරය වෙතට පැමිණේ.

(i) දළ රූප සටහනක් ඇඳ දත්ත ලකුණු කරන්න.
(ii) සුදුසු පරිමාණයක් තෝරා ගෙන එය අනුපාතයක් ලෙස දක්වන්න.
(iii) එම පරිමාණයට අනුව දුර ගණනය කර පරිමාණ රූපය අඳින්න.
(iv) P සිට R හි දිගංශය ගණනය කරන්න.
(v) P සහ R නගර අතර දුර ගණනය කරන්න.

(i) දළ රූපය



(ii) පරිමාණය

පරිමාණ රූපයේ 1 cm කින් සැබෑ දුර 2 km ලෙස සලකමු.

1 cm ⟶ 2 km

පරිමාණය අනුපාතයක් ලෙස දැක්වීම.

1 cm ⟶ 2 km
1 cm ⟶ 2×1000 m
1 cm ⟶ 2000×100 cm
1 cm ⟶ 200 000 cm

1 : 200 000

(iii) PQ සැබෑ දුර $= 10 \text{ km}$

PQ පරිමාණ රූපයේ දුර $= \frac{10}{2} \text{ cm}$

$= 5 \text{ cm}$

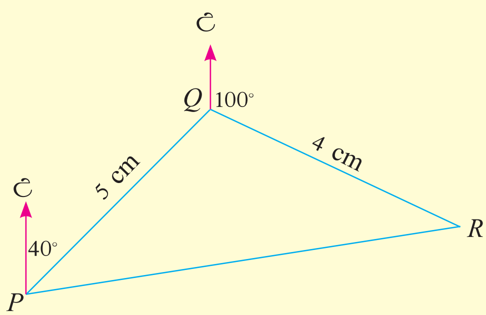
QR සැබෑ දුර $= 8 \text{ km}$

QR පරිමාණ රූපයේ දුර $= \frac{8}{2} \text{ cm}$

$= 4 \text{ cm}$

- කඩදාසිය මත P ලක්ෂ්‍යය ලකුණු කර P සිට උතුරු දිශාව සළකුණු කර ගන්න. P සිට දක්ෂිණාවර්තව $40°$ක කෝණයක් නිර්මාණය වන රේඛාව අඳින්න. එය මත P සිට 5 cm දුරින් Q ලක්ෂ්‍යය ලකුණු කරන්න.
- Q සිට උතුරු දිශාව සළකුණු කර ගන්න. Q සිට දක්ෂිණාවර්තව $100°$ක කෝණයක් නිර්මාණය වන රේඛාව අඳින්න. එය මත Q සිට 4 cm දුරින් R ලක්ෂ්‍යය ලකුණු කරන්න.
- PR යා කරන්න.

පරිමාණ රූපය



(iv) උතුරු දිශාව සහ PR රේඛාව අතර කෝණය මැන ගත් විට එය P සිට R හි දිගංශය වේ.

P සිට R හි දිගංශය $= 066°$

(v) P සහ R අතර පරිමාණ රූපයේ දිග $= 7.9 \text{ cm}$

P සහ R නගර අතර සැබෑ දුර $= 7.9 \times 2 \text{ km}$

$= 15.8 \text{ km}$

33.2 අභ්‍යාසය

1. පහත එක් එක් අවස්ථාවට අදාළ පරිමාණය අනුපාතයක් ලෙස දක්වන්න.

(i) 1 cm කින් 5 mක් දැක්වීම (ii) 1 cm කින් 12 mක් දැක්වීම

(iii) 1 cm කින් 1 kmක් දැක්වීම (iv) 1 cm කින් 3 kmක් දැක්වීම

(v) 1 cm කින් $\frac{1}{2}$ kmක් දැක්වීම (vi) 1 cm කින් 0.25 kmක් දැක්වීම

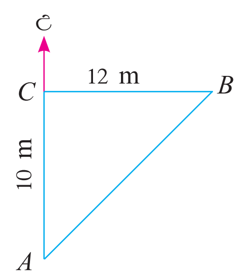
2. පහත දක්වා ඇති පරිමාණයට අනුව, දී ඇති සැබෑ දිගට අදාළ පරිමාණ රූපයෙන් නිරූපණය වන දිග ගණනය කරන්න.

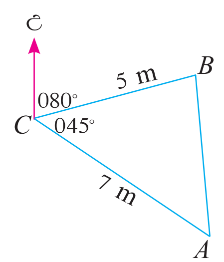
(i) 1 cm ⟶ 1 m විට 10 mක් දැක්වීමට
(ii) 1 cm ⟶ 2 m විට 12 mක් දැක්වීමට
(iii) 1 cm ⟶ 5 m විට 30 mක් දැක්වීමට
(iv) 1 cm ⟶ 3 km විට 18 kmක් දැක්වීමට
(v) 1 cm ⟶ 4 km විට 20 kmක් දැක්වීමට
(vi) 1 cm ⟶ $\frac{1}{2}$ km විට 3 kmක් දැක්වීමට

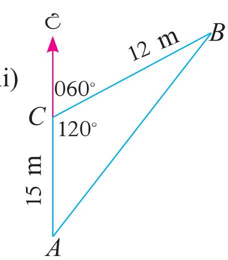
3. පහත පරිමාණයට අනුව, දී ඇති පරිමාණ රූපයේ දිගට අදාළ වන සැබෑ දිග ගණනය කරන්න.

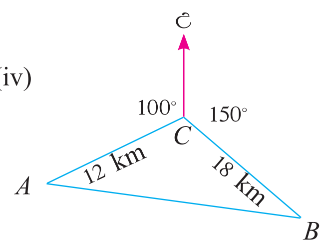
(i) 1 cm ⟶ 2 m විට 2 cmක් මගින්
(ii) 1 cm ⟶ 4 m විට 3 cmක් මගින්
(iii) 1 cm ⟶ 7 m විට 5 cmක් මගින්
(iv) 1 cm ⟶ 3 km විට 8 cmක් මගින්
(v) 1 cm ⟶ 5 km විට 6 cmක් මගින්
(vi) 1 cm ⟶ $\frac{1}{2}$ km විට 10 cmක් මගින්

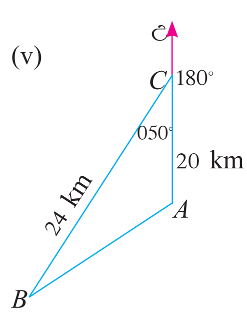
4. දිගංශ ඇසුරෙන් පහත දී ඇති අවස්ථා සඳහා පරිමාණ රූපය බැගින් ඇඳ *AB* මගින් නිරූපණය වන සැබෑ දිග ගණනය කරන්න.

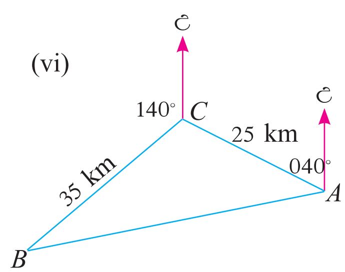
(i)


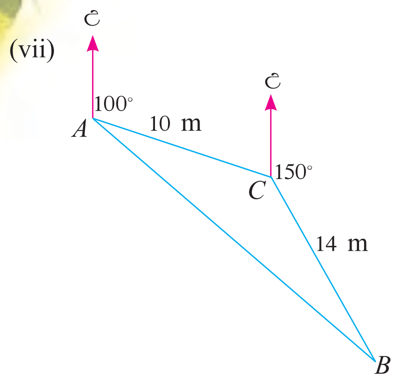
(ii)


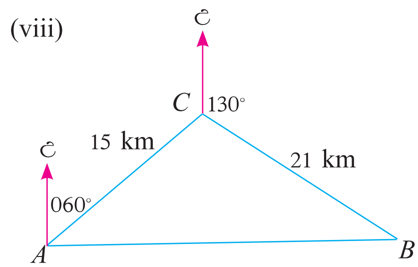
(iii)


(iv)


(v)


(vi)






5. ළමයෙකු නිවසේ සිට 180°ක දිගංශයකින් 500 m දුර ගමන් කර පුස්තකාලය වෙත පැමිණේ. පුස්තකාලයේ සිට 090°ක දිගංශයකින් 700 m දුර ගමන් කර ක්‍රීඩා පිටිය වෙත පැමිණේ.
  (i) දළ සටහනක් ඇඳ ඉහත තොරතුරු ලකුණු කරන්න.
  (ii) සුදුසු පරිමාණයක් තෝරා ගෙන පරිමාණ රූපයක් අඳින්න.
  (iii) නිවසේ සිට ක්‍රීඩා පිටියට ඇති දුර සොයන්න.
  (iv) නිවසේ සිට ක්‍රීඩා පිටියෙහි දිගංශය සොයන්න.

6. A නම් ස්ථානයක පිහිටි ප්‍රදීපාගාරයක් අසල මුහුදේ සිට ගමන් ආරම්භ කරන බෝට්ටුව 120° දිගංශයකින් 12 kmක් ගමන් කර මුහුදේ නවතා ඇති B නැව වෙත පැමිණ එතැන් සිට 180°ක දිගංශයකින් 10 km දුර ගමන් කර C නම් ස්ථානයට පැමිණේ.
  (i) දළ සටහනක් ඇඳ ඉහත දත්තයන් ලකුණු කරන්න.
  (ii) සුදුසු පරිමාණයක් තෝරා ගෙන එය අනුපාතයක් ලෙස දක්වන්න.
  (iii) පරිමාණ රූපයක් අඳින්න.
  (iv) ප්‍රදීපාගාරය සහ C අතර දුර ගණනය කරන්න.
  (v) ප්‍රදීපාගාරයේ සිට C හි දිගංශය සොයන්න.

7. නැගෙනහිර සිට බටහිරට ගලා බසින ගංගාවක එක ඉවුරක L නම් ස්ථානයේ සිටින අරුණ හරි කෙළින් අනික් ඉවුරේ M හි සිටින ජීවන්ව දකී. ජීවන් ගඟ ඉවුර දිගේ 090° දිගංශයකින් 100 mක් දුරින් වූ N ස්ථානයට ගමන් කරයි. දැන් ජීවන්ට අරුණව 240°ක දිගංශයකින් දක්නට ලැබේ. පරිමාණ රූපයක් ඇසුරෙන් ගඟේ පළල සොයන්න.

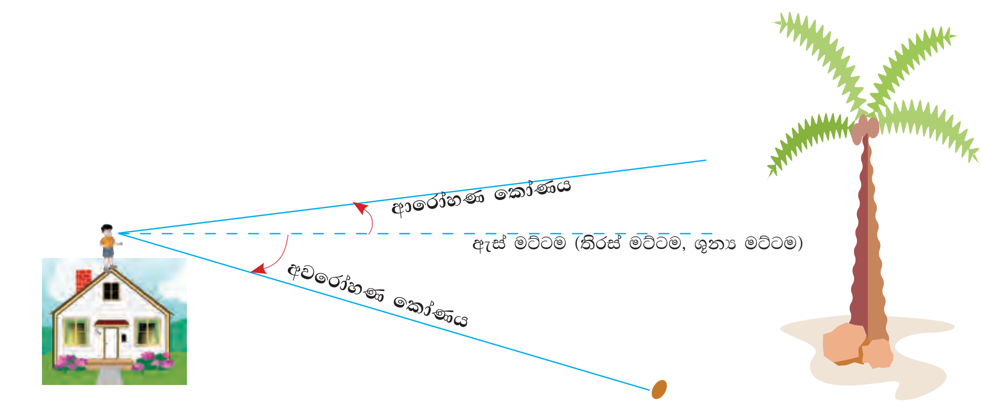
8. H නම් වරායේ සිටින නිරීක්ෂකයෙකු 030° දිගංශයකින් 1600 m දුරින් මුහුදේ නැංගුරම් ලා ඇති නැවක් දකී. එම අවස්ථාවේ දී ම 080° දිගංශයකින් හා 1200 mක් දුරින් 60 kmh^{-1} වේගයෙන් නැව දෙසට ගමන් කරන බෝට්ටුවක් දකී.
  (i) දළ සටහනක් ඇඳ දත්තයන් ලකුණු කරන්න.
  (ii) සුදුසු පරිමාණයක් ගෙන පරිමාණ රූපයක් අඳින්න.
  (iii) නිරීක්ෂණය කළ අවස්ථාවේ බෝට්ටුව සහ නැව අතර දුර සොයන්න.
  (iv) එම අවස්ථාවේ දී බෝට්ටුවේ සිටින මිනිසෙකු නැව දකින දිගංශය සොයන්න.
  (v) බෝට්ටුව නැව වෙතට ළඟා වීමට ගතවන කාලය සොයන්න.

9. උස ගොඩනැගිල්ලක ඉහළ මාලයක සිටින A නම් ළමයෙකු එම තිරස් මට්ටමේ ම ගොඩනැගිල්ලේ සිට 700 m ක් දුරින් වූ ගසක සිටින B නම් කුරුල්ලෙකු 200°ක දිගංශයකින් දකී. කුරුල්ලා එම තිරස් මට්ටමේ ම පිහිටි T නම් කුළුණක මුදුන වෙතට 270°ක දිගංශයකින් පියඹා යයි. දැන් A සිට බලන විට කුළුණ මුදුනේ සිටින කුරුල්ලා 240°ක දිගංශයකින් දකී.
   (i) දළ සටහනක් ඇඳ ඉහත දත්තයන් ලකුණු කරන්න.
   (ii) සුදුසු පරිමාණයක් ගෙන පරිමාණ රූපයක් අඳින්න.
   (iii) ගස සහ කුළුණ අතර දුර සොයන්න.
   (iv) ළමයා සහ කුළුණ අතර දුර සොයන්න.

10. මුහුදු වෙරළේ 500 m ක් ඈතින් සිටින A සහ B නම් ළමයින් දෙදෙනෙකු ඈත මුහුදේ නවතා ඇති නැවක් 040° සහ 320°ක දිගංශයකින් නිරීක්ෂණය කරයි. පරිමාණ රූපයක් ඇඳ ඒ ඇසුරෙන් නැවේ සිට මුහුදු වෙරළට ඇති කෙටි ම දුර ගණනය කරන්න.

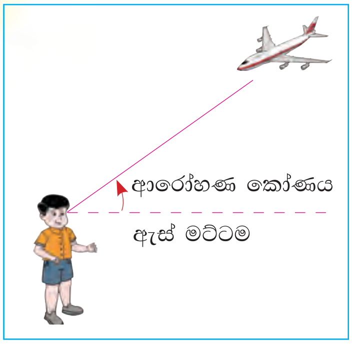
33.3 ආරෝහණ කෝණය සහ අවරෝහණ කෝණය

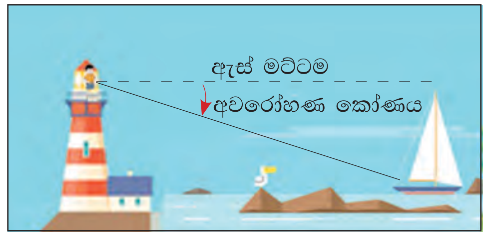
පොළොව තිරස් තලය ලෙස සැලකූ විට එම තිරස් තලයට ලම්බ වන තලය සිරස් තලය ලෙස හැඳින්වේ. මෙම සිරස් තලය තුළ පිහිටි වස්තුවල පිහිටීම පිළිබඳ ව තොරතුරු ඉදිරිපත් කිරීමේ දී ආරෝහණ කෝණය සහ අවරෝහණ කෝණය භාවිත වේ.



නිවසක වහලය මත සිටින ළමයෙකු අසල පිහිටි උස පොල් ගසක් දෙස බලන ආකාරය ඉහත රූපයේ දැක්වේ.

- ළමයා පොල් ගසේ පිහිටි පොල් ගෙඩියක් දෙස බලන විට ඔහුගේ ඇස, ඇස් මට්ටමේ (තිරස් මට්ටම, ශූන්‍ය මට්ටම) සිට ඉහළට යොමු කළ යුතු ය. එසේ ඉහළට ඇස යොමු කරන විට සෑදෙන කෝණය ආරෝහණ කෝණය ලෙස හැඳින්වේ.
- ළමයා පොල් ගස මුල ඇති ගසෙන් වැටුණු පොල් ගෙඩියක් දෙස බලන විට ඔහුගේ ඇස, ඇස් මට්ටමේ (තිරස් මට්ටම, ශූන්‍ය මට්ටම) සිට පහළට යොමු කළ යුතු ය. එසේ පහළට ඇස යොමු කරන විට සෑදෙන කෝණය අවරෝහණ කෝණය ලෙස හැඳින්වේ.





ප්‍රදීපාගාරය

ඇස් මට්ටම ශූන්‍ය මට්ටම ලෙස සලකා,

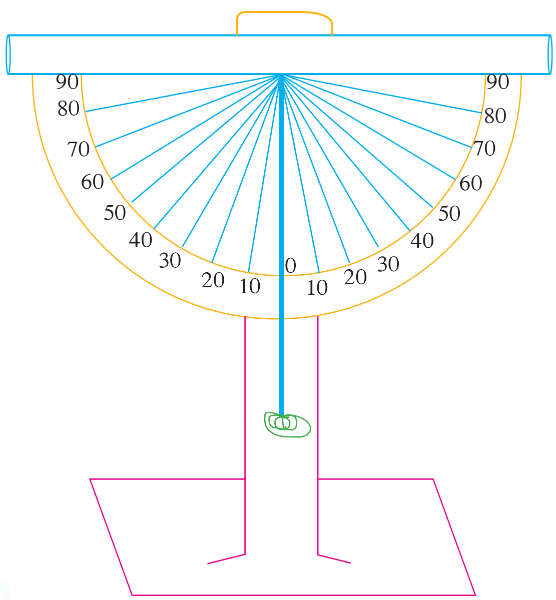
- ඇස් මට්ටමේ සිට ඉහළට නිර්මාණය වන කෝණ ආරෝහණ කෝණ ලෙස මනිනු ලැබේ.
- ඇස් මට්ටමේ සිට පහළට නිර්මාණය වන කෝණ අවරෝහණ කෝණ ලෙස මනිනු ලැබේ.

33.3 අභ්‍යාසය

1. (i) ආරෝහණ කෝණය යනු කුමක් දැයි විස්තර කරන්න.
   (ii) අවරෝහණ කෝණය යනු කුමක් දැයි විස්තර කරන්න.
2. ආරෝහණ කෝණ නිර්මාණය වන ආකාරයේ නිරීක්ෂණ 5ක් ලියන්න.
3. අවරෝහණ කෝණ නිර්මාණය වන ආකාරයේ නිරීක්ෂණ 5ක් ලියන්න.

33.4 ආනතිමානය (ක්ලයිනෝ මීටරය)

යම් පිහිටීමක් සඳහා වන ආරෝහණ කෝණය සහ අවරෝහණ කෝණය මැන ගැනීම සඳහා ආනතිමානය යොදා ගනු ලැබේ. සරල ආනතිමානයක් නිර්මාණය කර ගැනීම සඳහා පහත ක්‍රියාකාරකමේ නියැලෙන්න.



ක්‍රියාකාරකම 1

පියවර 1 - අරය 10 cm පමණ වන අර්ධ වෘත්තයක්, කාඩ්බෝඩ් එකකින් කපා ගන්න.

පියවර 2 - වක්‍ර දාරයේ දෙකෙළවරේ 90° ලෙස ද වක්‍ර දාරයේ හරි මැද 0° ලෙස ද වන ලෙස 0° සිට 90° දක්වා දෙපසට අංකනය කර ගන්න.

පියවර 3 - අර්ධ වෘත්තයේ සරල දාරය දිගේ බීම බටයක් සවි කරගන්න.

පියවර 4 - ආධාරකයක් සකස් කර ගන්න.

පියවර 5 - අර්ධ වෘත්තයේ කේන්ද්‍රය ඇණයක් යොදා ගෙන ආධාරකයේ සවි කරන්න. (එම ඇණය වටා කර කැවීමට හැකිවන ලෙස සවි කරන්න.)

පියවර 6 - 10 cm ට වඩා දිග නූලක් ගෙන එක කෙළවරක කුඩා බරක් ගැට ගසා අනික් කෙළවර අර්ධ වෘත්තයේ කේන්ද්‍රයේ ඇති ඇණයේ ගැට ගසන්න.

ඉහත පියවර අනුව උපකරණය සකස් කළ විට ඔබට සරල ආනතිමානයක් ලැබේ.

33.4 අභ්‍යාසය

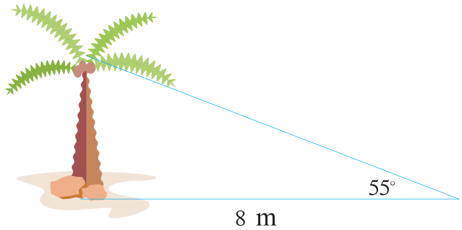
1. ආනතිමානයක් ආධාරයෙන් සුදුසු ස්ථානයක සිට එක් එක් අවස්ථාව සඳහා ආරෝහණ කෝණය ගණනය කර ගන්න. තිරස් දුර මැන ගෙන එක් එක් අවස්ථාව සඳහා රූප සටහන බැගින් අඳින්න.

(i) පොල් ගසක මුදුන	(ii) බෝ ගසේ මුදුන
(iii) සණ්ඨාර කුළුණේ මුදුන	(iv) චෛත්‍යයේ මුදුන
(v) විදුලි පහන් කණුවක මුදුන	(vi) පිරිවෙන් ශාලාවේ මුදුන

33.5 සිරස් තලයේ පරිමාණ රූප

ආරෝහණ සහ අවරෝහණ කෝණ ඇසුරෙන් සිරස් තලයේ පිහිටීම් හඳුනා ගන්නා ආකාරය අප ඉහත දී ඉගෙන ගන්නා ලදී. පරිමාණ රූප ඇසුරෙන් සිරස් තලයේ අවස්ථා සඳහා ගණනය කිරීම් සිදු කරන ආකාරය දැන් සලකා බලමු.

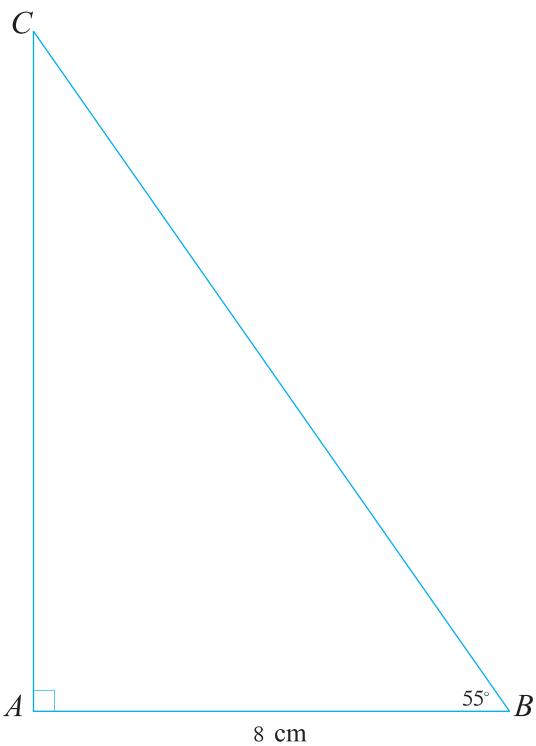
පොල් ගසකට 8 mක් දුර සිට එහි මුදුනේ ආරෝහණ කෝණය 55°ක් ලෙස සොයා ගෙන ඇත. පරිමාණ රූපයක් ඇසුරෙන් පොල් ගසේ උස සොයමු.



සුදුසු පරිමාණයක් තෝරා ගනිමු.

පරිමාණ රූපයේ 1 cm කින් සැබෑ දුර 1 mක් ලෙස පරිමාණය ගනිමු. 1 cm $\longrightarrow$ 1 m

- පරිමාණයට අනුව 8 m නිරූපණය කිරීම සඳහා 8 cm දිග රේඛා ඛණ්ඩයක් අඳිමු. එය AB ලෙස නම් කරමු.
- කෝණමානය භාවිත කර A හි දී $90°$ක කෝණයක් සහ B හි දී $55°$ක කෝණයක් නිර්මාණය කරමු.
- එම කෝණ නිර්මාණ රේඛා හමුවන ස්ථානය C ලෙස ගනිමු.



පරිමාණ රූපයට අනුව AC හි දිග ඇසුරෙන් පොල් ගසේ උස ලැබේ.

පරිමාණ රූපයේ AC දිග $= 11.4$ cm

1 cm $\longrightarrow$ 1 m නිරූපණය වන නිසා

පොල් ගසේ උස $= 11.4 \text{ cm} \times 1 \text{ m}$

$= 11.4$ m

නිදසුන 1

70 m උස ගොඩනැගිල්ලක ඉහළ ම මහලේ සිටින මිනිසෙකු ඈත පිහිටි පොකුණක් 30°ක අවරෝහණ කෝණයකින් දකී.

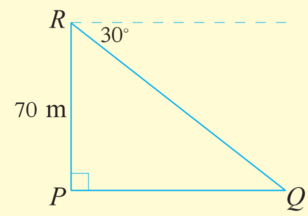
(i) දළ රූප සටහනක් ඇඳ තොරතුරු දක්වන්න.

(ii) සුදුසු පරිමාණයක් තෝරා ගන්න.

(iii) පරිමාණ රූපයක් අඳින්න.

(iv) ගොඩනැගිල්ලේ සිට පොකුණ අසලට ඇති තිරස් දුර සොයන්න.

(i) මිනිසා R, පොකුණ Q, ගොඩනැගිල්ලේ පාමුල P, ලෙස ගනිමු.



(ii) පරිමාණය

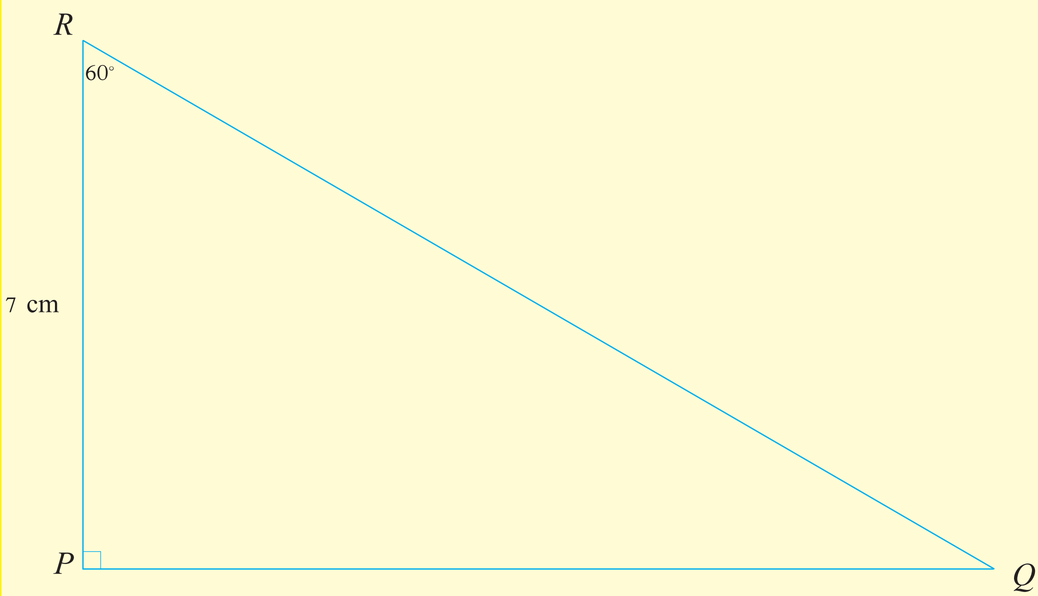
පරිමාණ රූපයේ 1 cm කින් සැබෑ දුර 10 m ලෙස පරිමාණය ගනිමු.

1 cm ⟶ 10 m

(iii) • පරිමාණයට අනුව 70 m නිරූපණය කිරීම සඳහා 7 cm දිග රේඛා ඛණ්ඩයක් සිරස් ලෙස අඳිමු. එය PR ලෙස නම් කරමු.

• කෝණමානය භාවිත කර P හි දී 90°ක කෝණයක් සහ R හි දී 60°ක ($PRQ = 90^{\circ} - 30^{\circ} = 60^{\circ}$) කෝණයක් නිර්මාණය කරමු.

• එම කෝණ නිර්මාණ රේඛා දෙක හමුවන ලක්ෂ්‍යය Q ලෙස ගනිමු.



(iv) පරිමාණයට අනුව PQ හි දිග මගින් ගොඩනැගිල්ල සහ පොකුණ අතර දුර ලැබේ.

පරිමාණ රූපයේ PQ දිග = 12.1 cm

1 cm ⟶ 10 m නිරූපණය වන නිසා

ගොඩනැගිල්ල සහ පොකුණ අතර දුර = 12.1×10 m

= 121 m

පරිමාණ රූප ඇඳීමේ දී අතිකුත් දිග ප්‍රමාණ සමග සසඳන විට නිරීක්ෂණය කරන පුද්ගලයාගේ උස කුඩා නිසා එය නොසලකා හරිනු ලැබේ.

නිදසුන 2

වතුර ටැංකියක් මුදුනේ සිටින පුද්ගලයෙකු එම වතුර ටැංකියේ සිට 27 mක් ඈතින් පිහිටි කුළුණක මුදුනේ ආරෝහණ කෝණය 40°ක් ලෙස ද කුළුණ පාමුල අවරෝහණ කෝණය 30°ක් ලෙස ද නිරීක්ෂණ කරයි.

(i) දළ රූප සටහනක් ඇඳ තොරතුරු දක්වන්න.

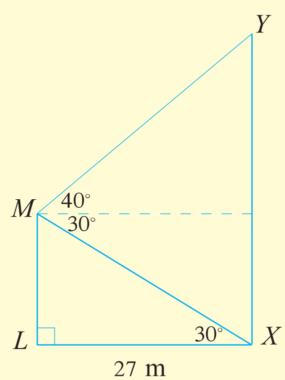
(ii) සුදුසු පරිමාණයක් ගෙන එය අනුපාතයක් ලෙස දක්වන්න.

(iii) පරිමාණ රූපයක් අඳින්න.

(iv) කුළුණේ උස සොයන්න.

(v) වතුර ටැංකියේ උස සොයන්න.

(i) කුළුණ XY ලෙස ද වතුර ටැංකියේ පාමුල L ලෙස ද මිනිසා M ලෙස ද සලකමු.



(ii) පරිමාණය

පරිමාණ රූපයේ 1 cmක් මගින් සැබෑ රූපයේ 3 mක් නිරූපණය වන ලෙස පරිමාණය සලකමු.

1 cm ⟶ 3 m

1 cm ⟶ 3×100 cm

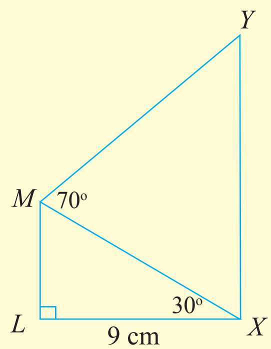
1 cm ⟶ 300 cm

පරිමාණ අනුපාතයක් ලෙස දැක්වූ විට,

1 : 300

(iii)

- පරිමාණයට අනුව 27 m නිරූපණය කිරීම සඳහා 9 cm රේඛා ඛණ්ඩයක් ඇඳ එය LX ලෙස නම් කරමු.
- L සහ X හි දී කෝණමානය භාවිත කර හෝ වෙනත් ක්‍රමයකින් 90° බැගින් නිර්මාණය කරමු.
- M ලක්ෂ්‍යය නොදන්නා නිසා ඒකාන්තර කෝණ භාවිතයෙන් $M\hat{X}L = 30^{\circ}$ ලෙස ගෙන X හි දී 30°ක කෝණයක් නිර්මාණය කරමු.
- X හි දී ඇඳි 30° රේඛාව ඇසුරෙන් M ලක්ෂ්‍යය ලබා ගනිමු.
- M හි දී 70°ක් නිර්මාණය කර එම රේඛාව ඇසුරෙන් Y ලක්ෂ්‍යය ලබා ගනිමු.



(iv) පරිමාණ රූපයේ XY මගින් කුළුණ නිරූපණය වේ.

පරිමාණ රූපයේ XY උස $= 12.8$ cm

කුළුණේ උස $= 12.8 \times 3$ m

$= 38.4$ m

(v) පරිමාණ රූපයේ LM මගින් වතුර ටැංකිය නිරූපණය වේ.

පරිමාණ රූපයේ LM උස $= 5.2$ cm

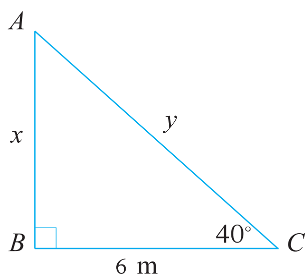
වතුර ටැංකියේ උස $= 5.2 \times 3$ m

$= 15.6$ m

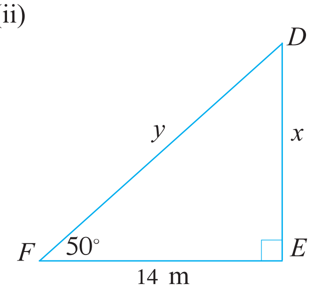
33.5 අභ්‍යාසය

1. පහත දැක්වෙන එක් එක් අවස්ථා සඳහා දී ඇති දත්තයන් ඇසුරෙන් පරිමාණ රූපයක් ඇඳ x සහ y මගින් දක්වා ඇති පාදවල දිග සොයන්න.

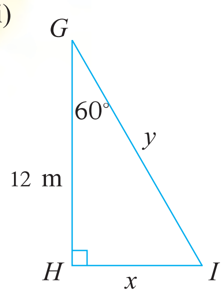
(i)



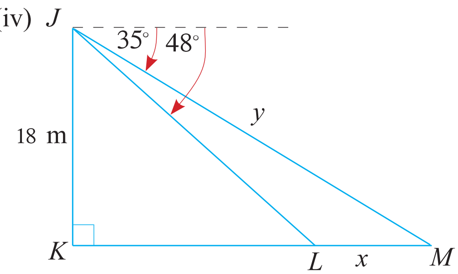
(ii)



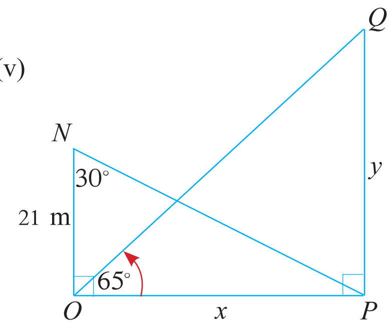
(iii)



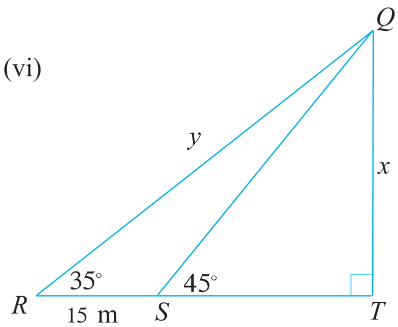
(iv)



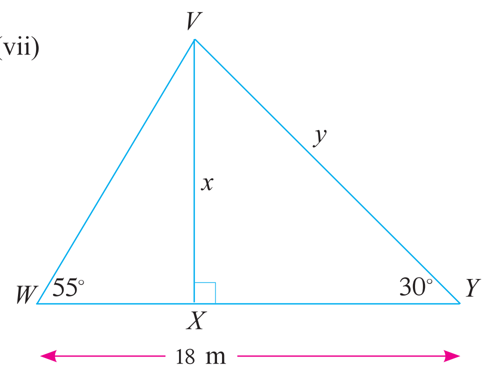
(v)



(vi)



(vii)



2. ප්‍රදීපාගාරයක පොළවේ සිට 45 mක් ඉහළින් සිටින පුද්ගලයෙකු ඈත මුහුදේ ඇති බෝට්ටුවක් 32°ක අවරෝහණ කෝණයකින් දකී. පරිමාණ රූපයක් ඇඳ ප්‍රදීපාගාරය සහ බෝට්ටුව අතර දුර සොයන්න.

3. ගොඩනැගිල්ලක පාමුල සිට 120 m ඈතින් සිටින ළමයෙකු එහි මුදුනේ ආරෝහණ කෝණය 35°ක් ලෙස දකී. පරිමාණ රූපයක් ඇසුරෙන් ගොඩනැගිල්ලේ උස සොයන්න.

4. අහසේ රඳවා ඇති බැලුනයකට සිරස් ව පහළින් පොළොව මත ලක්ෂ්‍යයේ සිට 28 mක් දුරින් පිහිටි ස්ථානයකට බැලුනය පෙනෙන ආරෝහණ කෝණය 50°කි. පරිමාණ රූපයක් ඇඳ පොළොවේ සිට බැලුනයට ඇති සිරස් උස සොයන්න.

5. වෙසක් තොරණක මුදුනේ බෞද්ධ කොඩියක් සවි කර ඇත. තොරණේ සිට 12 mක් දුරින් වූ ස්ථානයකට 58°ක ආරෝහණ කෝණයකින් බෞද්ධ කොඩිය දිස් වේ. පරිමාණ රූපයක් ඇඳ තොරණේ උස සොයන්න.

6. 12 mක් උස සන්ධාර කුළුණක මුදුනට ගැට ගැසූ කොඩි වැලක් පොළොව මත ස්ථානයකට ගැට ගසා ඇත. ගැට ගැසූ පසු කොඩිවැලේ දිග 16 m නම් පරිමාණ රූපයක් ඇඳ කොඩි වැල සහ පොළොව අතර කෝණය සොයන්න.

7. 70 m උස ගොඩනැගිල්ලක මුදුනේ සිටින පුද්ගලයෙකුට ගොඩනැගිල්ලේ සිට 50 mක් දුරින් තිරස් බිමේ නවතා ඇති මෝටර් රථයක් පෙනෙන අවරෝහණ කෝණය පරිමාණ රූපයක් ඇඳීමෙන් සොයන්න.

8. වහල මුදුනේ සිටින ළමයෙකුට නිවසේ සිට 10 mක් දුරින් ඇති තැඹිලි ගසක මුදුනේ ආරෝහණ කෝණය 20°ක් ලෙසින් ද ගස පාමුල අවරෝහණ කෝණය 30°ක් ලෙසින් ද දිස් වේ. පරිමාණ රූපයක් ඇඳීමෙන්,
   (i) තැඹිලි ගසේ උස සොයන්න.
   (ii) පොළොවේ සිට ළමයා සිටින ස්ථානයට උස සොයන්න.

9. නිවස ඉදිරියේ පිහිටා ඇති කන්දක උස සෙවීමට අදහස් කර ගත් ළමයෙකු කන්ද සමග එකම රේඛාවක පිහිටි එකිනෙක 50 mක් දුරින් පිහිටා ඇති A සහ B ස්ථාන දෙකක දී කන්ද මුදුනේ ආරෝහණ කෝණ පිළිවෙළින් 45° සහ 50° ලෙස සොයා ගන්නා ලදී. පරිමාණ රූපයක් ඇඳ,
   (i) කන්දේ උස සොයන්න.
   (ii) කන්ද මුදුනේ සිට සිරස් ව පහළින් පිහිටි ස්ථානයට A ලක්ෂ්‍යයේ සිට ඇති දුර සොයන්න.

10. 45 mක් උස ප්‍රදීපාගාරයක මුදුනේ සිටින පුද්ගලයකුට ඈත මුහුදේ නවතා ඇති ධීවර බෝට්ටු දෙකක් 25°ක සහ 40°ක අවරෝහණ කෝණවලින් දිස්වේ. ප්‍රදීපාගාරය සහ බෝට්ටු දෙක එකම රේඛාවක පිහිටා ඇතිනම් පරිමාණ රූපයක් ඇඳීමෙන්,
   (i) බෝට්ටු දෙක අතර දුර සොයන්න.
   (ii) ළඟින්ම පිහිටි බෝට්ටුව ප්‍රදීපාගාරයේ සිට කොපමණ දුරකින් නවතා තිබේදැයි සොයන්න.

සාරාංශය

- උතුරේ සිට දක්ෂිණාවර්තව මනිනු ලබන කෝණය, දිගංශය ලෙස හැඳින්වේ.
- ඇස් මට්ටම ශූන්‍ය මට්ටම ලෙස සලකා ඉහළට මනිනු ලබන කෝණ ආරෝහණ කෝණ ලෙසත්, පහළට මනිනු ලබන කෝණ අවරෝහණ කෝණ ලෙසත් හැඳින්වේ.
- දිගංශය, ආරෝහණ කෝණය, අවරෝහණ කෝණය ඇසුරෙන් වස්තූන්ගේ පිහිටීම ප්‍රකාශ කරනු ලැබේ.
- පරිමාණ රූප ඇසුරෙන් විවිධ ආකාරයේ ගණනය කිරීම් කරනු ලැබේ.

34 සම්භාවිතාව

මෙම පාඩම අධ්‍යයනය කිරීමෙන් ඔබට,
- අහඹු පරීක්ෂණ හඳුනා ගැනීමට,
- අහඹු පරීක්ෂණයක නියැදි අවකාශය ලියා දැක්වීමට,
- සමසේ භව්‍ය සිද්ධිවල සම්භාවිතාව ප්‍රකාශ කිරීමට

හැකියාව ලැබේ.

පුනරීක්ෂණ අභ්‍යාසය

1. පහත සඳහන් සිදුවීම් ස්ථිරව ම සිදුවන සිදුවීම්, ස්ථිරව ම සිදු නොවන සිදුවීම් හා අහඹු සිදුවීම් ලෙස වෙන් කර දක්වන්න.
   (i) අද සඳුදා නම් හෙට අඟහරුවාදා වීම.
   (ii) කාසියක් උඩ දැමූ විට අගය පැත්ත වැටීම.
   (iii) යකඩ ඇණයක් ජලයේ පා වීම.
   (iv) අද රාත්‍රියේ වර්ෂාව ඇති වීම.
   (v) පාරේ ගමන් කරන පුද්ගලයෙකු රිය අනතුරකට භාජනය වීම.
   (vi) ගසකින් ගිලිහුණු ගෙඩියක් බිමට වැටීම.
   (vii) $5 + 3$ හි පිළිතුර 7 වීම.
   (viii) 1 සිට 6 දක්වා අංක යෙදූ දාදු කැටයක් උඩ දැමූ විට අංක 8 ලැබීම.

34.1 අහඹු පරීක්ෂණ

ලැබිය හැකි ප්‍රතිඵල සියල්ල දන්නා නමුත් පරීක්ෂණය කිරීමට ප්‍රථම ලැබිය හැකි ප්‍රතිඵලය හරියට ම ප්‍රකාශ කළ නොහැකි පරීක්ෂණ අහඹු පරීක්ෂණ හෙවත් සසම්භාවී පරීක්ෂණ ලෙස හඳුන්වයි.මීට අමතරව ලැබෙන ප්‍රතිඵලවල රටාවක් නොමැතිවීම හා එකම තත්වය යටතේ පරීක්ෂණය නැවත නැවත කළ හැකිවීම ද සසම්භාවී පරීක්ෂණයක තිබිය යුතු ලක්ෂණ වේ.

නිදසුන 1

සාධාරණ/ සමබර කාසියක් උඩ දැමූ විට අගය හෝ සිරස යන පැති දෙකෙන් එකක් ලැබෙන බව දන්නා නමුත් නිශ්චිතව ම වැටෙන්නේ කුමන පැත්ත දැයි ප්‍රකාශ කළ නොහැකි ය.

නිදසුන 2

1 සිට 6 දක්වා අංක ලියන ලද නොනැඹුරු ඝනකාකාර දාදු කැටයක් උඩ දැමූ විට 1, 2, 3, 4, 5, 6 යන ඉලක්කම්වලින් එකක් ලැබෙන බව දන්නා නමුත් කුමන ඉලක්කම ලැබෙන්නේ ද යන්න කලින් හරියට ම ප්‍රකාශ කළ නොහැකි ය.

34. 2 නියැදි අවකාශය

කිසියම් සසම්භාවී පරීක්ෂණයක ලැබිය හැකි සියලු ප්‍රතිඵල ඇතුළත් කුලකය පරීක්ෂණයේ නියැදි අවකාශය ලෙස හැඳින්වේ.

නිදසුන 1

- සමබර කාසියක් උඩ දැමීමේ පරීක්ෂණයේ නියැදි අවකාශය, $S = \{$අගය, සිරස$\}$
- 1 සිට 6 දක්වා අංක යොදන ලද නොනැඹුරු ඝනකාකාර දාදු කැටයක් උඩ දැමීමේ පරීක්ෂණයේ නියැදි අවකාශය, $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
- සමබර චතුස්තලාකාර දාදු කැටයක එක පැත්තක් රතු පාටින් ද අනෙක් පැති තුන කහ පාටින් ද වර්ණ ගන්වා ඇත. මෙම දාදු කැටය උඩ දැමීමේ පරීක්ෂණයේ නියැදි අවකාශය, $S = \{$රතු, කහ$_1$, කහ$_2$, කහ$_3\}$

34.1 අභ්‍යාසය

1. පහත සඳහන් එක් එක් පරීක්ෂණවල නියැදි අවකාශය ලියා දක්වන්න.
   (i) 1 සිට 4 දක්වා අංක යොදන ලද නොනැඹුරු චතුස්තලාකාර දාදු කැටයක් උඩ දැමීම.
   (ii) 1 සිට 8 දක්වා අංක යොදන ලද වාසනා චක්‍රයක් කර කැවීම.
   (iii) රතු, තැඹිලි, කහ, කොළ, නිල්, දම් යන වර්ණ අඩංගු කාඩ්පත් ඇතුළත් පෙට්ටියකින් කාඩ්පතක් ඉවතට ගැනීම.
   (iv) නිල් පෑන් 3ක් සහ කළු පෑන් 2ක් අඩංගු පෙට්ටියකින් අහඹු ලෙස පෑනක් ඉවතට ගැනීම.
   (v) පැති 2ක් සුදු පාටින් ද පැති 4ක් කළු පාටින් ද වර්ණ ගන්වා ඇති නොනැඹුරු දාදු කැටයක් උඩ දැමීම.

34. 3 සමසේ භව්‍ය සිද්ධියක සම්භාවිතාව

පරීක්ෂණයක දී ලැබිය හැකි ප්‍රතිඵල සියල්ලේ විය හැකියාව සමාන නම් එවැනි පරීක්ෂණයකින් ලැබෙන ප්‍රතිඵලයක් සමසේ භව්‍ය සිද්ධියක් ලෙස හඳුන්වයි.

සමසේ භව්‍ය සිද්ධි

නිදසුන 1

- සමබර කාසියක් උඩ දැමීමේදී ලැබෙන ප්‍රතිඵල
- නොනැඹුරු දාදු කැටයක් උඩ දැමීමේදී ලැබෙන ප්‍රතිඵල

සමසේ භව්‍ය නොවන සිද්ධි

නිදසුන 2

- ටොනික් පියනක් උඩ දැමීමේදී ලැබෙන ප්‍රතිඵල
- පංච බෙල්ලෙකු දැමීමේදී ලැබෙන ප්‍රතිඵල

$$\text{සමසේ භව්‍ය සිද්ධියක සම්භාවිතාව} = \frac{\text{අපේක්ෂිත සිද්ධියේ අවයව සංඛ්‍යාව}}{\text{නියැදි අවකාශයේ අවයව සංඛ්‍යාව}}$$

නිදසුන 3

සමබර කාසියක් උඩ දැමීමේ පරීක්ෂණයේ දී අගය පැත්ත වැටීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

සමබර කාසියක් උඩ දැමීමේ පරීක්ෂණයේ නියැදි අවකාශය {අගය, සිරස} වේ. එබැවින් නියැදි අවකාශයේ අවයව සංඛ්‍යාව 2කි.

සමබර කාසියක් උඩ දැමීමේ පරීක්ෂණයේ දී අගය පැත්ත වැටීමේ සම්භාවිතාව $= \frac{1}{2}$

නිදසුන 4

1 සිට 6 දක්වා අංක ලියන ලද නොනැඹුරු ඝනාකාර දාදු කැටයක් උඩ දැමූ විට අංක 2 වැටීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

1 සිට 6 දක්වා අංක යොදන ලද නොනැඹුරු ඝනකාකාර දාදු කැටයක් උඩ දැමීමේ පරීක්ෂණයේ නියැදි අවකාශය {1, 2, 3, 4, 5, 6} වේ. එබැවින් නියැදි අවකාශයේ අවයව සංඛ්‍යාව 6කි.

1 සිට 6 දක්වා අංක ලියන ලද නොනැඹුරු ඝනකාකාර දාදු කැටයක් උඩ දැමූ විට අංක 2 වැටීමේ සම්භාවිතාව $= \frac{1}{6}$

34.2 අභ්‍යාසය

1. 1 සිට 4 දක්වා අංක යොදන ලද නොනැඹුරු දාදු කැටයක් උඩ දැමූ විට අංක 4 වැටීමේ සම්භාවිතාව කුමක් ද?
2. 1 සිට 6 දක්වා අංක ලියන ලද නොනැඹුරු ඝනකාකාර දාදු කැටයක් උඩ දැමූ විට අංක 5 වැටීමේ සම්භාවිතාව කුමක් ද?
3. නිල් පෑන් 3ක් සහ කළු පෑන් 2ක් අඩංගු පෙට්ටියකින් පෑනක් ඉවතට ගත් විට එය නිල් පෑනක් වීමේ සම්භාවිතාව කුමක් ද?
4. 1 සිට 8 දක්වා අංක යොදන ලද වාසනා චක්‍රයක් කර කැවීමේ දී අංක 5 වැටීමේ සම්භාවිතාව කුමක් ද?
5. නිල්, රතු, කහ සහ කොළ පාට කාඩ්පත් එක බැගින් අඩංගු පෙට්ටියකින් කාඩ්පතක් ඉවතට ගත් විට එය නිල් පැහැති කාඩ්පතක් වීමේ සම්භාවිතාව කුමක් ද?

සාරාංශය

- ලැබිය හැකි ප්‍රතිඵල සියල්ල දන්නා නමුත් පරීක්ෂණය කිරීමට ප්‍රථම හරියට ම ලැබිය හැකි ප්‍රතිඵලය ප්‍රකාශ කළ නොහැකි වූ ද ලැබෙන ප්‍රතිඵලවල රටාවක් නොමැති වූ ද, එකම තත්වය යටතේ පරීක්ෂණය නැවත නැවත කළ හැකි වූ ද පරීක්ෂණ අහඹු පරීක්ෂණ හෙවත් සසම්භාවී පරීක්ෂණ ලෙස හඳුන්වයි.
- කිසියම් පරීක්ෂණයකට ලැබිය හැකි සියලු ප්‍රතිඵල ඇතුළත් කුලකය, පරීක්ෂණයට අදාළ නියැදි අවකාශය ලෙස හැඳින්වේ.
- පරීක්ෂණයක දී ලැබිය හැකි ප්‍රතිඵල සියල්ලේ විය හැකියාව සමාන නම් එවැනි පරීක්ෂණයක් සමසේ භව්‍ය සිද්ධියක් ලෙස හඳුන්වයි.
- සමසේ භව්‍ය සිද්ධියක සම්භාවිතාව $= \frac{\text{අපේක්ෂිත සිද්ධියේ අවයව සංඛ්‍යාව}}{\text{නියැදි අවකාශයේ අවයව සංඛ්‍යාව}}$